文章编号：1000-8055(2024)05-20220063-07 doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220063

冰雹连续抛射的气固耦合输运计算与试验验证

孙 科，宋江涛，任博扬，王 欢
（中国飞行试验研究院 发动机所，西安 710089）

摘 要： 针对可压缩流气力输运大尺寸颗粒的气固两相流动问题，建立了计算流体力学（CFD）与离散单元法（DEM）耦合的计算方法，通过计算流体力学计算得到抛射管内气流流场分布，离散单元法根据气动参数计算得到冰雹受力及运动情况。进行冰雹速度测量时，需在抛射管出口处加装专用测量段，对测量构型与开放构型进行对比，结果显示测量构型与开放构型下的计算结果基本一致，因此测量构型下的计算与试验可支撑连续抛雹装置设计。通过 3 种颗粒阻力模型下的对比计算，Ergun 模型与 Di 模型得到的冰雹速度计算结果较大，自由流阻力模型计算得到的冰雹速度与试验测量结果最接近，其计算得到的冰雹速度与试验结果相差 8.9%，对冰雹连续抛射装置设计有一定的指导作用。

关 键 词： 冰雹抛射；气力输运；耦合计算；自由流阻力模型；大尺寸颗粒
中图分类号： V216.5；TB553 **文献标志码：** A

Calculation and test verification of gas-solid coupling pneumatic transport of hail continuous ejection

SUN Ke，SONG Jiangtao，REN Boyang，WANG Huan
（Power-Plant Institute，Chinese Flight Test Establishment，Xi’an 710089，China）

Abstract: Considering the gas-solid two-phase flow problem of compressible pneumatic transport of large particles, the coupling calculation method of computational fluid dynamics (CFD) and discrete element method (DEM) was established. The flow field distribution in the hail ejection pipe was calculated by computational fluid dynamics, while the force and motion of hail were calculated by discrete element method according to aerodynamic parameters. When measuring hail velocity, a special measurement section was required to be installed at the outlet of the ejection tube. The difference between the measurement configuration and the open configuration was then compared and calculated. The results showed that the calculation results under the measured configuration were basically consistent with those under the open configuration, so the calculation and test under the measured configuration can support the design of continuous hail throwing device. Through the comparative calculation and test verification under three particle resistance models, the hail velocity calculated by Ergun model and di model was larger, and the hail velocity calculated by free flow resistance model was closest to the test measurement results. The calculated hail velocity differs by 8.9% from the test results, playing a guiding role in the design of hail continuous ejection device.

Keywords: hail ejection；pneumatic transportation；coupled calculation；free flow resistance model；large particles

收稿日期： 2022-02-12
基金项目： 工信部专项科研项目
作者简介： 孙科（1993—），男，工程师，硕士，主要从事航空动力装置试验技术研究。

引用格式： 孙科，宋江涛，任博扬，等. 冰雹连续抛射的气固耦合输运计算与试验验证[J]. 航空动力学报，2024，39(5)：20220063. SUN Ke, SONG Jiangtao, REN Boyang, et al. Calculation and test verification of gas-solid coupling pneumatic transport of hail continuous ejection[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(5): 20220063.

民用航空涡轮发动机在适航取证过程中，需进行遭遇冰雹条件下的考核。国内外适航条款中均有明确规定，发动机在遭遇冰雹等恶劣天气条件下，应具有工作稳定性[1-3]。为证明发动机在遭遇冰雹时，能安全可靠工作，保证飞行安全，需进行吸雹认证试验，验证发动机工作可靠性。由于实际飞行试验中进行发动机吸雹试验安全风险及技术难度较大，因此采用地面台架试验代替。

由于地面台架条件发动机处于静止状态，需将冰雹以一定速度抛射进入发动机进口。采用压缩空气气力输运的方式完成冰雹颗粒抛射。将冰雹连续不断投放至抛射管入口，在高速气流冲击作用下，冰雹持续运动直至离开抛射管。应用数值模拟或试验方法对冰雹抛射运动规律进行研究，为冰雹连续抛射装置的设计及发动机吸入连续冰雹试验设计提供支撑。学者针对气力输运问题进行了大量研究[4-10]，这些研究中颗粒直径均很小，最大为 3.2 mm。陈奇飞等[11] 采用颗粒轨道模型计算弯管内的气固两相流，研究固体颗粒对弯管的影响，其中固体颗粒直径最大为 0.1 mm。熊书春等[12] 应用 CFD 与 DEM 耦合方法研究了单个大颗粒在流场中的沉降，参考这种方法，进行压缩空气输运冰雹计算研究。

通过计算流体力学与离散单元法耦合求解输送连续冰雹问题，其中计算流体力学求解抛射管内高速气流的运动过程，离散单元法求解在高速气流冲击下的冰雹颗粒受力及运动情况，迭代求解得到冰雹抛射运动过程。通过试验对冰雹抛射运动计算方法进行验证。

1 冰雹抛射运动过程

采用等截面圆管输送冰雹，在抛射管入口处通入稳定的压缩空气，压缩空气在等截面摩擦管流作用下速度增加，直至膨胀到大气环境中。待等截面摩擦管流稳定后，持续向抛射管入口投放冰雹颗粒，其在气流拖曳力作用下加速运动，直至离开抛射管。图 1 所示为冰雹抛射过程示意图。

使用 Fluent 软件进行压缩空气在抛射管内部的运动过程模拟，随后将气流速度、气流压力、气流密度等流场信息传递至离散元 EDEM 软件中，向抛射管中投放冰雹颗粒，在气流拖曳力作用下产生加速运动，对其运动速度及位置进行计算。

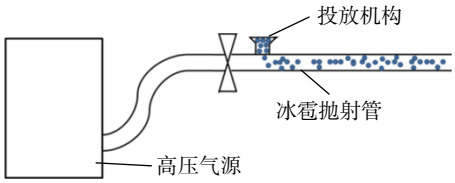

图 1 冰雹抛射过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of hail ejection process

由于冰雹颗粒数量较大，其会对流场产生影响，形成额外阻力，对流场速度产生影响，需进行双向耦合迭代计算。将冰雹颗粒速度及位置信息传递至流场中，再进行流场的更新计算。通过迭代，直至冰雹在抛射管内部形成较为稳定的分布，得到冰雹抛射规律分布计算结果。

2 气力输运计算方法

2.1 颗粒拖曳力计算方法

冰雹颗粒拖曳力与其所处的气流环境有关，其中气流速度、气流密度等参数均对冰雹受力产生影响。

2.1.1 自由流拖曳力计算方法

使用自由流拖曳力模型对颗粒的受力情况进行分析，受力和颗粒与流体间速度差、流体密度及阻力系数等有关，受力示意如图 2。颗粒受力 F_d 计算表达式[13-14] 如式(1)所示。

$$F_d = \frac{1}{8}\pi d_s^2 \rho_f C_d |v_f - v_s| (v_f - v_s) \tag{1}$$

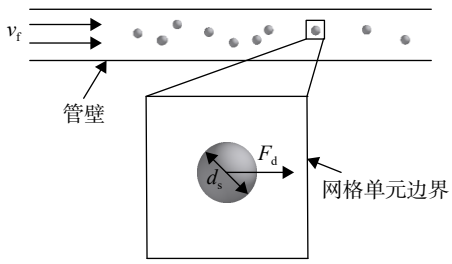

图 2 冰雹受力示意图

Fig. 2 Schematic diagram of force on hail

受力主要取决于阻力系数 C_d，计算表达式[15] 如式(2)。

$$\begin{cases} C_d = \dfrac{24}{Re_s} & Re_s < 0.5 \\ C_d = \dfrac{24(1.0 + 0.25 Re_s^{0.667})}{Re_s} & 0.5 < Re_s < 1\,000 \\ C_d = 0.44 & Re_s > 1\,000 \end{cases} \tag{2}$$

颗粒流动雷诺数 Re_s 定义如式(3)。

$$Re_s = \frac{\alpha \rho_f d_s |v_f - v_s|}{\eta} \tag{3}$$

式中下标 s 代表固体颗粒，f 代表流体；η 为流体动力黏度，N·s/m^2；ρ 为流体密度，kg/m^3；d 为直径，m；v 为速度，m/s；α 为 CFD 网格单元中气相体积分数。

2.1.2　Ergun and Wen and Yu 计算方法

对自由流拖曳力模型进行修正，得到如式(4)所示的拖曳力计算表达式[16-20]。

$$F_d = \frac{\beta V |v_f - v_s| (v_f - v_s)}{1-\alpha} \tag{4}$$

式中 V 为颗粒体积；β 由式(5)计算得到。

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{150(1-\alpha)^2 \eta}{\alpha d_s^2} + \dfrac{1.75(1-\alpha)\rho_f |v_f - v_s|}{d_s} & \alpha < 0.8 \\ \beta = \dfrac{0.75 C_d \rho_f \alpha^{-1.65} (1-\alpha) |v_f - v_s|}{d_s} & \alpha \geqslant 0.8 \end{cases} \tag{5}$$

其中阻力系数 C_d 采用式(2)计算得到。

2.1.3　Di Felice 计算方法

Di Felice 模型是在自由流模型的基础上增加了一个空隙率修正项，以考虑空隙率对相邻颗粒阻力的影响。该模型的计算公式如式(6)。

$$F'_d = F_d \alpha^{-(\chi+1)} \tag{6}$$

其中 F_d 为采用式(7)计算得到的阻力，其中阻力系数使用式(8)计算，χ 计算方法如式(9)。

$$F_d = \frac{1}{8}\pi d_s^2 \rho_f C_d |v_f - v_s| (v_f - v_s) \tag{7}$$

$$C_d = \left(0.63 + \frac{4.8}{Re_s^{0.5}}\right)^2 \tag{8}$$

$$\chi = 3.7 - 0.65 e^{\left[-\frac{(1.5-\lg Re_s)^2}{2}\right]} \tag{9}$$

2.2　流体计算域模型及计算方法

分析冰雹在抛射管中的运动过程，在抛射管入口处通入恒定压力的高压气体，压缩气体在等截面抛射管中加速流动，直至膨胀到大气环境。根据气流流动过程建立了如图 3 所示的流体计算域模型，抛射管入口设置为压力入口，在抛射管出口处划分了大圆柱的膨胀区域，将其表面设置为压力出口。

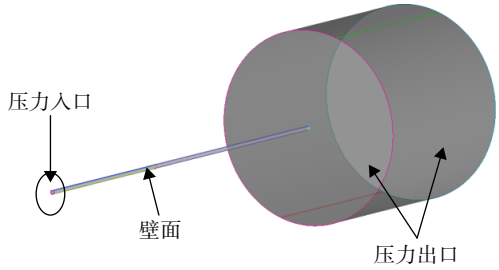

图 3　开放构型计算域

Fig. 3　Open configuration computing domain

由于冰雹颗粒数量较大，在进行冰雹速度测量时，如将冰雹颗粒直接抛射至大气环境中，则会造成试验现场杂乱不堪。因此测速时，在抛射管出口位置处布置测量段，测量段壁面采用钢化玻璃材料加工，高速相机对冰雹运动轨迹进行测量，在测量段尾部上端面开设流通面，使得空气可自由流出。如图 4 为测量构型对应的流体计算域，抛射管入口处为压力入口，测量段尾端上部设置压力出口，其余边界均为固体壁面。

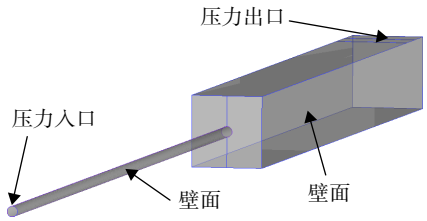

图 4　测量构型计算域

Fig. 4　Measurement configuration calculation domain

上述两种构型中，冰雹抛射管的内径均为 45 mm，长度为 4 m，与试验保持一致。

2.3　气固耦合计算方法

对于气固两相耦合问题，可采用 Fluent 软件中 DDPM(dense discrete phase model)进行计算，但其只适用于较小颗粒，如沙粒、液滴等。通过 Fluent 软件与 EDEM 软件耦合进行压缩气体输运大颗粒的模拟。在 Fluent 软件中求解压缩空气流动过程，将流场计算结果传递至离散元计算过程中，在气流冲击作用下，颗粒加速运动。由于颗粒的存在，形成对气流的阻力，且固相颗粒尺寸较大，体积分数大，其对气相运动产生影响，因此需进行气-固两相耦合计算。图 5 为气固耦合计算参数传递流程。

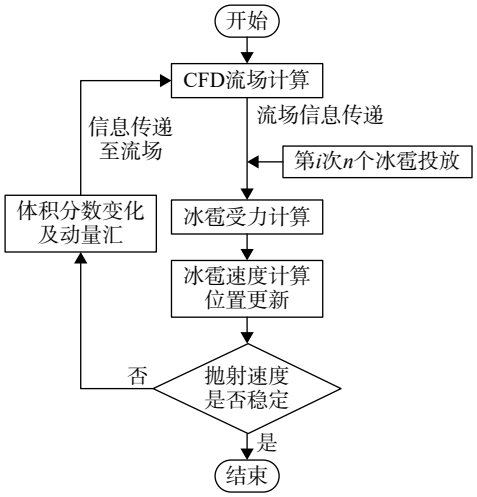

图 5 气固耦合计算流程示意图

Fig. 5 Schematic diagram of gas-solid coupling calculation flow

3 试验介绍

3.1 试验装置介绍

抛雹试验设备由气源系统、发射系统、测控系统组成。压缩机提供高压气源，其产生的压缩气体进入储气罐，后经过过滤器、干燥器等工艺设备，再通过减压阀调节压力向发射系统提供所需的气源，系统可调节抛射管入口处的气源压力为 0.18～0.23 MPa，图 6 所示为抛雹试验设备。冰雹抛射管的内径为 45 mm，长度为 4 m。

图 6 抛雹试验设备

Fig. 6 Hail throwing test equipment

图 7 为冰雹连续投放装置示意图，图 8 为抛射管结构示意图。首先将准备好的冰雹预先装入至装料箱中，并进行封堵。之后控制旋转叶轮使其持续转动，再打开电磁阀向抛射管入口处供应持续的压缩空气。待抛射管内流场稳定，打开气动插板阀，冰雹在自重的作用下进入叶轮空间，在旋转叶轮带动下冰雹进入抛射管入口，后在压缩气体作用下，在抛射管内部持续加速运动，直至离开抛射管。

由于试验中所需冰雹数量巨大，采用了人工模拟冰雹，其由聚四氟乙烯材料加工而成，直径为 13 mm，密度为 861 g/cm^3，满足适航条款要求。

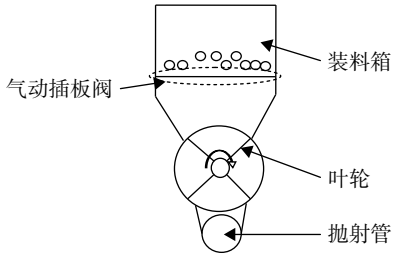

图 7 冰雹连续投放原理示意图

Fig. 7 Schematic diagram of continuous hail delivery principle

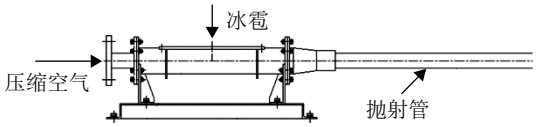

图 8 抛射管结构示意图

Fig. 8 Schematic diagram of projectile tube structure

在抛射管出口处加装测量通道，对冰雹进行收集，防止冰雹任意流动。

3.2 试验测量及分析方法

使用高速摄像机记录冰雹在测量通道中的运动过程，测量通道如图 9 所示，高速摄像机型号为 IX Cameras 公司的 I-speed 7。其在分辨率为 1 024 像素 × 512 像素，帧率为 5 000 帧/s 时，拍摄时间不小于 7.5 s。试验前进行冰雹运动路线上的空间尺寸标校，试验后对拍摄视频进行分析。通过提取一定时间区间冰雹所处像素点变化，结合前期空间位置标校结果，计算得到冰雹运动速度。处理试验数据时，统计多个不同冰雹的运动速度，计算得到平均速度。

图 9 测量通道示意图

Fig. 9 Schematic diagram of measurement channel

4 计算及试验结果分析

计算入口压力设置为 220 kPa，与试验设置的抛射管入口压力一致；出口压力按照当地大气压力设置为 97 kPa，气体属性设置为可压缩理想空气。离散元软件中冰雹颗粒的直径设置为 13 mm，密度为 861 g/cm^3，与试验所用的模拟冰雹保持一致。试验装置使用叶轮将冰雹持续不断放入抛射管，初始状态冰雹轴向分速度为 0 m/s，计算中照此进行设置。

4.1　构型计算结果对比

进行冰雹速度测量时，在抛射管出口处加装了测量通道，与实际使用过程中的构型形成差异。首先对两种不同构型条件的计算结果进行对比分析，其中颗粒拖曳力计算选取自由流拖曳力计算方法。

图 10 为测量构型及开放构型条件下，气流速度(v_f)及冰雹速度(v_s)的对比结果。其中气流速度为各个截面上的平均速度。x 为沿程位置，代表与抛射管入口间的距离。

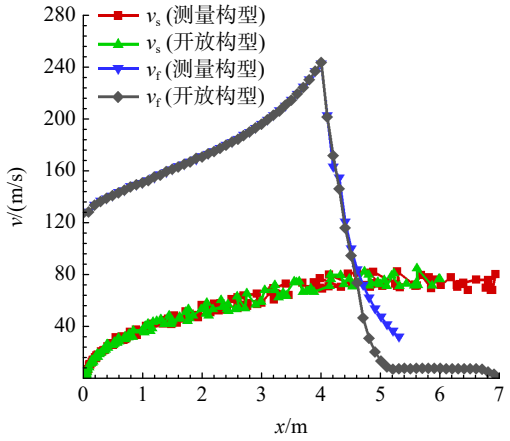

图 10　气流及颗粒速度分布

Fig. 10　Airflow and particle velocity distribution

两种构型下，气流在抛射管内的沿程速度变化基本保持一致，在壁面摩阻的作用下，沿着抛射管长度方向，总压逐渐降低。由于边界层充分发展，气流有效流通面积逐渐减小，且逐渐膨胀至大气环境中，因此气流速度逐渐增大。在离开抛射管出口后，高速气流与大气环境充分掺混，因此速度迅速降低。离开抛射管后，两种构型条件下的气流速度分布有所不同，由于开放构型下与大量空气相互掺混，而测量构型下掺混空气量较小，因此该区间测量构型的气流速度略大于开放构型的气流速度。

在抛射管入口处，由于颗粒与气流间存在较大的速度差，且气流密度较大，因此气流对颗粒的拖曳力较大，从而在入口段颗粒有较大的加速度。随着冰雹速度的增大，与气流间的速度差逐渐减小，且气流密度逐渐降低，因此对冰雹颗粒的拖曳力逐渐减小，从而颗粒加速度逐渐减小，增速逐渐放缓。在抛射管出口处及测量结构中，冰雹速度基本维持稳定。

图 11 为测量构型下冰雹速度分布，由于在抛射管入口处冰雹速度较小，从而冰雹较为集中，沿着管长方向，随着速度增大，冰雹分布较为松散。图 12 为开放构型下的计算结果，冰雹速度分布与测量构型下分布类似。

图 13 为测量构型下冰雹相体积分数(Φ_s)分布，图 14 为对应的气相体积分数(Φ_f)分布。在抛射管入口处冰雹相体积分数较大，沿着管长方向，冰雹相体积分数逐渐减小。相对应的在抛射管入口处，气相体积分数较小，沿着管长方向，气体体积分数逐渐增大。

图 15 为开放构型下冰雹相体积分数分布图，

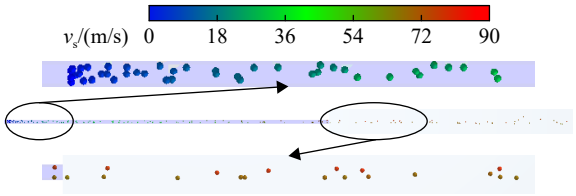

图 11　测量构型下冰雹速度分布

Fig. 11　Hail velocity distribution in measurement configuration

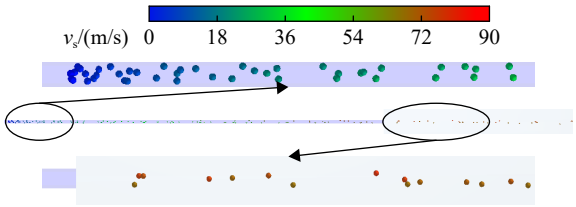

图 12　开放构型下冰雹速度分布

Fig. 12　Hail velocity distribution in open configuration

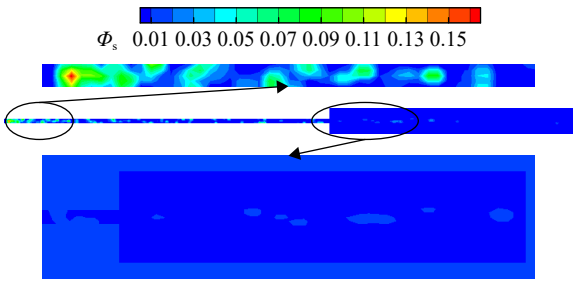

图 13　测量构型下冰雹相体积分数分布

Fig. 13　Volume fraction distribution of hail phase in measurement configuration

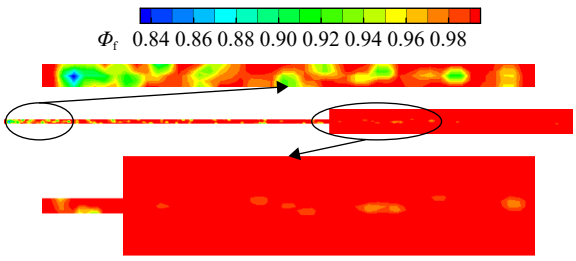

图 14　测量构型下气相体积分数分布

Fig. 14　Volume fraction distribution of air phase in measurement configuration

图 16 为对应的气相体积分数分布图，与测量构型下的结果基本一致。

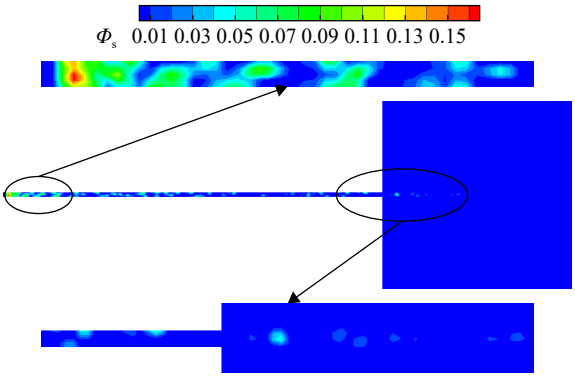

图 15 开放构型下冰雹相体积分数分布

Fig. 15 Volume fraction distribution of hail phase in open configuration

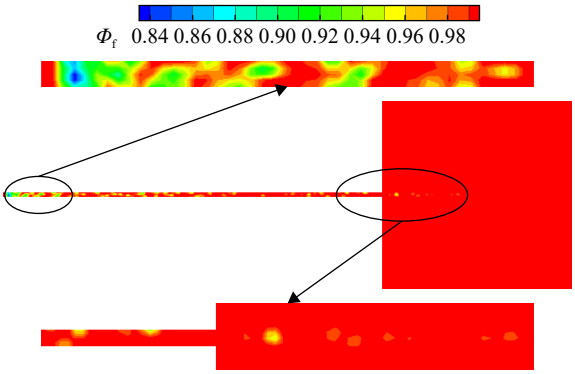

图 16 开放构型下气相体积分数分布

Fig. 16 Volume fraction distribution of air phase in open configuration

4.2 计算与试验结果对比

针对测量构型及开放构型，分别使用自由流拖曳力模型、Ergun and Wen and Yu 模型、Di Felice 模型进行颗粒拖曳力的计算，以下简称模型 1、模型 2、模型 3。表 1 所示为两种构型下，3 种模型对应的气体流量和颗粒速度计算结果，其中测量构型颗粒速度为测量段中冰雹的平均速度，开放构型下的颗粒速度为抛射管外冰雹的平均速度。模型 1 计算得到的空气流量较大，模型 2 和模型 3 计算得到的空气流量较小，两者基本一致。这是由于模型 2、模型 3 中颗粒对空气的阻力较大，从而空气流量与模型 1 相比较小。模型 1 计算得到的颗粒速度较小，而模型 2 和模型 3 计算得到的颗粒速度较大，且基本一致。这是由于模型 2 和模型 3 的拖曳力较大。

测量构型及开放构型下，计算所得的空气流量和颗粒速度基本一致。从而测量构型下的计算结果及实测结果可基本代表冰雹抛射装置开放使用时的技术参数。

表 1 不同阻力模型计算结果对比

Table 1 Comparison of calculation results of different resistance models

对比参数	构型	模型 1	模型 2	模型 3
流量/(kg/s)	测量构型	0.406 2	0.387 8	0.393 6
	开放构型	0.406 8	0.387 5	0.391 8
速度/(m/s)	测量构型	74.36	83.66	83.09
	开放构型	75.56	82.63	83.25

采用高速摄像机对试验过程中的冰雹运动轨迹进行记录，通过分析得到冰雹颗粒速度。试验中同样统计测量段中不同冰雹的平均速度，与计算选取位置保持一致。表 2 所示为冰雹颗粒速度的统计结果，统计得到 8 个不同冰雹的运动速度，平均速度为 68.30 m/s。采用模型 1 计算得到的冰雹颗粒速度与试验结果最为接近，其与试验结果相比，测量构型条件下的偏差为 8.9%。试验过程中模拟冰雹颗粒可能存在抛射管切向速度，与管壁碰撞存在较大的摩擦阻力损失，而计算中简化处理初始速度设置为 0 m/s，因此计算结果比试验结果大。

表 2 颗粒速度测量结果

Table 2 Particle velocity measurement results

序号	冰雹速度/(m/s)	序号	冰雹速度/(m/s)
1	75.03	5	66.09
2	63.88	6	69.12
3	67.75	7	66.43
4	64.76	8	73.37

5 结 论

冰雹连续抛射装置中，抛射管入口处持续供应高压空气，向抛射管入口处持续投放冰雹。在压缩空气作用下，冰雹颗粒加速运动。针对这种压缩空气输运冰雹颗粒的问题，建立适用于大尺寸颗粒的气力输运计算方法，计算结果与试验结果进行对比，最终形成满足工程应用的计算方法，主要得到以下结论。

1）针对大尺寸颗粒的气力输运问题，建立了流场计算与颗粒离散元计算耦合迭代的计算方法，可应用于可压缩流输运大尺寸颗粒问题，使用 Fluent 软件对抛射管内部及射流区域的流场进行计算，使用 EDEM 软件对抛射管内及抛射管出口处冰雹颗粒运动特性进行计算。

2）针对测量构型及开放构型进行了对比计算，结果显示测量构型与开放构型相比，空气消耗量及冰雹颗粒速度基本一致，因此测量构型下的计算及试验结果可以代表实际运行工况，为后续试验及设计计算的开展提供了支撑。

3）使用 3 种冰雹颗粒阻力模型分别计算得到对应的冰雹颗粒速度，通过试验结果对计算结果进行验证，使用自由流拖曳力模型得到的计算结果与试验结果最为接近，其偏差为 8.9%，可为后续连续抛雹装置设计提供支撑。

参考文献：

[1] Federal Aviation Administration. Airworthiness standards: aircraft engines: FAA FAR Part 33[S]. Washington DC: Federal Aviation Administration, 1998: 41-43.

[2] European Aviation Safety Agency. Certification specifications and acceptable means of compliance for engines: CS-E amendment5[S]. Cologne: European Aviation Safety Agency, 2020: 162-179.

[3] 中国民用航空局. 中国民用航空规章第 33 部: CCAR 33R2 [S]. 北京: 中国民用航空局, 2011: 55-56.

[4] 李好婷, 朱玉颖, 孔德旭, 等. 多孔介质内颗粒流动特性及其对传热影响的模拟研究[J]. 工程热物理学报, 2021, 42(8): 2017-2026.
LI Haoting, ZHU Yuying, KONG Dexu, et al. Simulation study on flow and heat transfer characteristics of particles in porous media[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2021, 42(8): 2017-2026. (in Chinese)

[5] 刘岩, 秦攀, 洪文鹏. 基于计算流体力学-离散单元法耦合的粗糙壁面颗粒趋壁沉积过程的数值模拟[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(13): 5216-5222.
LIU Yan, QIN Pan, HONG Wenpeng. Numerical simulation on process of particle deposition on a rib-roughened surface using CFD-DEM[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(13): 5216-5222. (in Chinese)

[6] 祝先胜. 气力输送管内气固两相流动的数值模拟[D]. 上海: 华东理工大学, 2015.
ZHU Xiansheng. Numerical simulation of gas-solid two phase flow in pneumatic conveying pipeline[D]. Shanghai: East China University of Science and Technology, 2015. (in Chinese)

[7] 张春燕, 马超, 晏飞. 基于 CFD-DEM 方法的不同弯径比弯管中气固两相流动特性[J]. 江苏科技大学学报 (自然科学版), 2018, 32(6): 803-808.
ZHANG Chunyan, MA Chao, YAN Fei. Gas solid two phase flow characteristics of elbow pipe with different bending radius ratio based on the CFD-DEM method[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2018, 32(6): 803-808. (in Chinese)

[8] 杨春彬. 气力输送系统中弯管磨损的数值模拟[D]. 长春: 吉林大学, 2018: 25-28.
YANG Chunbin. Numerical simulation of elbow wear in pneumatic conveying system[D]. Changchun: Jilin University, 2018: 25-28. (in Chinese)

[9] 谢楠. 基于 CFD-DEM 的膨胀石墨气固两相流动特性研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2018: 27-30.
XIE Nan. Research on the gas-solid flow characteristic of expanded graphite based on CFD-DEM[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2018: 27-30. (in Chinese)

[10] 李俊杰. 基于 CFD-DEM 方法的管道带电颗粒流气力输送模拟[D]. 兰州: 兰州大学, 2021: 27-33.
LI Junjie. Simulation of pneumatic conveying of charged particle flow in pipe based on CFD-DEM method[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2021: 27-33. (in Chinese)

[11] 陈奇飞, 刘士杰, 陈树伟, 等. 气固两相流对燃气-蒸汽弹射动力系统弯管结构影响的流热固耦合数值研究[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2668-2679.
CHEN Qifei, LIU Shijie, CHEN Shuwei, et al. Fluid-heat-solid coupling numerical study on influence of gas-solid two-phase flow on elbow tube of gas-steam ejection power system[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2668-2679. (in Chinese)

[12] 熊书春, 臧孟炎. 基于非解析计算流体力学和离散单元法的大颗粒在流场中的高效率运动模拟[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(15): 6140-6146.
XIONG Shuchun, ZANG Mengyan. Efficient simulation about the motion of large particles in fluid based on unresolved computational fluid dynamics and discrete element method[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(15): 6140-6146. (in Chinese)

[13] 董长银, 栾万里, 周生田, 等. 牛顿流体中的固体颗粒运动模型分析及应用[J]. 中国石油大学学报 (自然科学版), 2007, 31(5): 55-59, 63.
DONG Changyin, LUAN Wanli, ZHOU Shengtian, et al. Analysis and application of model for solid particle movement in Newton fluid[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2007, 31(5): 55-59, 63. (in Chinese)

[14] SHENG L T, XIAO Yilun, HSIAU S S, et al. A study of pneumatic conveying with high-density AM-using metal powder in a pipe bend[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 181: 105763.

[15] 胡国明. 颗粒系统的离散元素法分析仿真: 离散元素法的工业应用与 EDEM 软件简介[M]. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2010: 144-147.
HU Guoming. Discrete element method analysis and simulation of granular system[M]. Wuhan: Wuhan University of Technology Press. 2010: 144-147. (in Chinese)

[16] NIVEN R K. Physical insight into the Ergun and Wen & Yu equations for fluid flow in packed and fluidised beds[J]. Chemical Engineering Science, 2002, 57(3): 527-534.

[17] ZHOU Feng, LI Jianping, YANG Daolong, et al. Experimental study on collision characteristics of large coal particles (7-15 mm) in 90° elbows of pneumatic conveying systems[J]. Powder Technology, 2022, 396: 305-315.

[18] 邹旭毛, 李良星, 孔刘波, 等. 颗粒堆积床内两相流动阻力及相间摩擦力[J]. 上海交通大学学报, 2017, 51(4): 470-475.
ZOU Xumao, LI Liangxing, KONG Liubo, et al. Two-phase flow resistance and interfacial drag in packed beds[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2017, 51(4): 470-475. (in Chinese)

[19] 张四宗, 温治, 刘训良, 等. 颗粒形状对烧结矿填充床内渗透系数和阻力系数的影响[J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2021, 52(4): 1066-1075.
ZHANG Sizong, WEN Zhi, LIU Xunliang, et al. Effects of particle shape on permeability and resistance coefficients of sinter packed bed[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2021, 52(4): 1066-1075. (in Chinese)

[20] 张承全, 高军, 吕立鹏, 等. 单一尺寸圆柱颗粒填充床的阻力特性[J]. 化工学报, 2019, 70(11): 4181-4190.
ZHANG Chengquan, GAO Jun, LYU Lipeng, et al. Resistance characteristics of bed packed with mono-size cylindrical particles[J]. CIESC Journal, 2019, 70(11): 4181-4190. (in Chinese)

（编辑：张　雪）