文章编号：1000-8055(2024)07-20220454-14 doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220454

民航客机推力目标值计算方法

李 仪，苏三买，梁凯恒，朱天宇
（西北工业大学 动力与能源学院，西安 710072）

摘 要： 推力管理是民航客机飞行管理系统的重要功能之一。在整个航线内，飞行管理系统根据不同飞行航段以及不同飞行状态，确定飞机对发动机的推力需求，并以此作为推力目标值形成发动机油门杆控制的指令，其中推力目标值的计算是推力管理的核心。针对民航客机各飞行航段的特点，采用飞行动力学方法对飞机爬升、巡航、下降三个航段中不同飞行方式下的推力目标值计算方法进行研究。以波音 737-800 实际飞行记录数据为算例，进行推力目标值计算方法仿真对比验证，结果表明：所计算的推力目标值变化趋势与飞行性能理论相符，典型航段推力目标值计算与实际飞行数据的对比误差不大于 3%。所提出的推力目标值计算方法可为民航客机推力管理系统设计提供参考。

关 键 词： 民航客机；推力管理；推力目标值计算；飞行性能；飞行动力学
中图分类号： V212.1 **文献标志码：** A

Calculation method of thrust target value for civil aircraft

LI Yi, SU Sanmai, LIANG Kaiheng, ZHU Tianyu
(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Thrust management is one of the important functions of civil aircraft flight management system. In different flight phases and flight states of the whole route, the flight management system needs to calculate the aircraft thrust requirements for engine, and then use the required thrust as the target thrust to generate the command of engine throttle control. Of which, thrust target value calculation is the core of thrust management. According to different flight characteristics of each phase, the calculation method of aircraft thrust target value was studied by using flight dynamics. The calculation process of climb, cruise, descent phases at different flight modes were analyzed in detail. Taking Boeing 737-800 flight record data as an example, the thrust target value calculation method was simulated and verified. The results showed that the calculated thrust value was consistent with the flight performance theory, and the relative error between the calculated thrust and the actual flight record data in typical flight phases was less than 3%. The thrust target value calculation method can provide a reference for civil aircraft thrust management system design.

Keywords: civil aircraft; thrust management; thrust target value calculation; flight performance; flight dynamics

符号表

θ/(°)	俯仰角	γ/(°)	爬升角
φ_p/(°)	发动机安装角	α/(°)	攻角
L/N	飞机升力	C_L	升力系数

收稿日期： 2022-06-23
作者简介： 李仪(1999—)，男，硕士生，研究方向为民航客机推力管理。E-mail: dongnengliyi@mail.nwpu.edu.cn
通信作者： 苏三买(1968—)，男，副教授，博士，主要从事航空发动机控制建模与仿真研究。E-mail: microeng@nwpu.edu.cn

引用格式： 李仪，苏三买，梁凯恒，等. 民航客机推力目标值计算方法[J]. 航空动力学报，2024，39(7)：20220454. LI Yi, SU Sanmai, LIANG Kaiheng, et al. Calculation method of thrust target value for civil aircraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(7): 20220454.

D/N	飞机阻力	C_D	阻力系数
V_t/(m/s)	真空速	T_0/K	大气温度
V_{ias}/(m/s)	表速	T_1^*/K	发动机进口总温
S_w/m^2	机翼面积	p_0/Pa	大气压力
h/m	飞行高度	a/(m/s)	当地声速
Ma	马赫数	R_c/(m/s)	爬升率
T/N	发动机推力	T_{cor}/N	发动机换算推力
m/kg	飞机质量		

现代民航客机各个飞行航段均在飞行管理系统(flight management system, FMS)的综合控制下运行,自动控制飞机的速度、航向以及发动机推力等参数,使得飞机沿着飞行计划制定的航路飞行[1]。

推力管理是飞行管理系统重要功能之一,需考虑发动机的寿命与飞机的燃油经济性,推力管理的内容主要包括发动机推力等级选择、减推力起飞计算、自动油门控制、双发或多发推力配平、推力目标值计算等内容[2-3],其中依据飞机当前的飞行状态确定飞机需求的推力目标值计算是核心内容。

推力目标值计算的功能是在飞机整个航线的不同飞行航段(如起飞、爬升、巡航、下降、进近)以及不同飞行状态(如等表速、等马赫数)下,确定飞机对发动机的推力需求(也称为目标推力),并以此作为发动机推力控制的指令,通过自动油门与发动机电子控制器(engine electronic controller, EEC)实现对发动机推力的自动控制,从而极大地减轻驾驶员的负担,同时实现节约燃油消耗、降低飞行成本、提升飞行经济性[4]的目标。

波音和空客等公司主流的先进民航机型,其推力目标值计算功能集成在推力管理系统中,公开的资料主要是相关机型的飞行手册、飞行计划与性能手册等[5-6],关于飞机推力目标值的确定,所采用的方法是基于机载推力数据库,按飞行大气条件、飞机质量、飞行真空速等参数进行插值,并以发动机转速作为表征给出推力目标值[7-8],其中对推力目标值计算的理论与具体计算方法说明甚少。国产的 C919 和 ARJ21 客机中,包含推力管理的飞行管理系统均采用国外成套产品,国内并不掌握包括推力目标值计算方法在内的推力管理核心技术。

关于民航客机推力管理相关的学术研究,Daidzic[9] 对发动机的推力等级及其变化趋势进行分析。Kurzke[10] 对发动机推力管理的原理与实现方法进行研究。Gunn 等[11] 提出一种将发动机推力等级数据自动提供至飞机航电系统的方法。Chen 等[12] 提出了一种新的极限推理管理方法,以获取最大允许发动机压缩比(engine pressure ratio, EPR)。Jirásek 等[13] 将计算流体动力学纳入飞机建模过程,优化升力系数计算,以降阶飞机载荷与推力需求。Zhang 等[14] 提出了基于飞机安全的推力管理系统分布式优化架构设计方法。姚志超[15] 从自动飞行控制的角度提出了一种推力管理系统架构。杨森[16] 建立民航客机和发动机数学模型,进行飞/推控制律设计,并以爬升航段为例进行推力管理仿真。郑翌[17] 建立了民航客机综合飞/推控制系统模型并进行了飞行仿真。孙鹏等[18] 对 B787 与 A380 飞机的推力管理系统架构进行了对比分析。此外,刘晓明等[19] 对推力管理中的减推力起飞实现进行了分析。在工程上,有代表性的是丁松滨[20] 基于垂直平面上飞机的受力分析,给出基于查表的推力目标值简化求取方法。陈红英[21] 结合各航段飞行特点,给出飞行性能计算方法。

上述文献研究大多侧重对推力管理架构及功能介绍,具体到推力管理的推力目标值计算缺乏深入的理论分析与应用验证,尤其是飞机在各个飞行航段,在线地实现推力目标值计算的计算方法相关研究甚少。

基于上述背景,针对民航客机飞行特点,参考飞机飞行性能计算方法,本文开展飞机在不同航段推力目标值计算方法研究,并以现有民机实际飞行数据为例对计算方法进行验证。

1 飞行方式分析

民航客机在不同的飞行航段以及不同的飞行方式下,对发动机的推力需求不同,推力目标值计算方法也不同,为便于后续分析计算,首先对民航客机各航段的飞行方式进行简要分析。

飞机执行一次飞行任务的全部航段包括:起

飞、爬升、巡航、下降、进近等。根据美国联邦航空条例 Part.25《运输类飞机适航标准》[22] 以及中国民用航空规章第 25 部《运输类飞机适航标准》(CCAR-25-R4)[23]，飞机典型的全航段飞行剖面如图 1 所示。

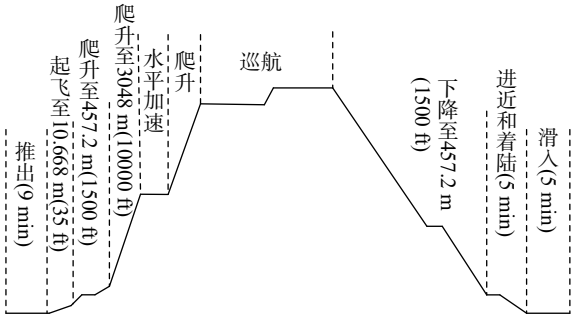

图 1　典型的全航段飞行剖面

Fig. 1　Typical profile of full flight phase

根据现有典型民机推力管理相关技术说明，在飞机的起飞航段，油门杆置于 TO/GA(起飞/复飞)位置，发动机按最大状态工作。类似地，飞机在进近着落航段，油门杆置于慢车位置，发动机处于慢车工作状态。在这两个状态下，发动机工作指令由油门杆位置直接确定。因此，本文重点对爬升、巡航和下降航段的特点及推力目标值计算方法进行分析研究。

1.1　爬升航段

民航客机的爬升航段是指由飞机起飞结束点(距起飞机场上空垂直距离 457.2 m(1 500 ft))上升到预定的巡航高度、并达到规定巡航速度的航段。典型的爬升航段剖面如图 2 所示。

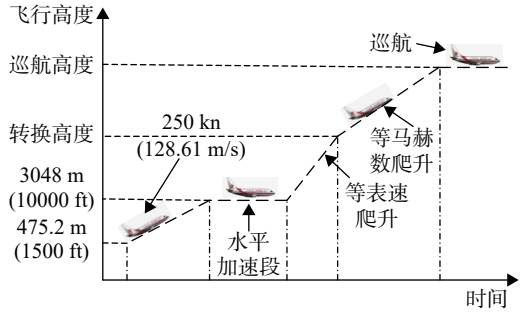

图 2　典型的爬升航段剖面

Fig. 2　Typical flight profile in climb phase

飞机在爬升的初始航段时，通常采用 250 kn (128.61 m/s)的等表速爬升到 3 048 m(10 000 ft)处。

水平加速之后，飞机先以等表速(V_{ias})方式爬升，在低于转换高度时，随高度增加，真空速增大，飞机处于加速爬升过程。在较高的大气高度下，考虑到空气可压缩性的影响，为避免飞机出现抖振，需将马赫数限制在一定数值以下，因此改用等马赫数(Ma)爬升。爬升过程中也可根据飞机初始质量和成本指数计算，将真空速以经济爬升速度爬升。

1.2　巡航航段

民航客机的巡航航段是指从飞机爬升航段结束到下降航段开始之间的飞行过程。飞机爬升到顶点后，采用来自驾驶舱方式控制面板(mode control panel, MCP)设定的目标速度或飞行管理系统(FMS)输出的目标速度进行巡航。

若巡航距离较短，以 FMS 提供的最经济巡航马赫数进行等高度巡航飞行；若巡航距离较长，随着巡航时间推移，耗油量增加，飞机质量将减小，维持经济巡航马赫数对应的巡航高度(最佳巡航高度)将不断升高，理论上，飞机飞行采用巡航高度随着飞机质量变化的巡航方式，可实现最小燃油消耗的目标，但实际飞行中，由于受空中交通管制和航路点的限制，为改善巡航的经济性，通常采用如图 3 所示阶梯爬升的巡航方式。

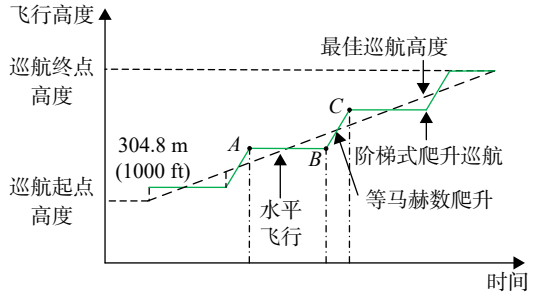

图 3　典型的巡航航段剖面

Fig. 3　Typical flight profile in cruise phase

阶梯式爬升巡航方式可以视为由多个阶梯组成，每个阶梯又由两个小阶段组成，分别是水平等高度飞行(AB 段)、等马赫数爬升(BC 段)。每个阶梯从高于最优巡航高度的 304.8 m(1 000 ft)开始(A 点)，水平飞行到低于最优巡航高度 304.8 m (1 000 ft)高度处(B 点)，等马赫数爬升到高于当前最优巡航高度的 609.6 m(2 000 ft)(C 点)，然后进行下一个阶梯。

1.3　下降航段

民航客机的下降航段是指由巡航结束点下降到进近航段高度(距目的地机场垂直距离 457.2 m (1 500 ft))的飞行过程。典型的下降航段剖面如图 4 所示。

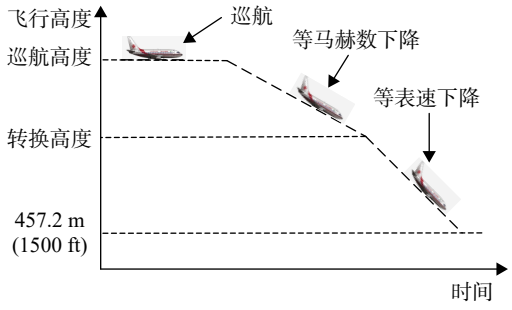

图 4 典型的下降航段剖面

Fig. 4 Typical flight profile in descend phase

下降方式选择通常综合考虑座舱压力变化与旅客舒适感，同时满足座舱结构对舱内外压力差的限制要求。下降率不能过大，同时考虑驾驶员操作效率以及考虑节约燃油。

下降航段飞行特点与爬升航段相反，具体飞行剖面可参照爬升航段剖面，此外为满足机场空管需求，下降过程中会进行不定距离的水平飞行。

2 典型航段推力目标值计算方法

飞机在飞行状态下的推力目标值，实质上是维持当前飞行状态所需的发动机推力，理论上可通过飞行动力学进行计算，其原理为根据飞机飞行的状态，建立真空速、各角度、推力、力矩等参数的运动方程，然后通过数值迭代求解飞行时间、飞行距离、飞机剩余质量等参数，最后计算出对应的推力目标值。

在机体轴系中，飞机真空速的相对速度分量为

$$\begin{cases} U = V_{\mathrm{t}}\cos\alpha\cos\beta \\ V = V_{\mathrm{t}}\sin\beta \\ W = V_{\mathrm{t}}\sin\alpha\cos\beta \end{cases} \tag{1}$$

其中 V_{t} 为风轴系下飞机的真空速，α 为攻角，β 为侧滑角，U、V、W 分别为机体轴系轴线方向上的速度分量。

飞机在机体轴系下的六自由度模型由以下四组方程构成[24]：

1）位置方程

$$\begin{cases} \dot{P}_{\mathrm{n}} = U\cos\theta\cos\psi + V(-\cos\phi\sin\psi + \sin\phi\sin\theta\cos\psi) + W(\sin\phi\sin\psi + \cos\phi\sin\theta\cos\psi) \\ \dot{P}_{\mathrm{e}} = U\cos\theta\sin\psi + V(\cos\phi\sin\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi) + W(-\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi) \\ \dot{h} = U\sin\theta - V\sin\phi\cos\theta - W\cos\phi\cos\theta \end{cases} \tag{2}$$

其中ϕ为横滚角，θ 为俯仰角，ψ 为偏航角，$\dot{P}_{\mathrm{n}}$、$\dot{P}_{\mathrm{e}}$、$\dot{h}$分别为机体轴系轴线方向上的位置导数分量。

2）运动方程

$$\begin{cases} \dot{\phi} = P + \tan\theta(Q\sin\phi + R\cos\phi) \\ \dot{\theta} = Q\cos\phi - R\sin\phi \\ \dot{\psi} = (Q\sin\phi + R\cos\phi)/\cos\theta \end{cases} \tag{3}$$

其中 P、Q、R 为稳定轴系轴线方向上的飞机角速度分量。

3）力方程

$$\begin{cases} \dot{U} = RV - QW - g_{\mathrm{d}}\sin\theta + T/m + \bar{q}S_{\mathrm{w}}C_x/m \\ \dot{V} = -RU + PW + g_{\mathrm{d}}\sin\phi\cos\theta + \bar{q}S_{\mathrm{w}}C_y/m \\ \dot{W} = QU - PV + g_{\mathrm{d}}\cos\phi\cos\theta + \bar{q}S_{\mathrm{w}}C_z/m \end{cases} \tag{4}$$

其中 g_{d} 为重力加速度，C_x、C_y、C_z 为机体轴系轴线方向上的无量纲力系数，$\bar{q}$为动压。

4）力矩方程

$$\begin{cases} \Gamma\dot{P} = J_{xz}(J_x - J_y + J_z)PQ + J_z M_{\mathrm{l}} + J_{xz}M_{\mathrm{n}} - [J_z(J_z - J_y) + J_{xz}^2]QR \\ J_y\dot{Q} = (J_z - J_x)PR - J_{xz}(P^2 - R^2) + M_{\mathrm{m}} \\ \Gamma\dot{R} = [(J_x - J_y)J_x + J_{xz}^2]PQ + J_{xz}M_{\mathrm{l}} + J_x M_{\mathrm{n}} - J_{xz}(J_x - J_y + J_z)QR \\ \Gamma = J_x \cdot J_z - J_{xz}^2 \end{cases} \tag{5}$$

其中 M_{l} 为滚转力矩，M_{m} 为俯仰力矩，M_{n} 为偏航力矩，J_x、J_y、J_z 分别为绕机体轴系的惯性矩，J_{xz} 为惯性叉积。

针对前述民航客机各个航段的飞行特点，分析给出推力目标值计算方法。

2.1 爬升航段推力目标值计算

2.1.1 爬升航段基本公式分析

飞机在爬升航段的受力分析如图 5 所示。

在爬升航段，可以视为飞机稳定拉起，无滚转与侧滑。根据式(1)～式(5)飞机六自由度方程，

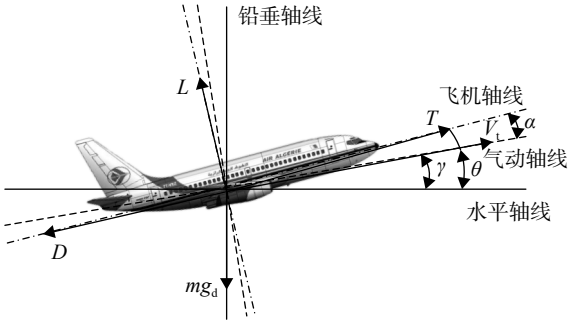

图 5　爬升航段飞机受力分析图

Fig. 5　Force analysis in climb phase

可以简化推导出机体轴坐标系下动力学方程为

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}t} = T\cos(\alpha+\varphi_p) - D - mg_d\sin\gamma \\ V_t m\dfrac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = T\sin(\alpha+\varphi_p) + L - mg_d\cos\gamma \end{cases} \tag{6}$$

爬升的加速度为

$$\dot{V}_a = \frac{1}{m}[T\cos(\alpha+\varphi_p) - D - mg_d\sin\gamma] \tag{7}$$

由式(6)得

$$\frac{1}{g_d}\cdot\frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}t} = \frac{T\cos(\alpha+\varphi_p) - D}{mg_d} - \sin\gamma \tag{8}$$

其中 $\dfrac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}h}\cdot\dfrac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$，代入式(8)得爬升梯度

$$\sin\gamma = \frac{1}{g_d}\cdot\frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}h}\cdot\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} - \frac{T\cos(\alpha+\varphi_p) - D}{mg_d} \tag{9}$$

爬升率为

$$R_c = V_t\left[\frac{1}{g_d}\cdot\frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}h}\cdot\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} - \frac{T\cos(\alpha+\varphi_p) - D}{mg_d}\right] \tag{10}$$

2.1.2　爬升航段参数计算

式(6)～式(10)中，飞机质量 m、俯仰角 θ、发动机安装角 φ_p、真空速 V_t 等参数均通过飞行过程中飞机机载传感系统测得。升力系数 C_L、阻力系数 C_D 是飞机的气动特性参数，理论上可以通过以下方法计算。

飞机的升力系数 C_L 与机翼展弦比 R_a 以及局部后掠角 $\Lambda_{c/4}$、c 为机翼弦长的关系[25] 如式(11)：

$$f(C_L, R_a) = \frac{C_L\sqrt{R_a}}{\cos\Lambda_{c/4}\left(1+\dfrac{h/c}{10}\right)} \tag{11}$$

也可以按式(12)近似计算[25]

$$f(C_L, R_a) = 0.17R_a + 0.15 \tag{12}$$

升力系数 C_L 需结合飞行真空速、襟翼角度、下滑角、姿态攻角、起落架状态及平均空气动力弦(mean aerodynamic chord, 记为 c_{ma})表示的重心等飞机状态参数来计算。实际工程中，一般由飞机设计部门生成特性曲线供相关设计使用。典型的民航客机升力系数曲线类似如图 6 所示，该图为波音 737-800 在襟翼角为 0°、c_{ma} 为 6% 时，不同马赫数下攻角与升力系数关系曲线[26]。

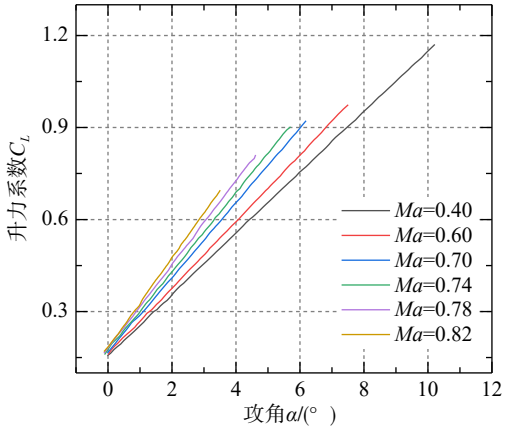

图 6　波音 737-800 的升力系数曲线

Fig. 6　Lift coefficient curves of Boeing 737-800

阻力系数 C_D 与升力系数性质类似，也需结合飞机状态参数计算。实际工程中，飞机设计部门通常给出升力系数与阻力系数关系曲线，类似如图 7 所示，该图为波音 737-800 在不同马赫数下升力系数与阻力系数对应关系[26]。

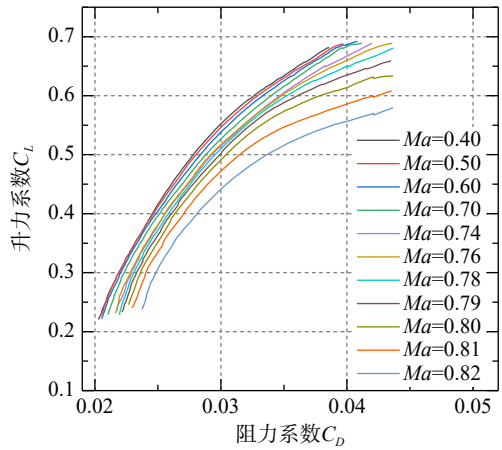

图 7　波音 737-800 的升力阻力系数曲线

Fig. 7　Lift and drag coefficient curves of Boeing 737-800

2.1.3　爬升航段推力目标值计算

根据爬升航段飞行方式，即在中低空保持等表速爬升，在高空保持等马赫数爬升两种爬升方式，推力目标值计算方法分别如下。

1) 在等表速爬升方式下，由受力分析，可得

运动方程

$$\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}h}{V_{\mathrm{t}}\sin\gamma} \tag{13}$$

将微分方程改写成以高度间隔 Δh 为步长的形式可得：

时间间隔

$$\Delta t=\frac{\Delta h}{V_{\mathrm{t}}\sin\gamma} \tag{14}$$

爬升角

$$\gamma=\arcsin\left(\frac{\Delta h}{\Delta t}\cdot\frac{1}{V_{\mathrm{t}}}\right) \tag{15}$$

水平位移

$$x_i=x_{i-1}+\left(\frac{V_{\mathrm{t}}\cos\gamma+V_{\mathrm{w}}}{V_{\mathrm{t}}\sin\gamma}\right)\cdot\Delta h \tag{16}$$

式中 i 为计算步数，V_{w} 为风速。

爬升高度

$$h_i=h_{i-1}+\Delta h \tag{17}$$

真空速可由式(18)确定[27]：

$$V_{\mathrm{t}}=V_{\mathrm{ias}}\sqrt{\frac{T_0}{288.15}\cdot\frac{101\,325.25}{p_0}} \tag{18}$$

由式(18)推导可得：

当 $h\leqslant 11$ km 时，$\mathrm{d}V_{\mathrm{t}}/\mathrm{d}h$ 为

$$\frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}h}=V_{\mathrm{t}}\frac{(0.0478\,883+1.095\,96\times10^{-5}h)/1\,000}{\sqrt{101\,325.25T_0/(288.15p_0)}\cdot(1-h/443\,08)} \tag{19}$$

当 $h>11$ km 时，$\mathrm{d}V_{\mathrm{t}}/\mathrm{d}h$ 为

$$\frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}h}=V_{\mathrm{t}}\frac{\sqrt{101\,325.25T_0/(288.15p_0)}}{12\,636} \tag{20}$$

升力系数和阻力系数可由前述参数计算环节计算确定，由此可得

飞机升力

$$L=\frac{1}{2}C_L\rho V_{\mathrm{t}}^2S_{\mathrm{w}} \tag{21}$$

飞机阻力

$$D=\frac{1}{2}C_D\rho V_{\mathrm{t}}^2S_{\mathrm{w}} \tag{22}$$

其中 ρ 为空气密度。

综合上述计算，可得等表速爬升方式下的推力目标值为

$$T=\frac{m\cdot\dfrac{\Delta V_{\mathrm{t}}}{\Delta h}\cdot\dfrac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}+D+mg_{\mathrm{d}}\sin\gamma}{\cos(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})} \tag{23}$$

2）在等马赫数爬升方式下，与等表速爬升计算方法类似，式(13)～式(17)仍然成立，只是计算真空速 V_{t} 的方式不同。

在等马赫数爬升方式下，真空速可由 Ma 和当地声速 a 的函数关系式确定：

$$V_{\mathrm{t}}=Ma\cdot a \tag{24}$$

其中

$$a=\sqrt{kR_{\mathrm{g}}T_0} \tag{25}$$

式(25)中，k 为空气比热比，R_{g} 为气体常数，根据标准大气表，有

$$\begin{cases}T_0=288.15-6.5h & h\leqslant 11\ \mathrm{km}\\ T_0=216.7 & h>11\ \mathrm{km}\end{cases} \tag{26}$$

由式(24)～式(26)，结合式(13)～式(17)，可推导得等马赫数爬升方式下推力目标值为

$$T=\frac{mMa\dfrac{\mathrm{d}a}{h}\cdot\dfrac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}+D+mg_{\mathrm{d}}\sin\gamma}{\cos(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})} \tag{27}$$

综上，飞机在爬升航段推力目标值计算流程可归纳如图 8 所示。

2.2 巡航航段推力目标值计算

2.2.1 巡航航段基本公式分析

飞机在巡航航段受力分析如图 9 所示。

机体轴坐标系下飞机动力学方程为

$$\begin{cases}m\cdot\dfrac{\mathrm{d}V_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}=T\cos(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})-D-mg_{\mathrm{d}}\sin\gamma\\ 0=T\sin(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})+L-mg_{\mathrm{d}}\cos\gamma\end{cases} \tag{28}$$

2.2.2 巡航航段参数计算

1）巡航马赫数计算

在式(28)中，飞机质量 m、真空速 V_{t} 等参数通过飞行过程中飞机机载传感系统测得。升力系数 C_L 和阻力系数 C_D 与爬升航段计算方法相同。

在飞机的飞行计划中，为了实现巡航航段节省燃油的目标，引入燃油里程的概念，并以此确定合适的巡航马赫数。

飞机燃油里程 S_{r} 表示消耗单位燃油量所飞过的距离，也称为燃油里程(单位：km/kg)。通常使用式(29)求取[20]：

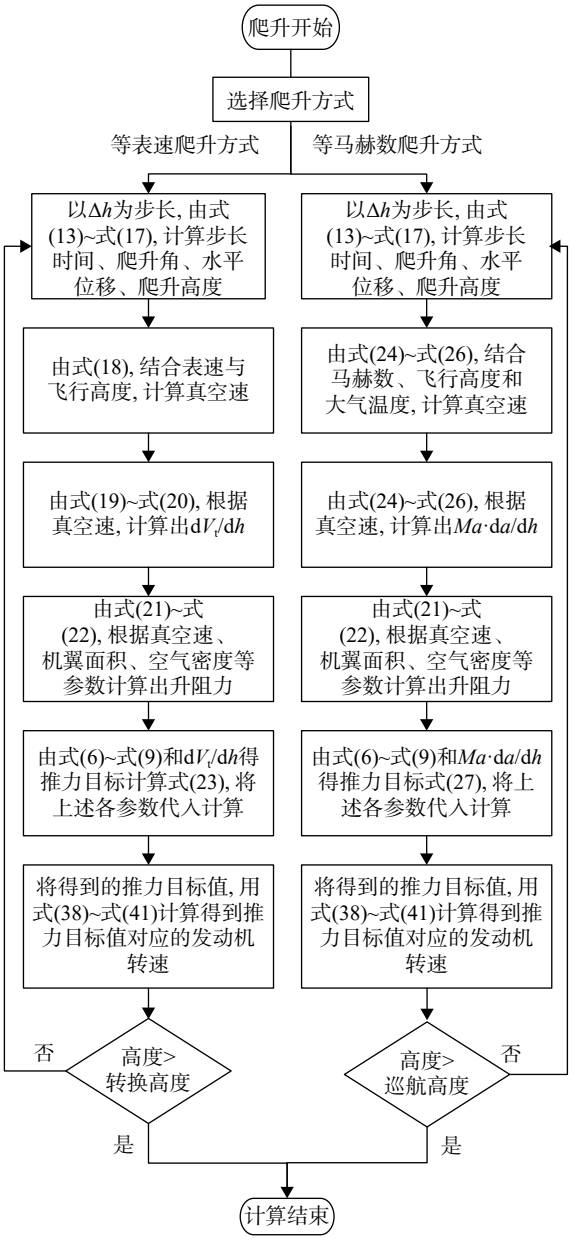

图 8　爬升航段推力目标值计算流程图

Fig. 8　Flow chart of thrust target calculation in climb phase

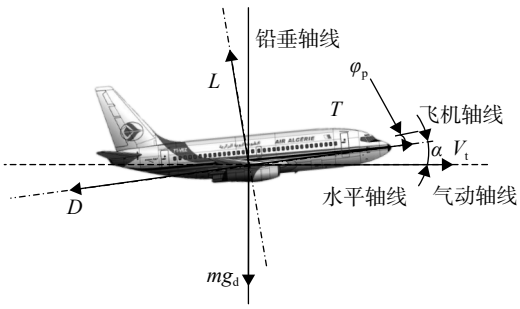

图 9　巡航航段飞机受力分析图

Fig. 9　Force analysis in cruise phase

$$S_r = \frac{V_t}{W_f} = \frac{3\,600aMa\cdot K}{mg_d W_{sfc}} \tag{29}$$

式中 W_f 为燃油流量；W_{sfc} 为发动机燃油消耗率；K 为升阻比，与俯仰角的关系类似图 10。当地声速 a 由式(25)与(26)计算得到。

通过式(29)计算燃油里程，需要考虑大气高度、巡航马赫数、飞机质量、俯仰角等参数。每一个给定飞行高度都有对应的燃油里程曲线，再给定飞机质量则有一条表示 S_r 与巡航马赫数的关系曲线。飞机质量越大，S_r 越小，即相同水平距离飞行耗油越多。在海平面高度、双发工作模式下的典型燃油里程与巡航时的飞行高度、巡航马赫数、飞机质量关系曲线类似图 11 和图 12[26]。

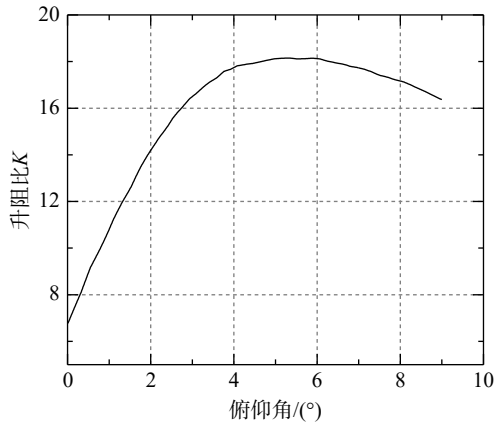

图 10　升阻比曲线

Fig. 10　Lift-to-drag ratio curve

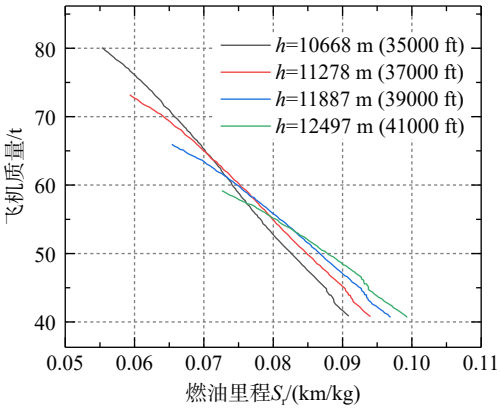

图 11　S_r 与飞机质量和飞行高度关系

Fig. 11　Relationship between aircraft weight and S_r and flight altitude

飞机在某一巡航高度，由图 11 和图 12 可确定出经济巡航马赫数。

2）巡航高度计算

巡航高度影响到巡航性能，涉及飞行安全和飞行经济性。当巡航马赫数确定时，对于不同飞机质量，由燃油里程随飞行高度的变化表明，在对应的高度范围上有一个较大的燃油里程对应。

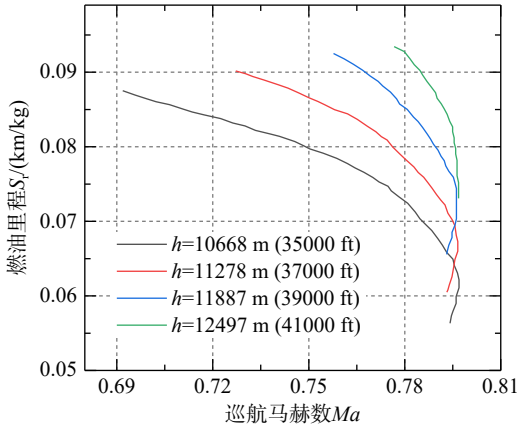

图 12 巡航马赫数与 S_r 和飞行高度关系

Fig. 12 Relationship between S_r and cruise Mach number and flight altitude

飞机等马赫巡航时，由式(21)得飞机重力：

$$mg_d = \frac{L}{\cos\alpha} = \frac{0.5C_L\rho a^2 Ma^2 S_w}{\cos\alpha} \tag{30}$$

由气体状态方程并结合声速计算公式，可得

$$\rho a^2 = \frac{p_0}{R_g T_0} k \cdot R_g T_0 \tag{31}$$

代入式(30)得

$$mg_d = \frac{0.5C_L k p_0 Ma^2 S_w}{\cos\alpha} \tag{32}$$

在飞机飞行过程中，比热比 k 和机翼面积 S_w 是确定的，飞机重力 mg_d 由机载传感系统测量得到，马赫数 Ma 为飞行管理计算机给定，由此可获得类似图 13 所示巡航高度、飞机质量、马赫数关系曲线，由此可以确定得到巡航高度。

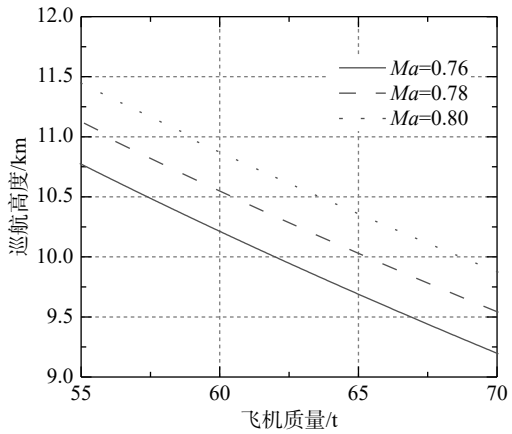

图 13 巡航高度、飞机质量、马赫数关系曲线

Fig. 13 Relationship between cruise altitude and aircraft weight and Ma

2.2.3 巡航航段推力目标值计算

上述分析了飞行计划制定时，巡航航段的高度与马赫数确定方法。在实际飞行中，已知当前飞机的巡航飞行高度与马赫数时，由式(30)～式(32)可计算出相关参数。

由文中第 1.2 节分析可知，飞机主要有等高度巡航和阶梯爬升巡航两种巡航方式。结合上述参数计算方法，分析给出推力目标值计算方法。

1) 等高度巡航方式

飞行高度即为爬升航段结束后的巡航高度。根据该巡航高度、飞机质量得到最经济燃油里程，再结合巡航里程可以在图 11 和图 12 插值得到巡航马赫数。真空速可以由式(24)～式(26)用马赫数计算。

在等高度巡航方式下，由受力分析，可得运动方程：

$$\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{V_t\cos\gamma + V_w} \tag{33}$$

将微分方程改写成以位移间隔 Δx 为步长形式的水平等高度飞行形式，可得时间间隔：

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{V_t + V_w} \tag{34}$$

计算到直到飞机飞到巡航终点，即水平飞行达到要求的航程距离。

综上，结合式(28)可得等高度巡航的推力目标值为

$$T = \frac{0.5C_D\rho V_t^2 S_w + mg_d\sin\gamma}{\cos(\alpha+\varphi_p)} \tag{35}$$

2) 阶梯爬升巡航方式

飞机爬升到巡航高度后，以此作为第一个巡航高度 H_{cru1}，以等高度巡航方式飞行(图 3 中 AB 段)，用式(35)计算目标推力值。随着飞机质量减少，当巡航高度低于最佳巡航高度 304.8 m(1 000 ft)，即 $H_{cru1}<H-304.8$ m(1 000 ft)时，采用等马赫数爬升方式爬升到 H_{cru2}(图 3 中 BC 段)，其中第二个巡航高度取值为 $H_{cru2}=H_{cru1}+609.6$ m(2 000 ft)，爬升用式(27)计算目标推力值。之后类似地，继续以这种阶梯方式飞行，直到飞机到达巡航终点。

综上，飞机在巡航航段推力目标值计算流程可归纳如图 14 所示。

2.3 下降航段推力目标值计算

2.3.1 下降航段基本公式分析

下降航段的受力分析方法同爬升航段类似，只是下降时 γ 为负值，在爬升航段相关计算式中的飞机质量分量为$-mg_d\sin\gamma$(γ 取绝对值)。

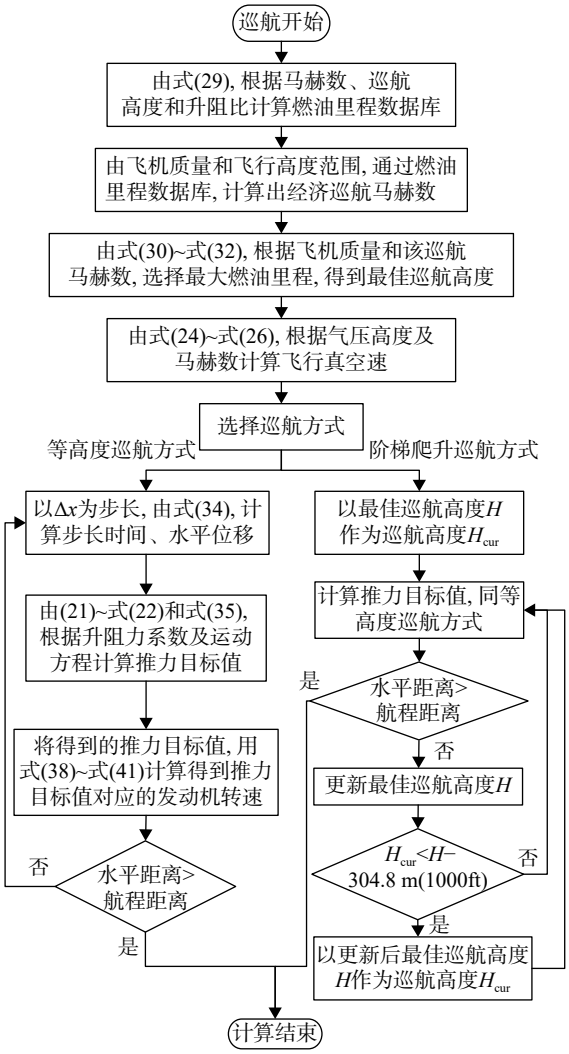

图 14　巡航航段推力目标值计算流程图

Fig. 14　Flow chart of thrust target calculation in cruise phase

2.3.2　下降航段推力目标值计算

航线下降最常用的方式是在高空保持等马赫数下降，中低空保持等表速下降。下降时真空速随下降高度变化的特点与爬升时恰好相反。

各方式计算方法与爬升航段推力目标值计算方法思路相同，本文省略相关推导过程，直接给出各个下降方式下的推力目标值计算公式，其中：

1）等马赫数下降方式的推力目标值

$$T=\frac{mMa\cdot\frac{\mathrm{d}a}{h}\cdot\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}+D-mg_{\mathrm{d}}\sin\gamma}{\cos(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})} \tag{36}$$

2）等表速下降方式的推力目标值

$$T=\frac{m\frac{\Delta V_{\mathrm{t}}}{\Delta h}\cdot\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}+D-mg_{\mathrm{d}}\sin\gamma}{\cos(\alpha+\varphi_{\mathrm{p}})} \tag{37}$$

由前述分析可知，下降航段推力目标值计算流程与爬升航段相似，具体可参考图 8。

应该说明的是，上述计算方法为参考美国联邦航空条例 Part.25《运输类飞机适航标准》[22] 以及中国民用航空规章第 25 部《运输类飞机适航标准》(CCAR-25-R4)[23] 所确定的飞机典型全航段飞行剖面特征进行分析计算的，在飞机实际飞行中，受飞行计划以及航路管制等原因，在整个航线内不一定经历上述全部模式。

3　推力目标值的形式转换计算

上述分析了各个航段的推力目标值计算方法，计算获得的数值为飞机所需的真实物理推力值。在实际飞行管理系统中，作为对发动机需求推力的指令，飞机推力管理计算机最终以发动机转速 N_1 的形式来表征对应推力目标值大小[2,7-8]，因此需将物理推力转换为发动机转速 N_1。

由气体动力学，发动机进口总温 T_1^* 与总压 p_1^* 与飞行高度处的大气温度 T_0 和大气压力 p_0 以及马赫数的关系为

$$T_1^*=T_0\left(1+\frac{k-1}{2}Ma^2\right) \tag{38}$$

$$p_1^*=p_0\left(1+\frac{k-1}{2}Ma^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{39}$$

由航空发动机原理，发动机物理推力 T 与换算推力 T_{cor} 的关系为

$$T_{\mathrm{cor}}=\frac{T}{p_1^*/101\,325.52} \tag{40}$$

发动机转速 N_1 与换算转速 $N_{1\mathrm{cor}}$ 的关系为

$$N_1=N_{1\mathrm{cor}}\frac{\sqrt{T_1^*}}{\sqrt{288.15}} \tag{41}$$

由式(38)与式(39)，可计算得大气飞行高度与马赫数下的发动机进口总温 T_1^* 与总压 p_1^*，代入式(40)可计算得换算推力 T_{cor}。

根据航空发动机原理与气体动力学的相似原理，在确定的马赫数下，发动机换算推力 T_{cor} 与换算转速 $N_{1\mathrm{cor}}$ 呈确定的对应关系类似于图 15，该图为波音 737-800 在不同马赫数下 T_{cor} 与换算转速 $N_{1\mathrm{cor}}$ 曲线[26]。

结合当前马赫数，在类似图 15 的曲线中，可

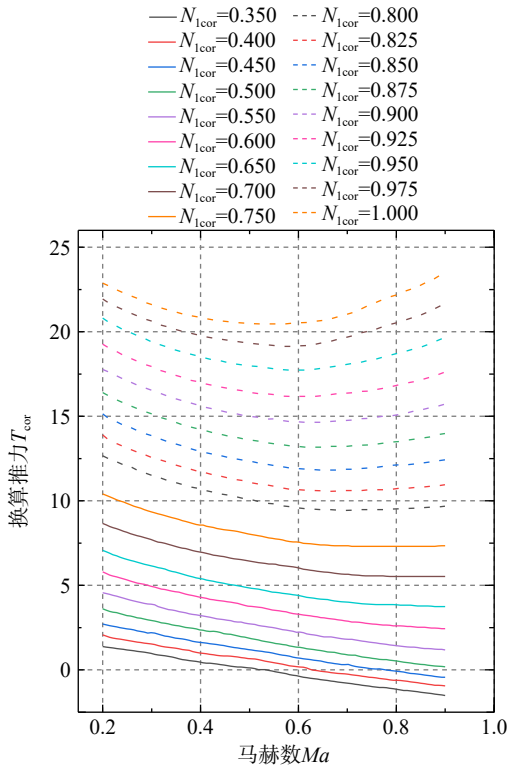

图 15 航空发动机 T_{cor}、Ma 和 N_{1cor} 的关系曲线

Fig. 15 Relationship of aeroengine between T_{cor} and Ma and N_{1cor}

通过插值计算出对应的换算转速 N_{1cor}。进一步，由式(41)可以计算得到推力目标值对应的发动机转速 N_1。

4 仿真及结果与分析

4.1 仿真算例

以波音 737-800 实际飞行数据为例，提取整个航段(不包括起飞与进近航段)中与推力目标值计算有关的参数来验证本文所分析的推力目标值计算方法。

飞机整个飞行航段的数据，在剔除不合理的参数点后的历程曲线如图 16，其中图 16(a)为飞行高度与飞行真空速变化曲线；图 16(b)为飞机质量、俯仰角、风速参数变化曲线；图 16(c)为反映推力大小的发动机转速 N_1，以及油门杆角度变化曲线。

4.2 仿真及结果分析

飞行航段记录的数据并未明确说明飞机飞行中各航段所采取的具体飞行方式。因此本文在仿真时，依据真空速和马赫数等数据计算对应表速，并结合前述各个航段推力目标值计算方法来分析判断飞机飞行中所采用的飞行方式。

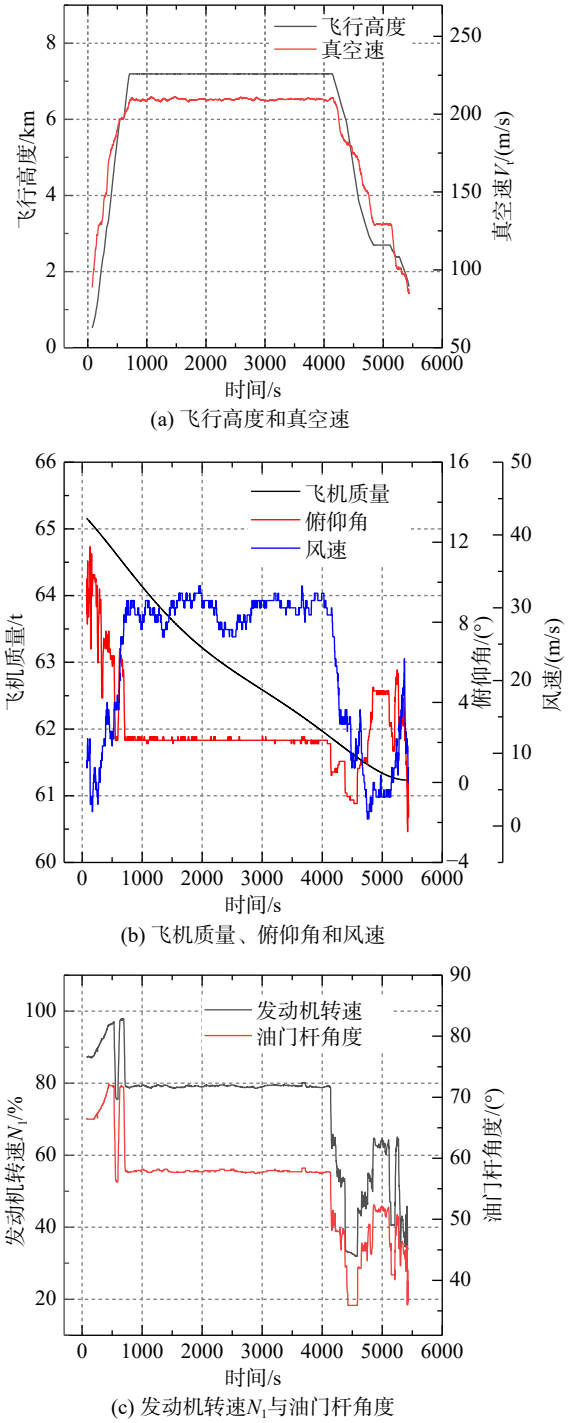

图 16 飞机飞行记录曲线

Fig. 16 Aircraft flight record curves

根据图 16(a)飞行剖面，并结合飞行记录的其他参数进行分析，判断飞机在达到目标高度 6.004 km 之前为等表速爬升，然后水平加速，再以等表速爬升方式到 7.193 km，爬升航段结束。

对图 16 飞行记录中的 200～720 s 爬升航段，按本文所述的对应爬升方式进行推力目标值计算，仿真获得的发动机转速 N_1 与飞行记录的转速 N_1 对比如图 17 所示，仿真和飞行数据以及对比误差

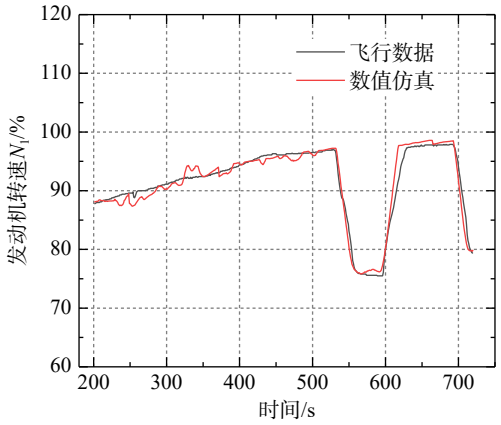

图 17　爬升航段仿真结果和飞行数据对比

Fig. 17　Comparison of simulation results and flight data in climb phase

如表 1。

图 17 中，在 200～530 s 经对图 16(a)真空速按式(18)转换可知，飞机按 278 kn(143.02 m/s)表速进行爬升，由式(23)可得，在对流层以下，飞机表速保持不变的同时，随着高度增加，飞机真空速也随之增加，因此飞机推力随着高度增加逐渐增大。

在 540～610 s 通过分析图 16(a)飞行数据，可知飞机处于水平平飞状态。此时，计算推力目标值应采用等高度巡航的计算方法，且在飞机巡航时所需的转速 N_1 应低于爬升航段所需的转速 N_1，因此转速 N_1 降低的趋势是正确的，而且用巡航航段计算方法计算的结果约为 75%，该值与飞行记录数据相近。

之后继续采用上述等表速爬升方式爬升，N_1 增加，直到爬升到转换高度，飞机改平进入巡航航段。

从图 17 对比可以得出，仿真结果与飞行记录的发动机转速 N_1 变化趋势基本吻合，受爬升航段风速与俯仰角波动(如图 16(b))的影响，仿真结果存在波动，但从表 1 对比可知，发动机转速 N_1 的误差在 3% 以内。

根据图 16(a)飞行剖面分析可知飞机在巡航航段采用的为等高度巡航方式。设定巡航航段的开始高度为爬升结束后的高度，即 7.193 km，巡航平飞时马赫数为 0.673。

按本文巡航航段推力目标值计算方法，仿真获得巡航过程的发动机转速 N_1 与飞行记录转速 N_1 对比如图 18 所示，仿真和飞行数据以及对比误差如表 2。

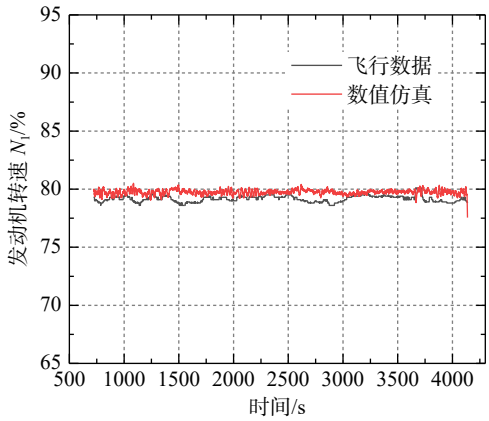

图 18　巡航航段仿真结果和飞行数据对比

Fig. 18　Comparison of simulation results and flight data in cruise phase

表 1　爬升航段飞行数据及仿真数据

Table 1　Flight data and simulation results in climb phase

时间/s	发动机转速 N_1/%		误差
	飞行数据	数值仿真	
200	87.8	88.015 3	0.215 3
250	89.6	87.787 7	1.812 3
300	91.1	90.235 3	0.864 7
350	92.4	92.392 3	0.007 7
400	94.4	94.574 7	0.174 7
450	96.3	95.767 3	0.532 7
500	96.5	96.053 1	0.446 9
550	83.1	80.318 6	2.781 4
600	80.0	80.188 5	0.188 5
650	97.6	98.332 2	0.732 2
700	94.1	91.670 4	2.429 6

表 2　巡航航段的飞行数据及仿真数据

Table 2　Flight data and simulation results in cruise phase

时间/s	发动机转速 N_1/%		误差
	飞行数据	数值仿真	
800	78.8	79.353 9	0.553 9
1 100	78.9	79.812 5	0.912 5
1 400	79.4	79.34	0.06
1 700	78.9	79.711 7	0.811 7
2 000	79.0	79.557 6	0.557 6
2 300	79.5	79.756 1	0.256 1
2 600	79.1	79.510 5	0.410 5
2 900	78.6	79.803 2	1.203 2
3 200	79.6	79.564 7	0.035 3
3 500	79.3	79.721 5	0.421 5
3 800	79.3	79.577 1	0.277 1
4 100	79.1	79.925 7	0.825 7

从图 16(a)的飞行高度与飞行速度变化可知，巡航高度与速度基本恒定，巡航模式较为简单。图 18 对比表明，仿真结果与飞行记录的发动机转速 N_1 变化趋势基本吻合，巡航航段的发动机转速 N_1 仿真误差在 2% 以内。

由图 16(a)飞行剖面分析可知，飞机在下降航段为先以表速 265 kn(136.33 m/s)(对应图 16(a)的真空速 207 m/s)开始等表速下降，然后在 5.86 km (4 380 s)处快速下降，最后用等表速与水平平飞的方式进行阶梯下降。按本文下降推力目标值计算方法，仿真获得从巡航航段结束至 5 120 s 下降航段(a)的发动机转速 N_1 与飞行记录转速 N_1 对比如图 19 所示，仿真和飞行数据以及对比误差如表 3。

从图 19 对比可以得出，在 5 120 s 以前的下降航段仿真结果与飞行记录的发动机转速 N_1 趋势基本吻合，表 3 中整点时刻记录的数据对比表明发动机转速 N_1 的仿真误差在 2% 以内，但从图 19 直观地看，非整点时刻实际记录数据要比仿真数据波动大一些，为了更合理对仿真误差进行评价，将飞行数据与仿真数据进行加权平对比，经计算在该下降航段的加权平均误差为 1.040%。

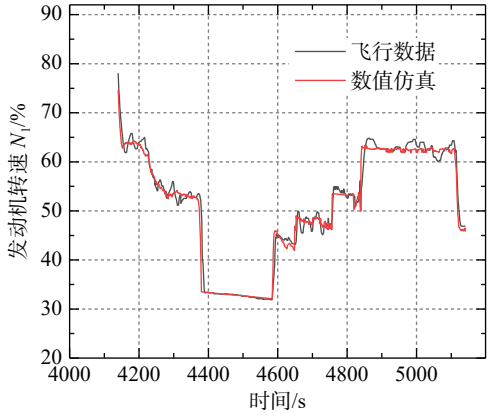

图 19 下降航段(a)仿真结果和飞行数据对比

Fig. 19 Comparison of simulation results and flight data in descent phase (a)

表 3 下降航段(a)飞行数据及仿真数据

Table 3 Flight data and simulation results in descent phase (a)

时间/s	发动机转速 N_1/%		误差
	飞行数据	数值仿真	
4 200	64.0	63.622 60	0.377 40
4 300	55.5	53.739 30	1.760 70
4 400	33.3	33.36600	0.06600
4 500	32.6	32.685 70	0.085 70
4 600	44.8	45.294 45	0.494 45
4 700	45.9	47.478 90	1.578 90
4 800	52.8	53.216 70	0.416 70
4 900	62.6	62.683 80	0.083 80
5 000	63.4	61.995 6	1.404 40
5 100	63.4	61.677 9	1.722 10

在 4 370～4 580 s 通过分析图 16(a)，可知飞机此时快速下降，飞机的下降率较大，即 dh/dt 绝对值较大，此时飞机所需推力急剧减小，发动机进入慢车状态。在民航飞机上，此时到达了发动机限制值的边界，在限制值的限制下计算得到的发动机转速 N_1 约为 32%，该值与飞行记录数据相近。

下降航段中，从 5 120 s 开始，直至 5 400 s 接近下降航段结束(b)，对原始飞行数据进行分析，不能明确判断具体采用的下降飞行方式，本文近似采用等表速下降(取值为该阶段的平均表速)计算方法，获得该下降航段计算的发动机转速 N_1 与飞行记录转速 N_1 对比如图 19 所示，仿真数据与飞行数据以及两者的对比误差如表 4。

对图 20 与表 4，并结合图 16(a)进行分析可知，5 120 s 后的仿真计算误差较大，尤其是 5 310 s 之后的航段，飞行记录的高度为 1.603 km，考虑机场标高可知实际距离机场高度仅有 824 m，飞行高度接近机场进近高度。经过对飞行数据的俯仰角、表速等参数分析，发现飞机真空速快速减小，此时飞机采用副翼控制升力，加之发动机处于慢车，推力绝对值较小，因此按下降航段推力目标值理论方法计算的 N_1 相对误差较大。不过，在飞机实际推力管理中，飞机接近机场进近高度时，此时油门杆控制由多个因素决定，所计算的推力目标值对油门杆控制只具有参考意义。

综合图 17～图 20，得到全航段按推力目标值计算的发动机转速 N_1 与飞行记录的转速 N_1 对比

表 4 下降航段(b)飞行数据及仿真数据

Table 4 Flight data and simulation results in descent phase (b)

时间/s	发动机转速 N_1/%		误差
	飞行数据	数值仿真	
5 150	40.6	46.529 16	5.929 16
5 200	40.6	44.297 88	3.697 88
5 250	64.7	61.783 60	2.916 40
5 300	36.4	35.762 90	0.637 10
5 350	39.5	40.772 56	1.272 56
5 400	34.9	45.250 20	10.350 20

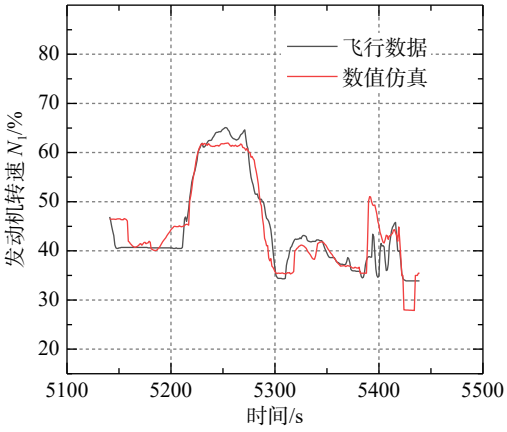

图 20　下降航段(b)仿真结果和飞行数据对比

Fig. 20　Comparison of simulation results and flight data in descent phase(b)

如图 21 所示。

全航段仿真对比图表明，在爬升航段、巡航航段和接近机场进近高度前的下降航段，仿真结果与飞机飞行记录的发动机转速 N_1 值变化趋势相符，典型记录点的仿真误差在 3% 以内，经计算上述主要航段仿真的加权平均误差为 0.845%，均方差为 1.160。

上述仿真与实际飞行记录有一定的误差，产生误差的原因包括：一是本文基于垂直平面对民航客机进行建模，假设飞机未进行滚转与侧滑运动，对飞机的六自由度方程进行了简化；二是实际飞行中，发动机会有部分压气机空气引气用于客舱空调或机翼除冰等工作，按发动机理想工作用于推力目标值计算并没有完全反映发动机的工作状态；三是仿真采用波音官方资料的波音 737-800 飞机相关特性参数，但实际使用中，随着飞机老化等现象，导致具体飞机参数发生变化。

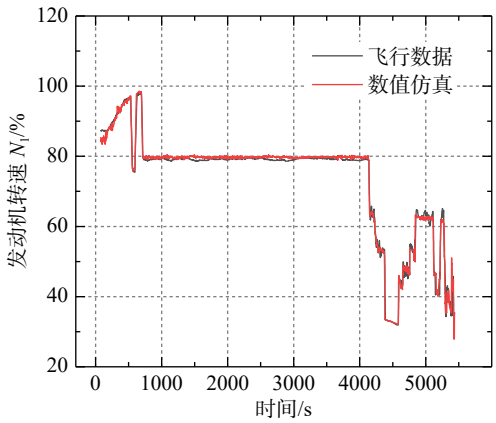

图 21　全航段推力目标值仿真结果和飞行数据对比

Fig. 21　Comparison of simulation results and flight data in full flight phase

5　结　论

对民航客机全飞行航段推力目标值(飞行的需求推力)计算方法进行研究，所做的研究及结论如下：

1）根据民航相关标准规定的各飞行航段与飞行方式，基于飞行动力学方法，得到了各飞行方式下推力目标值的计算方法。

2）以波音 737-800 实际飞行记录为例，对爬升、巡航和主要下降航段采用所得到的计算方法进行推力目标值计算，结果表明，仿真误差在 3% 以内。

论文所采用的推力目标值计算方法，由理论分析结合飞行记录数据验证了方法的有效性，具有一定的工程适用性，可为民航客机推力管理系统设计提供参考。

参考文献：

[1] 高金源，冯华南. 民用飞机飞行控制系统[M]. 北京：北京航空航天大学出版社，2018.

[2] 王金岩，孙晓敏，齐林，等. 民用飞机飞行管理系统[M]. 上海：上海交通大学出版社，2019.

[3] MOIR I, SEABRIDGE A, JUKES M. Civil avionics systems[M]. Hoboken, US : Wiley, 2013.

[4] 曹萱，李广文，薛广龙，等. 基于航迹运行的大型客机推力管理系统需求分析[J]. 飞机设计，2019, 39(5): 1-7.
CAO Xuan, LI Guangwen, XUE Guanglong, et al. Demand analysis of large passenger aircraft thrust management system based on trajectory based operation[J]. Aircraft Design, 2019, 39(5): 1-7. (in Chinese)

[5] Boeing Commercial Airplane Group. B737 aircraft flight manual [M]. Chicago, United States: The Boeing Company, 2002.

[6] Boeing Commercial Airplane Group. B737 Flight planning and performance manual[M]. Chicago, United States: The Boeing Company, 2006.

[7] 陈勇，赵春玲，张克志. 支线飞机自动飞行与飞行管理设计与验证[M]. 上海：上海交通大学出版社，2018.

[8] 李荣. 大型客机推力管理技术研究[D]. 西安：西北工业大学，2021.
LI Rong. Research on thrust management technology of large civil aircraft[D]. Xi 'an: Northwestern Polytechnical University, 2021. (in Chinese)

[9] DAIDZIC N. Jet engine thrust ratings[J]. Professional Pilot, 2012, 46(9): 92-96.

[10] KURZKE J. Modeling the thrust management of commercial airliners[R]. Reston, VA: 21st International Symposium on Air Breathing Engine, 2013.

[11] GUNN P D, MARTINDAKLE I C, HERALD R A, et al. Method and apparatus for automatically providing jet engine thrust ratings to avionic systems: US05893040A [P]. 1999-04-06.

[12] CHEN Yong, LENG Jingyan, LU Keke. Analysis and simulation of thrust management system for large plane[C]//2017 IEEE Interna-

tional Conference on Unmanned Systems. Piscataway, US: IEEE, 2018: 187-191.

[13] JIRÁSEK A, JEANS T L, MARTENSON M, et al. Improved methodologies for the design of maneuver for stability and control simulations[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 203-223.

[14] ZHANG Wei, GAO Yakui. Distributed architecture optimal design for aircraft thrust management system with safety method[J]. IOP Conference Series:Materials Science and Engineering, 2019, 692(1): 012037.

[15] 姚志超. 民用飞机新型推力管理架构研究[C]//第九届长三角科技论坛——航空航天科技创新与长三角经济转型发展分论坛论文集. 南京: 江苏省航空航天学会, 2012: 274-278.

[16] 杨森. 大型客机推力管理系统方案及其关键技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2012.
YANG Sen. Scheme and key technology research on thrust management system of large civil aircraft[D]. Xi 'an: Northwestern Polytechnical University, 2012. (in Chinese)

[17] 郑翌. 大型客机推力管理系统研究及飞/推综合控制系统设计[D]. 西安: 西北工业大学, 2012.
ZHENG Yi. Research on thrust management system and flight/thrust integrated control methods for large commercial aircrafts[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2012. (in Chinese)

[18] 孙鹏, 刘超, 柯劼. 大型飞机推力管理功能研究[J]. 民用飞机设计与研究, 2012(3): 18-21.
SUN Peng, LIU Chao, KE Jie. Civil aircraft thrust management function research[J]. Civil Aircraft Design & Research, 2012(3): 18-21. (in Chinese)

[19] 刘晓明, 赵廷渝, 温晓航, 等. 民航运输机减推力起飞技术[J]. 飞行力学, 2009, 27(3): 83-85.
LIU Xiaoming, ZHAO Tingyu, WEN Xiaohang, et al. Reduced-thrust takeoff technique applied to passenger airplanes[J]. Flight Dynamics, 2009, 27(3): 83-85. (in Chinese)

[20] 丁松滨. 飞行性能与飞行计划[M]. 北京: 科学出版社, 2013.

[21] 陈红英. 飞机性能工程[M]. 辽宁 大连: 大连海事大学出版社, 2019.

[22] Federal Aviation Administration. Part25 - airworthiness standards: transport category airplanes[S]. US: Federal Aviation Administration, 2008: 25.101-25.125.

[23] 中国民用航空局. 运输类飞机适航标准: CCAR-25-R4[S]. 北京: 中华人民共和国交通运输部, 2016: 23-27.

[24] BRIAN L S, FRANK L. 飞机控制与仿真[M]. 唐长红, 译. 北京: 航空工业出版社, 2017.

[25] ROSKAM J, LAN C T. Airplane aerodynamics and performance [M]. Kansas, US: DAR Corporation, 2016.

[26] Boeing Commercial Airplane Group. Boeing 737-800 performance engineers manual[M]. Chicago, United States: The Boeing Company, 1998.

[27] 李超, 严家明, 刘松林. 基于ARM的无人机真空速测量系统设计[J]. 电子技术应用, 2012, 38(10): 23-25, 29.
LI Chao, YAN Jiaming, LIU Songlin. Design of airspeed measuring system for the unmanned aerial vehicle based on ARM[J]. Application of Electronic Technique, 2012, 38(10): 23-25, 29. (in Chinese)

（编辑：陈　越）