文章编号:1000-8055(2024)07-20230690-11

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20230690

转子系统的动力学"临界跟随"特征及其试验验证

周 旋¹,廖明夫¹,侯理臻²,朱东华²,王 瑞¹,景琰婷¹
(1.西北工业大学动力与能源学院,西安710129;
2.中国航天科技集团有限公司西安航天动力研究所,西安710100)

摘 要:为了深入探究转子系统"临界跟随"现象的机理,建立悬臂转子模型,分析"临界跟随"状态下的转子动力学特性,设计搭建了悬臂转子试验器,并在高速超转试验台上进行试验验证。研究结果表明:当直径转动惯量与极转动惯量相等时,从一定的转速开始,盘的振动摆角响应会随转速持续增大;具有"临界跟随"特征的模态振型表现为,直径转动惯量与极转动惯量相等的盘位于振型节点,在不平衡力矩作用下,盘心振动位移为零,但盘的摆角不为零且随转速增加而增大,其相位角维持不变;若转子结构并非简单的单盘,则需计算组件的直径转动惯量与极转动惯量,以此检验是否会出现"临界跟随";考虑转轴质量时,盘的惯量符合直径转动惯量与极转动惯量,以此检验是否会出现"临界跟随";考虑转轴质量时,盘的惯量符合直径转动惯量与极转动惯量相等时,不会出现"临界跟随"现象,但会出现自振频率在较宽的范围与转子转速靠近,使"共振"区域变宽;"临界跟随"使得转子对不平衡激励非常敏感,应在转子动力学设计时予以避免。
 关键词:临界跟随;试验验证;陀螺效应;悬臂转子;固有频率
 中图分类号: V231.96

Characteristics and experimental verification of "critical following speed" on rotor system

ZHOU Xuan¹, LIAO Mingfu¹, HOU Lizhen², ZHU Donghua², WANG Rui¹, JING Yanting¹

(1. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

2. Xi'an Aerospace Propulsion Institute,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Xi'an 710100, China)

Abstract: In order to deeply investigate the mechanism of "critical following speed", a cantilever rotor dynamic model was established. The dynamic characteristics of the rotor system under "critical following speed" were analyzed. The cantilever rotor experimental system was designed and established, and experimental verification was finished on the overspeed test bench. The analysis results showed that from a certain rotational speed, when the diameter rotational inertia was equal to polar rotational inertia, the vibration pendulum angle response of the disk increased with the increasing rotational speed. The characteristics of the mode shape under "critical following speed" lied in that the disk (diameter rotational inertia was equal to polar rotational inertia) was located at the node of mode shape. The vibration displacement of the disk center was 0, but the pendulum angle of the disk was not 0 and increased with the increasing rotational speed, and the phase angle was kept constant. If the rotor was not a single-disk

收稿日期:2023-11-02

基金项目:国家科技重大专项(2017-Ⅳ-0001-0038)

作者简介:周旋(1984-),女,博士生,研究领域为转子动力学。

通信作者:廖明夫(1960-),男,教授,博士,研究领域为航空发动机转子动力学、风能工程。E-mail:mfliao@nwpu.edu.cn

引用格式:周旋,廖明夫,侯理臻,等.转子系统的动力学"临界跟随"特征及其试验验证[J]. 航空动力学报, 2024, 39(7): 20230690. ZHOU Xuan, LIAO Mingfu, HOU Lizhen, et al. Characteristics and experimental verification of "critical following speed" on rotor system [J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(7): 20230690.

structure, the diameter rotational inertia and polar rotational inertia of the component should be calculated to determine whether the "critical following speed" phenomenon occurred. Considering the mass of the rotating shaft, when the disk satisfied the condition which diameter rotational inertia was equal to polar rotational inertia, the phenomenon of "critical following speed" did not occur, and the natural frequency line could be close to the speed line within a wide range, which would widen the "resonance vibration" region. "critical following speed" made vibration extremely sensitive to unbalanced load, which should be avoided in rotor dynamics design.

Keywords: critical follower speed; experimental verification; gyroscopic effect; cantilever rotor; natural frequency

对于带偏置盘的转子,特别是悬臂转子,陀螺 效应会对转子振动特性产生较显著的影响。 Gasch 在文献 [1] 中指出, 当 $I_d = I_p$ 时 (I_d 为直径转 动惯量, I, 为极转动惯量), 转子转速增加, 逐步接 近转子第2阶自振频率时,第2阶自振频率随着 转子转速增加而线性增加,转子始终无法穿越该 阶自振频率,即使转速持续增加,转子还是一直 在第2阶自振频率邻近运行,振动会居高不下,这 种现象称之为"临界跟随"现象。但文献 [1] 未揭 示"临界跟随"现象的机理,也未给出试验验证。 廖明夫和李岩等人[2-5]建立了带偏置盘的转子模 型,进行了仿真计算,结果表明,出现"临界跟随" 现象后,转子响应对不平衡的激励非常敏感,在 不平衡力矩作用下,转子上盘的摆角随转速持续 增大。他们还指出航空发动机双转子系统可能出 现"临界跟随"现象,并给出了"临界跟随"的判别 方法和参数条件。侯理臻等人16 在进行火箭发动 机涡轮泵轮盘超转试验中,发现了试验转子的"临 界跟随"现象,并进行了初步验证。试验证实,对 于特定的转子结构,"临界跟随"现象确实会出现。

为了进一步揭示"临界跟随"现象的机理,本 文建立了悬臂转子模型^[7-13],分析"临界跟随"状态 下的转子动力学特性,提出了考虑轴质量分布时 "临界跟随"现象出现的条件和特征,并设计建造 了一套悬臂转子试验器,在高速超转试验台上进 行了试验研究^[14-18],为理论提供了试验支撑。

1 转子的动力学模型和运动微分方程

为了说明转子动力学"临界跟随"现象,取刚 支悬臂转子模型为分析对象,如图1所示。其中 L为盘心至左端支点之间的距离,即轴的长度; *a* 为两支点之间的距离; *b* 为轮盘距右端支点距离; *D*、*E*、ρ分别表示轴的直径、弹性模量以及密度。

转子系统运动微分方程为

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{\rm d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\boldsymbol{\varphi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -jI_{\rm p}\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & -js_{12} \\ js_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\varepsilon e^{j\beta} \\ HR\Delta m e^{j\gamma} \end{bmatrix} \Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (1)$$

式中 m 为盘的质量; r 和 φ 为盘的振动位移与摆 角; ε 为盘的质量偏心距; β 为质量偏心的相角; H为盘的厚度; Δm 表示等效不平衡量; γ 表示等效 不平衡量的相位; R 表示等效不平衡量所在的半 径位置; s_{11} 为轴在盘处的位移刚度; s_{22} 为转角刚 度; s_{12} 为转角引起的位移刚度; s_{21} 为位移引起的 转角刚度; Ω 为转子的转速。



图 1 悬臂转子动力学模型 Fig. 1 Dynamic model of cantilever rotor

2 转子"临界跟随"现象和判定条件

式(1)的齐次方程所对应的特征方程为

$$mI_{\rm d}\omega^4 - mI_{\rm p}\Omega\omega^3 - (s_{22}m + s_{11}I_{\rm d})\omega^2 + s_{11}I_{\rm p}\Omega\omega + (s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}) = 0$$
(2)

式中ω为自振频率,当极转动惯量 *I*_p和直径转动 惯量 *I*_d相等时,特征方程化为

$$mI_{d}\omega^{3}(\omega - \Omega) - s_{22}m\omega^{2} - s_{11}I_{d}\omega(\omega - \Omega) + (s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}) = 0$$
(3)

此时,由转子系统运动方程的特征方程仅能 解出1阶正进动临界转速:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{s_{22}m}} \tag{4}$$

图 2 为由式(2)解出的转子系统坎贝尔图。

由图 2 可见,转子系统第 2 阶正进动自振频率与 转速一同增高,并不断靠近转速线。在一定转速 之后,转子的第 2 阶正进动自振频率曲线几乎与 转速线平行。此时,转子转速与转子系统的第 2 阶正进动自振频率相近,但始终无法穿越该阶自 振频率。因此,转子将一直处于邻近共振状态。 这种现象称为动力学"临界跟随"现象。





由图 2 可以看出,当转子系统处于动力学"临 界跟随"状态时,转子自振频率的特征表现为



对转子系统特征方程(式(2))关于转速 Q 连 续求导 4 次,并将式(5)代入,进行化简,便可得到 如下表达式:

$$24m(I_{\rm d} - I_{\rm p})\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\Omega} = 0 \tag{6}$$

显然,满足式(6)的参数条件为 $I_d=I_p$,与前文 所述一致。因此,式(5)可以作为动力学"临界跟 随"现象的判断条件,而 $I_d=I_p$ 为转子系统具有动 力学"临界跟随"特性的参数关系。

结合文献 [2-5], 可得到如下 3 个判断条件:

1) $\frac{d\omega}{d\Omega} < 1$,则对应 $I_d > I_p$;在转子坎贝尔图上, 第 2 阶自振频率线与转速线相交,即存在第 2 阶 临界转速。

2) $\frac{d\omega}{d\Omega} = 1$,则对应 $I_d = I_p$;在转子坎贝尔图上, 第 2 阶自振频率线与转速线平行,即出现"临界跟 随"特征。

3) $\frac{d\omega}{d\Omega} > 1$,则对应 $I_d < I_p$;在转子坎贝尔图上, 第 2 阶自振频率线与转速线无交点,不存在第 2 阶临界转速。

图 3 表示在第 1 阶和第 2 阶正进动自振频率 线上 5 个点所对应的振型。由图 3 可见,当转速 升高,第 2 阶正进动自振频率线趋近转速线,而对



20230690-3



图 3 自振频率线上的振型点及其对应的振型 Fig. 3 Mode shapes of the points on the natural frequency line

应的振型中,盘心趋近旋转轴线,位移趋于0,而 摆角趋于90°。图4表示转子第1阶和第2阶正 进动自振频率线的斜率随转速的变化曲线。图4 表明,随着转速升高,第1阶自振频率线的斜率趋于0,而第2阶自振频率线的斜率趋于1。





3 "临界跟随"状态下转子振动响应

 $\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{r}} \\ \widehat{\boldsymbol{\varphi}} \end{bmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{j}\boldsymbol{\Omega}t} \tag{7}$

设转子的不平衡响应为

将式(7)代入式(1),解出盘的不平衡响应为

$$\begin{cases} r = \frac{\left[s_{22} - \Omega^2 \left(I_{\rm d} - I_{\rm p}\right)\right] \Omega^2 m \varepsilon e^{j\left(\Omega t + \beta\right)}}{\left(s_{11} - \Omega^2 m\right) \left[s_{22} - \Omega^2 \left(I_{\rm d} - I_{\rm p}\right)\right] - s_{12} s_{21}} + \frac{j s_{12} \Omega^2 H R \Delta m e^{j\left(\Omega t + \gamma\right)}}{\left(s_{11} - \Omega^2 m\right) \left[s_{22} - \Omega^2 \left(I_{\rm d} - I_{\rm p}\right)\right] - s_{12} s_{21}}} \\ \varphi = \frac{-j s_{21} \Omega^2 m \varepsilon e^{j\left(\Omega t + \beta\right)}}{\left(s_{11} - \Omega^2 m\right) \left[s_{22} - \Omega^2 \left(I_{\rm d} - I_{\rm p}\right)\right] - s_{12} s_{21}} + \frac{\left(s_{11} - \Omega^2 m\right) \Omega^2 H R \Delta m e^{j\left(\Omega t + \gamma\right)}}{\left(s_{11} - \Omega^2 m\right) \left[s_{22} - \Omega^2 \left(I_{\rm d} - I_{\rm p}\right)\right] - s_{12} s_{21}}} \end{cases}$$
(8)

当 I_p=I_d时,盘的振动响应为

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \frac{s_{22} \mathcal{Q}^2 m \varepsilon e^{j(\mathcal{Q}t+\beta)}}{s_{22} (s_{11} - \mathcal{Q}^2 m) - s_{12} s_{21}} + \frac{j s_{12} \mathcal{Q}^2 H R \Delta m e^{j(\mathcal{Q}t+\gamma)}}{s_{22} (s_{11} - \mathcal{Q}^2 m) - s_{12} s_{21}} \\ \varphi = \frac{-j s_{21} \mathcal{Q}^2 m \varepsilon e^{j(\mathcal{Q}t+\beta)}}{s_{22} (s_{11} - \mathcal{Q}^2 m) - s_{12} s_{21}} + \frac{(s_{11} - \mathcal{Q}^2 m) \mathcal{Q}^2 H R \Delta m e^{j(\mathcal{Q}t+\gamma)}}{s_{22} (s_{11} - \mathcal{Q}^2 m) - s_{12} s_{21}} \end{cases}$$
(9)

将式(4)代入式(19),则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{r} = \frac{\Omega^2 \boldsymbol{e}^{j\Omega t}}{(\omega_1^2 - \Omega^2)} \left(\varepsilon \boldsymbol{e}^{j\beta} + \frac{j s_{12} HR\Delta m \boldsymbol{e}^{j\gamma}}{s_{22} m} \right) \\ \boldsymbol{\varphi} = \frac{\Omega^2 \boldsymbol{e}^{j\Omega t}}{(\omega_1^2 - \Omega^2)} \left(\frac{-j s_{21} \varepsilon \boldsymbol{e}^{j\beta}}{s_{22}} + \frac{s_{11} HR\Delta m \boldsymbol{e}^{j\gamma}}{s_{22} m} - \frac{\Omega^2 HR\Delta m \boldsymbol{e}^{j\gamma}}{s_{22}} \right) \end{cases}$$
(10)

式(10)表明,盘的振动响应由不平衡力以及不平衡力矩两个载荷所激起。当 $I_p=I_d$ 时,转子仍在 $\Omega = \omega_1$ 时发生共振。越过临界转速 ω_1 后,随转速 增加,盘的位移趋于定值,但盘的摆角 φ 随转速升 高持续增大。

"临界跟随"现象本质上是转子陀螺效应产生的结果。其物理意义是,直径转动惯量 I_d与极转动惯量 I_p相等时,从一定的转速开始,转子上的陀螺力矩与摆动惯性力矩大小相等,作用方向相反,盘的两种惯性作用相互抵消,使得盘摆振的惯性作用消失,它类似于以盘心为中心的抗摆弹

簧,以弹性恢复力矩来抵抗不平衡力矩,不平衡 力矩越大,盘的摆角就越大。因此,盘的振动摆 角响应会随转速升高而持续增大。

由式(10)中的第2个方程可看出,当转速*Q* 趋于无穷大时,忽略前两项,则盘的摆角近似为

$$\boldsymbol{\varphi} \approx \frac{\Omega^2 H R \Delta m \boldsymbol{e}^{\mathrm{j}\gamma}}{s_{22}} \boldsymbol{e}^{\mathrm{j}\Omega t}$$
(11)

它随转速增加持续增大,如图 5 所示。值得 注意的是,随转速增加,摆角**q**的相位保持不变。 盘的振动响应式(8)可化作如下形式:

$$\begin{cases} r = \frac{\left[\frac{s_{22}}{\Omega^2} - (I_{\rm d} - I_{\rm p})\right]m\varepsilon e^{j(\Omega t + \beta)}}{\left(\frac{s_{11}}{\Omega^2} - m\right)\left[\frac{s_{22}}{\Omega^2} - (I_{\rm d} - I_{\rm p})\right] - \frac{s_{12}s_{21}}{\Omega^4}} + \frac{\frac{j}{\Omega^2}s_{12}HR\Delta me^{j(\Omega t + \gamma)}}{\left(\frac{s_{11}}{\Omega^2} - m\right)\left[\frac{s_{22}}{\Omega^2} - (I_{\rm d} - I_{\rm p})\right] - \frac{s_{12}s_{21}}{\Omega^4}} \\ \varphi = \frac{-\frac{j}{\Omega^2}s_{21}m\varepsilon e^{j(\Omega t + \beta)}}{\left(\frac{s_{11}}{\Omega^2} - m\right)\left[\frac{s_{22}}{\Omega^2} - (I_{\rm d} - I_{\rm p})\right] - \frac{s_{12}s_{21}}{\Omega^4}} + \frac{\left(\frac{s_{11}}{\Omega^2} - m\right)HR\Delta me^{j(\Omega t + \gamma)}}{\left(\frac{s_{11}}{\Omega^2} - m\right)\left[\frac{s_{22}}{\Omega^2} - (I_{\rm d} - I_{\rm p})\right] - \frac{s_{12}s_{21}}{\Omega^4}} \end{cases}$$
(12)

当转速Ω趋于无穷大时,式(12)近似为

$$\begin{cases} \boldsymbol{r} = -\varepsilon \boldsymbol{e}^{\mathrm{j}(\boldsymbol{\Omega} t + \boldsymbol{\beta})} \\ \boldsymbol{\varphi} = -\frac{HR\Delta m \boldsymbol{e}^{\mathrm{j}(\boldsymbol{\Omega} t + \boldsymbol{\gamma})}}{I_{\mathrm{d}} - I_{\mathrm{p}}} \end{cases}$$
(13)

由此可见, 盘的振动位移幅值趋近于-ε, 为 一定值, 即跨过临界转速后, 转子"自动定心"。而 盘的振动摆角幅值也趋近于一个定值。当 *I*_d> *I*_p时, 出现类似于"自动定心"的现象; *I*_d<*I*_p时, 则 无此效果。但若 *I*_d=*I*_p, 如前面所述, 转子表现出"临 界跟随"特征, 振动摆角趋于无穷大, 不会出现类 似"质心转向"的现象。







4 考虑轴分布质量时转子的"临界跟 随"特征

文中第1节中的模型未考虑轴的分布质量。 实际中,轴的分布质量也会对转子振动特性产生 影响,盘的惯量和轴的惯量共同作用也会使转子 表现出"临界跟随"特征。而此时,"临界跟随"的 参数条件不完全是 $I_p=I_d$,但式(5)表示的判断条件 仍然成立。现设轴材料的密度为 ρ ,仍以图1所 示的转子模型为对象,进一步分析考虑轴的分布 质量时转子系统的"临界跟随"特征。

模型参数取表 1 所列的数据,密度 ρ =7 870 kg/m³。其中 s_{b1}和 s_{b2}分别表示两个支承的刚度, c_{b1}和 c_{b2}分别表示两个支承的阻尼。图 6 为盘转 动惯量 I_p =2 I_d 和 I_p = I_d 两种情况下转子系统的坎贝 尔图。从图可以看出,考虑了转轴的质量后,转 子临界转速增多。以转子转速穿越4 阶临界转速 为例,由图 6(a)可见,当盘转动惯量 I_p =2 I_d 时,在 转子自振频率线与转速线相交之前,自振频率线 与转速线保持较大的距离。但当 I_p = I_d 时,如 图 6(b)所示,转子转速越过第1 阶临界转速之后, 第 2 阶自振频率线迅速向转速线靠近,与转速线

表 1 转子模型参数								
	Table 1 Parameters of rotor system							
	参数	数值	参数	数值				
	<i>L</i> /m	1.0	a/m	0.6				
	<i>b</i> /m	0.4	D/m	0.03				

<i>b</i> /m	0.4	D/m	0.03
<i>E</i> /10 ¹¹ Pa	2.09	<i>H</i> /m	0.2
$\Delta m/\mathrm{kg}$	0.001	R/m	0.1
<i>m</i> /kg	40.0	$I_{\rm p}/({\rm kg}\cdot{\rm m}^2)$	0.4
$s_{\rm bl}/10^{6}({\rm N/m})$	4.0	$s_{b2}/10^{6} (N/m)$	5.0
$c_{bl}/(N \cdot s/m)$	200	$c_{b2}/(N \cdot s/m)$	200
$\rho/(\text{kg/m}^3)$	7 870		

相交。转速越过第2阶临界转速之后,第3阶自 振频率线向转速线靠近,也与转速线相交,转速 线可穿越它,但在较宽的转速范围,自振频率线 "跟随"转速线,使共振区域变宽。此后的各阶自 振频率均有这一变化规律。

图 7(a) 和图 7(b) 分别为盘转动惯量 I_n=2I_d 和 I_p=I_d两种情况下转子的前 4 阶振型。由图 5 可见, I_p=2I_d的情况下, 在第2阶、第3阶和第4阶 振型中,盘心皆为节点,位移和摆角皆为零。而 在 I_n=I_d 的情况下,转子前 4 阶振型中,盘的摆角 均不为零,在第2阶、第3阶和第4阶振型中,盘 心皆为节点,位移为零,但盘的摆角均不为零。

上述结果表明, I_n=I_d, 转子未表现出"临界跟 随"特征,但会出现自振频率在较宽的范围与转 子转速靠近,使"共振"区域变宽。这是由轴的 分布质量所影响的结果。因此,对于实际的转 子系统,其某阶模态惯量参数(例如模态质量)





融合了轴的分布质量和盘惯量的共同作用,在 计算转子的模态特性时,应利用式(5)表示的判 断条件对每一阶自振频率线的斜率进行判断, 当 $\frac{d\omega_i}{d\Omega}$ = 1; *i*=1, 2, …, *n*(*n* 为所关注的自振频率的 最高阶数); $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}](\Omega_{\min})$ 为所关注的转子最 低工作转速, Ω_{max} 为所关注的最高工作转速)时, 转子则在这一阶模态下表现出"临界跟随"特征。 此时转子的模态惯量参数就满足"临界跟随"条 件,而单独盘的惯量参数则会出现 $I_p \neq I_d$ 。 $I_p 与 I_d$ 的差别大小取决于轴的等效惯量与盘惯量之比,



图 7 转子的前 4 阶振型(I_p=2I_d, I_p=I_d)

以及转子的模态。

5 试验验证

设计试验转子,利用超转试验台对上述的"临 界跟随"现象进行试验验证。

5.1 试验驱动系统

利用图 8 所示的超转试验台进行试验验证。 该试验台提供1根带法兰接口的驱动轴,如图 9 所示,有2个内置支承,用以连接和驱动试验件。 试验件和驱动轴构成1个试验转子,最高转速可 达到 25 000 r/min。试验台内置了1个位移传感 器,测量驱动轴的横向位移,并由自配的采集和 分析系统分析和显示测量结果。



图 8 超转试验台 Fig. 8 Overspeed test bench



5.2 试验件和试验转子设计

设计试验件,与试验台的驱动轴匹配,构成试 验器转子,对上述转子"临界跟随"特征进行试验 验证。为能够与超转试验台匹配,采用图 10 所示 的试验件设计方案。

为进行对比试验,设计两件试验件。两件试



图 10 试验件结构与几何尺寸(单位: mm) Fig. 10 Structure and geometrical dimension of test rig (unit: mm)

验件的惯量参数如表2所列。

由表2可见,试验件1的极转动惯量与直径转动惯量相差小于3%;而试验件2的极转动惯量 与直径转动惯量相差超过10倍。试验件2由真 实涡轮泵的离心叶轮与工装组成。

表 2 两件试验件的惯量参数

 Table 2
 Inertia parameters of two rotor test rigs

试验件	质量/ kg	极转动惯量 $I_{\rm p}/({\rm kg}\cdot{\rm m}^2)$	直径转动惯量 I _d /(kg·m ²)	$I_{\rm p}/I_{\rm d}$
试验件1	9.18	0.0173	0.016 8	1.029 76
试验件2	8.17	0.017	0.206	0.082 5

由试验件1与驱动轴构成的试验转子称为试 验转子1,如图11所示,由试验件2与驱动轴构 成的试验转子称为试验转子2,如图12所示。





5.3 试验转子的振动特性

图 13 为试验转子 1 的坎贝尔图,图 14 为对 应的两阶振型。

试验转子1的第1阶临界转速约为600 r/min, 对应的振型为转子弯曲。转子的第2阶自振频率









表现出与工作转速的"临界跟随"现象,在转子工 作转速为 0~25 000 r/min 范围内,转子的第 2 阶 自振频率不断向转速线靠近,但未出现交点。在 第 2 阶正进动自振频率曲线上指定一点,可计算 得到该点对应的第 2 阶模态振型。试验件 1 的质 心处于振型节点位置,振动位移为零,而摆角不 为零,与发生"临界跟随"现象时的特征一致。

试验转子2的坎贝尔图为图15,对应的2阶 振型如图16所示。

试验转子 2 的 1 阶和 2 阶临界转速分别为 427 r/min 和 8 157 r/min,没有"临界跟随"现象,在 0~30 000 r/min 转速范围内,转子仅有两阶模态。

5.4 传感器的安装及测试过程

在试验转子1的3个位置安装了位移传感器, 如图17所示。其中,位移传感器1为超转台内置 的传感器,测量驱动轴的横向振动位移,位移传 感器2测量试验件1邻近质心位置的振动位移, 位移传感器3测量试验件1盘缘轴向振动位移。

由于试验件2为真实涡轮泵的离心轮,无法 加装额外的传感器,仅用超转台内置的传感器测 量转子的横向振动位移,如图18所示。





图 16 试验转子 2 的 2 阶振型 Fig. 16 Two-order mode shapes of rotor test rig 2





首先对试验转子1进行试验。启动超转台, 升速至25000 r/min。在此过程中,测量转子的转 速和振动位移。

完成试验转子1的测试后,更换试验转子2, 进行相同的测试。但仅能用超转台内置的传感器 测量转子轴的横向振动。

5.5 测试结果与分析

图 19 为试验转子 1 的 3 个位移测点的响应曲线。

由图 19 可以看出,在升速过程中,试验转子 1 越过第1 阶临界转速,约 515 r/min,3 个测点处 的振动幅值达到峰值后,急剧降低。随转速继续 升高,振动幅值降至 40 μm 以下,并维持平稳。转



图 18 试验转子 2 上的位移传感器 Fig. 18 Displacement sensor on rotor test rig 2

速升至约为 8 000 r/min 后,测点位移 1 和位移 3 的振动幅值开始增加。从约 10 000 r/min 开始,振动幅值持续增大,且增幅持续变陡,直至转速 20 000 r/min,位移 1 处的幅值已超过 110 μm,且 无降低的趋势。越过第 1 阶临界转速之后,位移 2 的振动幅值维持在 25 μm 以下,不再随转速 变化。







试验转子1上述实测的振动变化趋势与图13 所示的转子"临界跟随"模态特征是相符的。由 图13可见,约自10000 r/min开始,转子的第2阶 自振频率逐步靠近转速线,因此,测试振动幅值 持续增大。转速越高,第2阶自振频率越靠近转 速线,即越接近"共振",故实测的振动增幅愈陡。 但"临界始终跟随",转子无法穿越,因此,振动幅 值一直增加,无"回头"迹象。

从图 14 所示的振型来看, 位移传感器 2 的测 点位于第 2 阶振型的节点位置, 因此, 越过第 1 阶 临界转速之后, 该处的振动幅值很小, 随转速增 加维持不变。理论上应为零, 但利用位移传感器 测量时, 会存在初始弯曲和所测圆柱面非圆度的 影响。

位移传感器 3 的测点为试验件 1 盘端面靠近 外缘处。"临界跟随"的特征是,盘的横向振动很 小,而偏摆振幅随转速持续增大。位移传感器 3 所测的振动幅值变化趋势符合这一规律。

"临界跟随"的另外一个特征是,从"临界开始 跟随"的转速起,随转速增加,振动相位维持不变。 图 20 表示位移测点 2 和 3 振动相位随转速的变 化。由图 20 可见,从转速 10 000 r/min 开始,至最 高转速 20 000 r/min,位移测点 2 和测点 3 的相位 维持平稳,基本不变。

上述试验结果充分验证了"临界跟随"的参数 条件以及"临界跟随"出现时,转子的模态特征和 响应规律。

图 21 为在试验转子 2 上位移测点测得的振动响应曲线。

由图 21 可以看出,在越过第 2 阶临界转速后,





Fig. 20 Vibration phase response curves of rotor test rig 1





试验器振动响应幅值迅速降低,峰峰值保持在15 μ m左右,一直到最高转速25000 r/min,维持不变。与满足"临界跟随"参数条件的试验转子1的试验验证结果相互印证,只要不出现轴系极转动惯量与直径转动惯量相等的条件,即 $I_p \neq I_d$, 目保持一定的裕度, 就不会发生"临界跟随"现象。

6 结 论

本文建立悬臂转子模型,进一步揭示了"临界 跟随"现象的机理,设计建造了一套悬臂转子试验 器,在高速超转试验台上进行了试验研究,得到 结论如下:

1)当直径转动惯量 I_a与极转动惯量 I_p相等时,从一定的转速开始,转子上的陀螺力矩与摆 振惯性力矩大小相等,作用方向相反,不平衡力 矩越大,盘的摆角就越大。因此,盘的振动摆角 响应会随转速持续增大。

2)具有"临界跟随"特征的模态振型表现为, 直径转动惯量 I_a与极转动惯量 I_p相等的盘位于 振型的节点,盘心振动位移为零,但摆角不为零。 在不平衡力矩作用下,盘的摆角随转速增加而增 大,但其相位角维持不变。

3) 若转子结构并非简单的单盘,则需计算组件的直径转动惯量 *I*_a 与极转动惯量 *I*_p(例如本文试验中的试验件 1 和试验件 2),以此检验是否会出现"临界跟随"条件。

4)考虑转轴质量时,盘的惯量符合 *I_p=I_d*,不 会出现"临界跟随"现象,但会出现自振频率在较 宽的范围与转子转速靠近,使"共振"区域变宽。

5) 若出现"临界跟随"条件,转子对不平衡激励非常敏感,故应在转子动力学设计时予以避免。

参考文献:

- GASCH R, NORDMANN R, PFÜTZNER H. Rotordynamik[M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2002.
- [2] 廖明夫. 航空发动机转子动力学[M]. 西安: 西北工业大学 出版社, 2015.
 LIAO Mingfu. Rotor dynamics of aero-engine[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015. (in Chinese)
- [3] 李岩,廖明夫,蒋云帆,等.航空发动机双转子系统"临界跟随"现象的机理及影响[J].航空动力学报,2019,34(11): 2403-2413.

LI Yan, LIAO Mingfu, JIANG Yunfan, et al. Mechanism and effect of "critical follower speed" on dual-rotor system of aero-engines[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(11): 2403-2413. (in Chinese)

- [4] 廖明夫,王四季,李全坤,等.航空发动机转子-支承系统的振动-下册[M].北京:科学出版社,2023.
 LIAO Mingfu, WANG Siji, LI Quankun, et al. Vibration of aeroengine rotor-support system-volume II [M]. Beijing: Science Press, 2023. (in Chinese)
- [5] 李岩. 航空发动机转子系统可容模态优化设计方法与实验研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2020.
 LI Yan. Optimization design and experimental verification of bearable modes of aero-engine rotor system [D]. Xi'an: Northwestern
- Polytechnical University, 2020. (in Chinese)
 [6] 侯理臻, 王伟, 王珺, 等. 轮盘超转研究中的"临界跟随"现象
 [J]. 西安交通大学学报, 2023, 34(11): 2403-2413.
 HOU Lizhen, WANG Wei, WANG Jun, et al. The phenomenon of "critical follower speed" on disk overspeed research[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2023, 34(11): 2403-2413. (in Chinese)

周 旋等:转子系统的动力学"临界跟随"特征及其试验验证

- [7] ALLMON B L, GLYNN C C, FISHER K L, et al. Method and apparatus for supporting rotor assemblies during unbalances: US6491497[P]. 2002-12-10.
- [8] DOERFLEIN T M, WILTON S A, ALLMON B L. Method and apparatus for supporting rotor assemblies during unbalances: US6783319[P]. 2004-08-31.
- [9] STORACE A F. Fan assembly support system: US6325546[P]. 2001-12-04.
- [10] HARRIS C M. The shock and vibration handbook [M]. New York: McGraw Hill, 1996.
- [11] 蒋云帆,廖明夫,刘永泉,等. 同转/对转双转子系统的动力 学特性[J]. 航空动力学报, 2013, 28(12): 2771-2780.
 JIANG Yunfan, LIAO Mingfu, LIU Yongquan, et al. Dynamic characteristics of co-rotating/counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(12): 2771-2780. (in Chinese)
- [12] 张大义,刘烨辉,洪杰,等.航空发动机整机动力学模型建 立与振动特性分析[J].推进技术,2015,36(5):768-773.
 ZHANG Dayi, LIU Yehui, HONG Jie, et al. Investigation on dynamical modeling and vibration characteristics for aero engine[J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(5):768-773. (in Chinese)
- [13] 廖明夫, 谭大力, 耿建明, 等. 航空发动机高压转子的结构 动力学设计方法[J]. 航空动力学报, 2014, 29(7): 1505-1519.
 LIAO Mingfu, TAN Dali, GENG Jianming, et al. Structure dynamics design method of aero-engine high pressure rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(7): 1505-1519. (in Chinese)
- [14] 蔡全卓. 典型航空发动机轮盘破裂失效研究[D]. 杭州: 浙 江大学, 2017.
 CAI Quanzhuo. Research on burst failure of typical aeroengine disk
 [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017. (in Chinese)
- [15] 胡清清.基于失效模式的轮盘破裂转速预测方法研究[D]. 杭州:浙江大学, 2020.
 HU Qingqing. Research on disk burst speed prediction method based on failure mode[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2020. (in Chinese)
- [16] 金小杰. 航空发动机转子超转破裂预测方法评估与应用[D]. 南京:南京航空航天大学, 2018.
 JIN Xiaojie. Evaluation and application of the overspeed burst prediction method on aero-engine rotor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)
- [17] 谢文涛. 航空发动机动力涡轮包容设计与验证技术研究[D]. 上海:上海交通大学, 2017.
 XIE Wentao. Containment design and verification technology research on powerturbine of aeroengine[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2017. (in Chinese)
- [18] 王浩然.航空发动机轮盘破裂分析方法研究与应用[D].南 京:南京航空航天大学,2016.

WANG Haoran. Research and application of analysis method of aero-engine disc fracture[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016. (in Chinese)

(编辑:陈 越)