

薄壁机匣-非线性能量阱多频共振捕获与 靶向减振机理

刘 绅^{1, 2, 3}, 马英群^{1, 2}, 赵 巍^{1, 2, 3}, 雒伟伟^{1, 2}, 任三群^{1, 2}, 赵庆军^{1, 2, 3, 4, 5}

- (1. 中国科学院工程热物理研究所, 北京 100190;
2. 中国科学院工程热物理研究所 轻型涡轮动力全国重点实验室, 北京 100190;
3. 中国科学院大学 航空宇航学院, 北京 100049;
4. 济南先进动力研究所, 济南 251401;
5. 中国科学院工程热物理研究所 分布式冷热电联供系统北京市重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 引入具有非线性刚度特征的动力吸振器(非线性能量阱)至三自由度系统开展对主系统多阶频率振动抑制的研究, 在此基础上扩展至具有连续介质特性的航空发动机真实机匣结构。在理论分析方面, 基于复变量平均法揭示了三自由度非线性系统中非线性能量阱实现瞬态共振捕获和靶向能量传递的内在机理和必要条件, 得到了多自由度系统中非线性能量阱的动力学响应特性。在规律分析方面, 开展三自由度非线性系统中不同非线性刚度和阻尼参数对非线性能量阱能量耗散特性影响规律研究, 得出了多自由度系统中非线性能量阱最优振动耗散特性。基于振动能量可视化分析方法, 非线性能量阱设计方法扩展至真实航空发动机组合机匣结构, 成功可视化捕捉到振动能量从机匣振源传递至非线性能量阱的过程, 从振动能量的角度揭示了非线性能量阱对机匣结构的靶向能量吸收与耗散特性, 单个非线性能量阱有效抑制机匣三阶模态振动, 振幅分别降低 25.1%、25.3% 和 25.2%, 实现了非线性能量阱对薄壁机匣结构的宽频振动抑制。

关 键 词: 非线性能量阱; 靶向能量传递; 瞬态共振捕获; 宽频减振; 机匣振动抑制

中图分类号: V232.3; TB535.1; O322

文献标志码: A

Multi-frequency resonance capture and targeted vibration suppression mechanism in thin-walled casing-nonlinear energy sink

Liu Shen^{1, 2, 3}, Ma Yingqun^{1, 2}, Zhao Wei^{1, 2, 3}, Luo Weiwei^{1, 2},
Ren Sanqun^{1, 2}, Zhao Qingjun^{1, 2, 3, 4, 5}

- (1. Institutes of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
2. National Key Laboratory of Science and Technology on Advanced Light-duty Gas Turbine, Institutes of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
3. School of Aeronautics and Astronautics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
4. Jinan Institute of Advanced Gas-Turbine, Jinan 251401, China;
5. Beijing Key Laboratory of Distributed Combined Cooling Heating and Power System, Institutes of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

收稿日期: 2025-01-16

基金项目: 国家自然科学基金(12402408); 国家自然科学基金“叶企孙”联合基金(U2441278)

作者简介: 刘绅(1995—), 男, 博士, 研究方向为航空发动机整机振动控制。E-mail: liushen@jet.cn

通信作者: 赵庆军(1977—), 男, 研究员, 博士, 主要从事航空发动机气动热力学研究。E-mail: zhaoqingjun@jet.cn

引用格式: 刘绅, 马英群, 赵巍, 等. 薄壁机匣-非线性能量阱多频共振捕获与靶向减振机理[J]. 航空动力学报, 2026, 41(9): 20250027. Liu Shen, Ma Yingqun, Zhao Wei, et al. Multi-frequency resonance capture and targeted vibration suppression mechanism in thin-walled casing-nonlinear energy sink[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(9): 20250027.

Abstract: A dynamic absorber with nonlinear stiffness characteristics (nonlinear energy sink, NES) was introduced into a three-degree-of-freedom system to study the suppression of multi-frequency vibrations in the main system, and then extended to the real casing structure of an aero-engine with continuous medium characteristics. In terms of theoretical analysis, based on the complex variable averaging method, the intrinsic mechanism and necessary conditions for the nonlinear energy sink to achieve transient resonance capture and targeted energy transfer in a three-degree-of-freedom nonlinear system were revealed, and the dynamic response characteristics of the nonlinear energy sink in a multi-degree-of-freedom system were obtained. In terms of regularity analysis, the influences of different nonlinear stiffness and damping parameters on the energy dissipation characteristics of the nonlinear energy sink in a three-degree-of-freedom nonlinear system were studied, and the optimal vibration dissipation characteristics of the nonlinear energy sink in a multi-degree-of-freedom system were obtained. Based on the vibration energy visualization analysis method, the design method of the nonlinear energy sink was extended to the real engine combined casing structure, and the process of vibration energy transfer from the casing vibration source to the nonlinear energy sink was successfully visualized. From the perspective of vibration energy, the targeted energy absorption and dissipation characteristics of the nonlinear energy sink on the casing structure were revealed. A single nonlinear energy sink effectively suppressed the first three modal vibrations of the casing, reducing the amplitudes by 25.1%, 25.3%, and 25.2%, respectively, achieving broadband vibration suppression of the thin-walled casing structure by the nonlinear energy sink.

Keywords: nonlinear energy sink; targeted energy transfer; transient resonance capture; broadband vibration suppression; casing vibration suppression

随着现代航空发动机技术的进步,追求更快、更高、更远的高推质比发动机成为发展趋势。在此背景下,轻质化的薄壁机匣结构被广泛采用。由于薄壁机匣低冗余结构设计和模态密集分布特点,在其受到叶片飞矢等瞬态冲击时,机匣结构会产生大幅值多模态振动,极易导致发动机失稳,影响发动机安全运行。例如,2021年2月20日,美国联合航空公司的一架波音777-200客机执行由丹佛飞往夏威夷的UA328航班任务时,在起飞过程中,由于风扇叶片断裂,发动机出现极大振动,进气道与风扇整流罩全部脱落,发动机后部燃起大火,飞机被迫降落,严重威胁机上人员生命财产安全。因此,有必要对发动机开展振动抑制研究,避免因产生过大的振动影响飞机安全运行。传统动力吸振器有效频带较窄,无法满足机匣结构在受到冲击载荷后产生的多阶模态振动的有效抑制,需要引入非线性结构,开展非线性结构对机匣宽频振动抑制(例如单个附加结构可以同时抑制机匣0~200 Hz频率范围内的振动)的研究。

非线性能量阱(nonlinear energy sink, NES)作为一种本质非线性的振动吸收结构,以其附加质量小、工作频带宽、振动能量靶向传递的特性逐

渐成为结构减振领域中的研究热点。2001年,Gendelman等^[1]和Vakakis等^[2]首次研究了NES的靶向能量传递现象,发现能量从主结构定向传递给非线性振子,解释了NES吸振的基本原理。在此之后,对NES的研究逐渐展开,从离散系统逐步拓展到了连续系统,从单自由度弹簧质量系统推广到了梁板等连续介质结构中,从理论和实验方面对NES的减振效果进行了分析和验证,为NES在结构减振方面的应用奠定了基础^[3]。

Gendelman等^[1]和Vakakis等^[2]研究了在耦合非线性振动吸收装置中,振动能量的单向不可逆传递的特征,应用数值计算验证了该现象的存在。Lee等^[4]对被动非线性定向能量传递(TET)机制进行了全面而深刻的综述,重点介绍了分析方法和在减振中的实际应用。Lu等^[5]总结了三种类型的非线性耗散器件,即NES、非线性黏性阻尼器、颗粒冲击阻尼器。Nayfeh等^[6]基于悬臂梁的面内和面外运动的耦合,发现了高频和低频模式之间的相互作用。Kerschen等^[7]通过实验证明,在瞬态共振捕获过程中,线性子系统和非线性子系统处于共振状态,振动频率随时间变化,导致被动定向能量传递。Musienko等^[8]提出了两

种用于能量泵送的机械装置,即一种能够以超谐波共振泵送能量的齿轮箱系统和一个由两个线性耦合的三次振荡器线性连接到主系统组成的非线性子系统。Malatkar 和 Nayfeh 等^[9-11]探索了与 NES 弱线性耦合的结构的复杂动力学现象,并揭示了关于 NES 减振可能产生的负面影响。Ding 等^[12]研究了 NES 的产生及其重要的振动控制特性,并分析了 NES 与结构耦合的复杂动力学。Li 等^[13]通过等能流形的投影,研究了 1:1 内共振条件下哈密顿动力学的拓扑特征,导出了能量局域化和交换的条件。李双宝等^[14]分析了一种接地双稳态 NES 耦合主线性结构的系统在周期激励下的响应过程,并提出设计准则;应用复化平均和多尺度展开方法对耦合系统进行动力学分析,计算出耦合系统的慢不变流形(slow invariant manifold, SIM)和外激励阈值,利用 Melnikov 方法得到了耦合系统的混沌阈值并给出参数优化方案。Qiu 等^[15]研究了用于周期性激励线性振荡器振动控制的双稳态 NES 的优化设计,用多尺度方法对负线性和三次非线性耦合系统进行了分析研究,得到了一个慢不变流形,并将其应用于预测不同能级下的 4 种典型响应机制。张运法等^[16]对具有组合非线性阻尼 NES 的系统进行了分析,揭示外激励幅值对强调制响应存在时频率失谐系数取值区间的影响规律,得出组合非线性阻尼 NES 和主结构响应存在一致性的现象,并验证了组合非线性阻尼 NES 模型具有较好的振动抑制能力。莫帅等^[17]提出了基于弹簧几何非线性的 NES,实现了可控的线性与非线性刚度。李建玲等^[18]利用粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)研究了单自由度和两自由度 NES 的最优参数随冲击载荷的变化规律。Zhang 等^[19]研究了带非线性能量汇的轴向运动梁的热冲击振动抑制问题,得到了不同位置的能谱效率,结果显示该结构能吸收大量的振动能量。由以上内容可知,对 NES 的研究目前大部分都集中于通过单质点理论模型对其基本原理和规律的研究;主要研究单个质点与 NES 之间的能量输运和振动传递特性。但是机匣结构属于连续介质系统(经过有限单元法离散后可以视作三自由度系统),除了和 NES 之间的能量交换关系,还需要充分考虑机匣内部不同质点之间的能量转换关系。因此需要对三自由度系统下 NES 诱导振动能量在不同自由度之间传递特性开展研究。

此外,当 NES 作用到机匣结构时,传统的动力学计算结果不能得到机匣内部振动能量传递路径,无法指导 NES 的设计安装位置。因此,本文引入结构声强法计算 NES 对主系统振动能量靶向吸收特性并进行可视化分析。结构声强法同时考虑了结构内部应力和质点响应(速度、位移等),来表征振动能量传递的大小和方向,是一种计算振动能量传递特性的有效方法^[20-21]。有学者将其应用到航空发动机领域研究了机匣在转子不平衡力作用下的振动能量流动特性^[22-23]。本文将引入非线性振动领域,开展 NES 对振动能量靶向吸收特性的可视化研究,通过对可视化振动能量传递路径,将 NES 安装于能量传递路径处,从而发挥 NES 的最优能量耗散效果。

基于上述内容,本文将 NES 引入航空发动机机匣宽频振动抑制领域,针对叶片飞失等脉冲激励场景,通过建立“激励点-连接点-NES”的三自由度模型,采用复变量平均法揭示 NES 在脉冲激励下的能量耗散机理,重点阐明非线性刚度与阻尼参数的调控规律。通过理论推导与数值仿真,验证了 NES 对机匣主振型的靶向抑制能力,并利用结构声强法揭示 NES 对振动能量的诱导吸收路径。本文为航空发动机薄壁结构的多频减振设计提供理论依据。

1 三自由度非线性系统瞬态共振捕获与靶向能量传递

航空发动机机匣结构复杂,当其连接 NES 之后无法直接进行理论分析。因此,首先以含 NES 的三自由度系统(三个自由度分别模拟机匣上的激励点、NES 连接点和 NES)为对象,从非线性模态、NES 瞬态共振捕获与靶向能量传递特性开展研究,并分析 NES 参数对其作用特性的影响规律,为 NES 对机匣振动抑制的设计奠定理论基础。

1.1 三自由度系统非线性模态与振动能量局部化分析

NES 的基本结构形式是通过线性阻尼和非线性刚度将小质量结构连接至主系统。本文以含 NES 的三自由度线性系统为研究对象,如图 1 所示,其中主系统为二自由度线性系统(LO)。图 1 中 m 、 k 、 c 、 x 分别表示质量、刚度、阻尼、位移。

为了对图 1 所示的系统动力学特性进行分析,首先给出其控制方程,如式(1)所示。

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + c_{12} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_{12} (x_1 - x_2) &= 0 \\
m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 + c_{12} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_{12} (x_2 - x_1) + \\
c_n (\dot{x}_2 - \dot{x}_n) + k_n (x_2 - x_n)^3 &= 0 \\
m_n \ddot{x}_n + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_2) + k_n (x_n - x_2)^3 &= 0
\end{aligned} \quad (1)$$

由于式(1)为非线性系统,为了对其进行理论分析,需要采取合适的数学工具,本文采用复变量平均法(CX-A)对该动力学系统进行分析。引入式(2)所示的变量。

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \dot{x}_1 + j\omega x_1 \\
\psi_2 &= \dot{x}_2 + j\omega x_2 \\
\psi_n &= \dot{x}_n + j\omega x_n
\end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
m_1 \left[\psi_1 - \frac{j\omega}{2} (\psi_1 + \psi_1^*) \right] + \frac{c_1}{2} (\psi_1 + \psi_1^*) + \frac{k_1}{2j\omega} (\psi_1 - \psi_1^*) + \\
\frac{c_{12}}{2} [(\psi_1 + \psi_1^*) - (\psi_2 + \psi_2^*)] + \frac{k_{12}}{2j\omega} [(\psi_1 - \psi_1^*) - (\psi_2 - \psi_2^*)] &= 0 \\
m_2 \left[\psi_2 - \frac{j\omega}{2} (\psi_2 + \psi_2^*) \right] + \frac{c_2}{2} (\psi_2 + \psi_2^*) + \frac{k_2}{2j\omega} (\psi_2 - \psi_2^*) + \\
\frac{c_{12}}{2} [(\psi_2 + \psi_2^*) - (\psi_1 + \psi_1^*)] + \frac{k_{12}}{2j\omega} [(\psi_2 - \psi_2^*) - (\psi_1 - \psi_1^*)] + \\
\frac{c_n}{2} [(\psi_2 + \psi_2^*) - (\psi_n + \psi_n^*)] + \frac{jk_n}{8\omega^3} [(\psi_2 - \psi_2^*) - (\psi_n - \psi_n^*)]^3 &= 0 \\
m_n \left[\psi_n - \frac{j\omega}{2} (\psi_n + \psi_n^*) \right] + \frac{c_n}{2} [(\psi_n + \psi_n^*) - (\psi_2 + \psi_2^*)] + \frac{jk_n}{8\omega^3} [(\psi_n - \psi_n^*) - (\psi_2 - \psi_2^*)]^3 &= 0
\end{aligned} \quad (3)$$

在式(3)中, ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_n 为复数,将其用指数形式表达,如式(4)所示。

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \sigma_1 e^{j\omega t} \\
\psi_2 &= \sigma_2 e^{j\omega t} \\
\psi_n &= \sigma_n e^{j\omega t}
\end{aligned} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),并忽略其中的高阶部分,如 $e^{2j\omega t}$ 、 $e^{3j\omega t}$ 等,可得系统的慢变动力流方程,如式(5)所示。

$$\begin{aligned}
m_1 \left(\dot{\sigma}_1 + \frac{j\omega}{2} \sigma_1 \right) + \frac{c_1}{2} \sigma_1 + \frac{k_1}{2j\omega} \sigma_1 + \frac{c_{12}}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) + \frac{k_{12}}{2j\omega} (\sigma_1 - \sigma_2) &= 0 \\
m_2 \left(\dot{\sigma}_2 + \frac{j\omega}{2} \sigma_2 \right) + \frac{c_2}{2} \sigma_2 + \frac{k_2}{2j\omega} \sigma_2 + \frac{c_{12}}{2} (\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{k_{12}}{2j\omega} (\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{c_n}{2} (\sigma_2 - \sigma_n) + \\
\frac{jk_n}{8\omega^3} (-3|\sigma_2|^2 \sigma_2 + 3\sigma_2^2 \sigma_3^* - 3\sigma_3^2 \sigma_2^* + 3|\sigma_3|^2 \sigma_3 + 6|\sigma_2|^2 \sigma_3 - 6|\sigma_3|^2 \sigma_2) &= 0 \\
m_n \left(\dot{\sigma}_n + \frac{j\omega}{2} \sigma_n \right) + \frac{c_n}{2} (\sigma_n - \sigma_2) - \\
\frac{jk_n}{8\omega^3} (-3|\sigma_2|^2 \sigma_2 + 3\sigma_2^2 \sigma_3^* - 3\sigma_3^2 \sigma_2^* + 3|\sigma_3|^2 \sigma_3 + 6|\sigma_2|^2 \sigma_3 - 6|\sigma_3|^2 \sigma_2) &= 0
\end{aligned} \quad (5)$$

对式(5)中的复变量 σ_1 、 σ_2 、 σ_n 进行进一步变量代换,如式(6)所示。

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= A_1 e^{j\alpha_1} \\
\sigma_2 &= A_2 e^{j\alpha_2} \\
\sigma_n &= A_n e^{j\alpha_n}
\end{aligned} \quad (6)$$

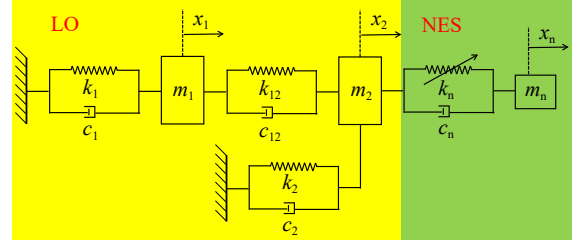


图 1 含 NES 的三自由度非线性系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a three-degree-of-freedom nonlinear system with NES

式中 j 代表单位虚数,即 $j^2 = -1$, ω 代表当系统发动 1 : 1 : 1 共振时的振动频率。将式(2)代入式(1),可得式(3)。

式中 $A_i (i=1, 2, n)$ 和 $\alpha_i (i=1, 2, n)$ 为实数,表示每个自由度的振幅和相位。

为了对式(5)所示的振动系统开展非线性模态特性分析,忽略其阻尼,并将式(6)代入化简,分离方程的实部和虚部,可得式(7)。

$$\begin{aligned}
m_1 \dot{A}_1 - \frac{k_{12}}{2\omega} A_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) &= 0 \\
m_1 \dot{\alpha}_1 A_1 + \frac{m_1 \omega}{2} A_1 - \frac{k_1 + k_{12}}{2\omega} A_1 + \frac{k_{12}}{2\omega} A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) &= 0 \\
m_2 \dot{A}_2 - \frac{k_{12}}{2\omega} A_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{A_n k_n}{8\omega^3} \left[(3A_2^2 + 3A_n^2) \sin(\alpha_2 - \alpha_n) + 3A_2 A_n \sin(2\alpha_n - 2\alpha_2) \right] &= 0 \\
m_2 \dot{\alpha}_2 A_2 + \frac{\omega}{2} m_2 A_2 - \frac{k_2}{2\omega} A_2 - \frac{k_{12}}{2\omega} A_2 + \frac{k_{12}}{2\omega} A_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{3k_n A_2^3}{8\omega^3} - \frac{6A_2 A_n^2 k_n}{8\omega^3} + \\
\frac{A_n k_n}{8\omega^3} \left[(-9A_2^2 - 3A_n^2) \cos(\alpha_2 - \alpha_n) + 3A_2 A_n \cos(2\alpha_n - 2\alpha_2) \right] &= 0 \\
m_n \dot{A}_n - \frac{A_2 k_n}{8\omega^3} \left[(3A_2^2 + 3A_n^2) \sin(\alpha_2 - \alpha_n) + 3A_2 A_n \sin(2\alpha_n - 2\alpha_2) \right] &= 0 \\
m_n \dot{\alpha}_n A_n + \frac{\omega}{2} m_n A_n - \frac{3k_n A_n^3}{8\omega^3} - \frac{6A_n A_2^2 k_n}{8\omega^3} - \frac{A_2 k_n}{8\omega^3} \left[(-9A_n^2 - 3A_2^2) \cos(\alpha_2 - \alpha_n) + 3A_2 A_n \cos(2\alpha_n - 2\alpha_2) \right] &= 0
\end{aligned} \quad (7)$$

对式(7)中的第1个、第3个和第5个方程进行适当变换并相加, 然后进行时间积分, 可得式(8), 其中 N^2 代表积分常数。

$$m_1 A_1^2 + m_2 A_2^2 + m_n A_n^2 = N^2 \quad (8)$$

由于忽略了阻尼, 式(8)代表了图1所示的非线性系统在无阻尼条件下的振动能量守恒。

可以发现, 式(8)代表了一个三维空间中的椭圆方程, 即, 图1所示的振动系统当处于1:1:1共振状态时, 3个质量的振幅处于式(8)代表的椭圆表面上。当 N 为固定值时, 若 m_n 远小于 m_1 和 m_2 , 则对应的 A_n 的最大值远大于 A_1 和 A_2 。这表明, 在合适的条件下, NES的运动幅值可以远大于主系统质点, 即, 可以实现振动能量局部化于NES。该结论为在阻尼条件下NES实现靶向能量吸收提供了理论支撑。

针对式(7), 进一步分析处于稳态运动时的动力学特性。当无阻尼系统稳态共振时, 其相位差为0, 即 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_n$, 同时还应满足方程对时间的导数为0, 则式(7)简化为式(9)。

$$\begin{aligned}
\frac{m_1 \omega^2 - k_1 - k_{12}}{2\omega} A_1 + \frac{k_{12}}{2\omega} A_2 &= 0 \\
\frac{m_2 \omega^2 - k_2 - k_{12}}{2\omega} A_2 + \frac{k_{12}}{2\omega} A_1 - \frac{3k_n}{8\omega^3} (A_2 - A_n)^3 &= 0 \\
\frac{m_n \omega}{2} A_n + \frac{3k_n}{8\omega^3} (A_2 - A_n)^3 &= 0
\end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可得各自由度的振幅, 如式(10)所示。

$$\begin{aligned}
A_1 &= \sqrt{\frac{4m_n \omega^4 e_2}{3k_n (e_2 - e_1)^3}} \\
A_2 &= e_1 A_1 \\
A_n &= e_2 A_1
\end{aligned} \quad (10)$$

在式(10)中

$$\begin{aligned}
e_1 &= \frac{k_1 + k_{12} - m_1 \omega^2}{k_{12}} \\
e_2 &= \frac{(k_1 + k_{12} - m_1 \omega^2)(k_2 + k_{12} - m_1 \omega^2) - k_{12}^2}{m_n \omega^2 k_{12}}
\end{aligned} \quad (11)$$

由式(10)可知, 非线性系统的振幅与其振动频率相关, 即, 系统的振动频率与系统的振动能量相关。为了进一步分析系统频率与振动能量的关系, 计算系统的振动总能量, 如式(12)所示。

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2} k_1 A_1^2 + \frac{1}{2} k_2 A_2^2 + \\
&\frac{1}{2} k_{12} (A_1 - A_2)^2 + \frac{1}{4} k_n (A_n - A_2)^4
\end{aligned} \quad (12)$$

为了得到三自由度非线性系统的基本规律, 在不失一般性的前提下, 设置各参数均为单位化值, NES附加质量为主系统质量的1%, 即: $m_1 = m_2 = k_1 = k_2 = k_{12} = 1$, $m_n = 0.01m_1 = 0.01$ 。将其代入式(10)~式(12), 可得非线性系统的频率-能量关系。

当代入系统参数后进一步分析式(11), 得到如下规律: 为了保证系统各自由度的振幅为实数, 系统振动频率应满足式(13)中的任意一个方程。

$$\begin{aligned}
\omega &< 0.9975 \\
1 &< \omega < 1.7277 \\
\omega &> \sqrt{3}
\end{aligned} \quad (13)$$

式中的4个关键频率为0.9975、1、1.7277、 $\sqrt{3}$ rad/s。这对应图1所示的振动系统当非线性刚度为0(如式(14)所示)和非线性刚度为无穷大(如式(15)所示)时, 简化所得的二自由度线性系统的固有频率。

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_{12} (x_1 - x_2) &= 0 \\
m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 + k_{12} (x_2 - x_1) &= 0
\end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_{12} (x_1 - x_2) &= 0 \\ (m_2 + m_n) \ddot{x}_2 + k_2 x_2 + k_{12} (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

因此,在计算非线性系统的频率-能量关系时,应避开无意义的频率值。基于式(12),计算得到了给定参数下三自由度非线性系统频率-能量关系曲线(FEP),如图2所示。

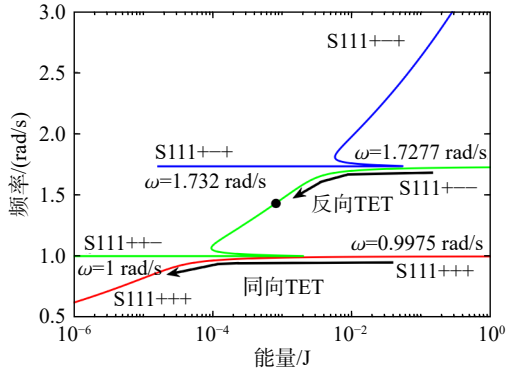


图2 非线性系统频率-能量曲线

Fig. 2 Frequency-energy curve of the nonlinear system

图2中的3条分段曲线分别对应式(13)中 ω 的3个取值范围。在图2中,S111代表3个自由度以相同的频率共振,其后的+、-等符号代表3个自由度的振动方向;图中标出箭头的两条曲线分别代表同向和反向(质点1和质点2的运动方向)的靶向能量传递(TET)。

由图2可以得到一个重要的结论:当NES质量足够小时,NES实现靶向能量吸收所需的非线性系统频率(0.9975 rad/s和1.7277 rad/s)与未连接NES时主系统频率(1 rad/s和 $\sqrt{3}$ rad/s)十分接近。这表明当为机匣设计NES参数时,可以以机匣固有的振动频率为设计基准,不需要考虑连接NES后对机匣振动频率的影响。

为了分析不同频率下非线性系统振动能量局部化现象,由式(12)得式(16)。

$$\begin{aligned} \frac{A_n}{A_1} &= e_2 \\ \frac{A_n}{A_2} &= \frac{e_2}{e_1} \end{aligned} \quad (16)$$

基于式(16),绘制了不同振动频率下NES与质点1和质点2的振幅之比,如图3和图4所示,图4(a)给出了全局变化趋势,由于其包含一个突变点,因此绘制了排除突变点位置的局部曲线图。

在图3和图4中,系统的FEP曲线被无效域和曲线结构分为了4个部分。将其与图2所示的频率-能量曲线对比,可以得到不同模态分支下非

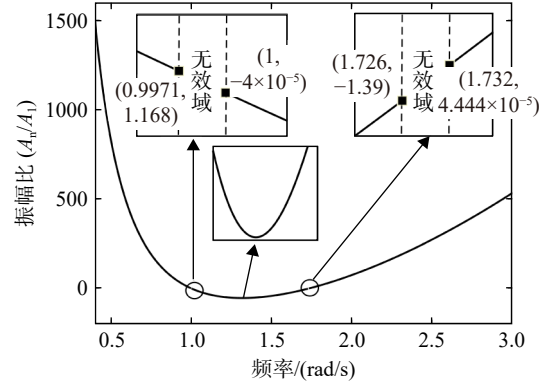
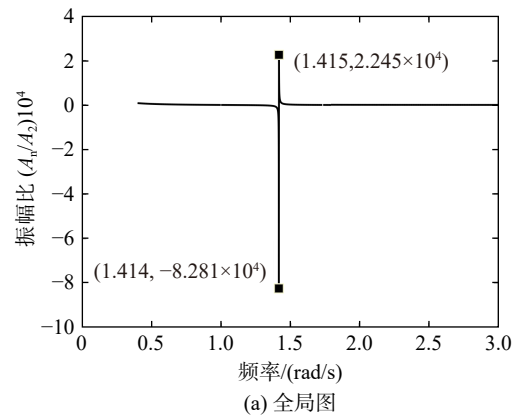
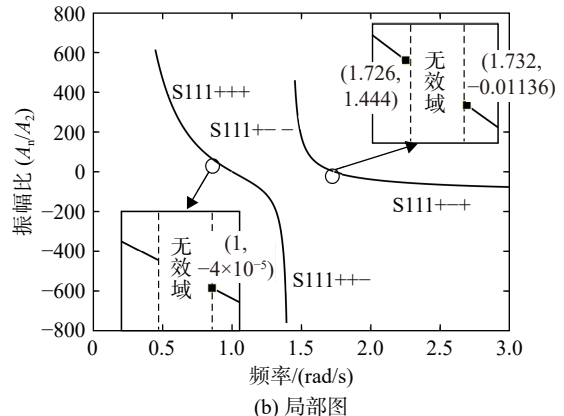


图3 NES与质点1振幅比

Fig. 3 Amplitude ratio of NES to m_1



(a) 全局图



(b) 局部图

图4 NES与质点2振幅比

Fig. 4 Amplitude ratio of NES to m_2

线性系统的动力学特性,如表1所示。

由上述表1可知,对于图1所示的含NES的三自由度系统,在忽略其阻尼的条件下,当其模态振动处于S111+++和S111+--分支上时,NES实现了对线性二自由度系统的靶向能量吸收。因此,当NES与其连接点(此处为质点2)同相运动时,NES可以发挥其靶向吸收振动能量的作用,相反,当反相运动时,NES未能发挥其作用。

为了进一步分析含阻尼非线性系统的动力

表 1 不同模态分支下系统动力学特性

Table 1

模态分支	各质点运动相位	振幅比变化趋势	NES 靶向吸收振动能量
S111+++	质点 1 与 NES 同相运动; 质点 2 与 NES 同相运动	随着振动能量的耗散, A_n/A_1 绝对值 逐渐增加, A_n/A_2 绝对值逐渐增加	NES 实现了对质点 1 和质点 2 的瞬态共振 捕获, 靶向吸收其振动能量
S111+-	质点 1 与 NES 反相运动; 质点 2 与 NES 反相运动	随着振动能量的耗散, A_n/A_1 绝对值 逐渐减小, A_n/A_2 绝对值逐渐减小	NES 未实现靶向吸收振动能量的功能
S111+-	质点 1 与 NES 反相运动; 质点 2 与 NES 同相运动	随着振动能量的耗散, A_n/A_1 绝对值 逐渐增加, A_n/A_2 绝对值逐渐增加	NES 实现了对质点 1 和质点 2 的瞬态共振 捕获, 靶向吸收其振动能量
S111+-	质点 1 与 NES 同相运动; 质点 2 与 NES 反相运动	随着振动能量的耗散, A_n/A_1 绝对值 逐渐减小, A_n/A_2 绝对值逐渐减小	NES 未实现靶向吸收振动能量的功能

学特性, 利用数值计算方法, 对式(1)进行求解和分析。

1.2 三自由度系统靶向能量传递特性分析

针对式(1)所示的动力学控制方程, 采用数值方法对其进行求解。求解时, 假设其参数为 $m_1 = m_2 = k_1 = k_2 = k_{12} = 1$, $c_1 = c_2 = c_{12} = 0.002$, $m_n = 0.01$ (弱阻尼, 小质量原则)。

由于本文针对的研究目标是受到脉冲激励的机匣结构, 因此在对三自由度非线性系统分析过程中, 设置外部载荷通过脉冲激励的方式施加到质点 1 上。

为了定量分析 NES 的能量耗散水平, 定义如下参数:

$$E_{\text{nes}}(t) = \frac{c_n \int_0^t [\dot{x}_n(\tau) - \dot{x}_2(\tau)]^2 d\tau}{\dot{x}_1^2(0)/2} \quad (17)$$

式中 $\dot{x}_1^2(0)$ 代表质点 1 在受到脉冲激励后的初始速度, 因此, 分母代表系统的初始总能量, 分子代表从 0 到 t 时刻, NES 耗散的能量, 当系统趋于稳定时, E_{nes} 代表了 NES 耗散的能量占系统总耗散能量的比例。

通过数值方法计算了在不同脉冲激励下 NES 的能量耗散水平, 结果如图 5 所示。

由图 5 可知, 当脉冲激励处于合适水平时, NES 才能发挥最佳作用, 当脉冲激励过大或者过小, NES 的能量耗散率大幅降低。为了深入分析不同脉冲激励下系统的动力学响应, 选取了图 5 所示的 5 个代表点 A~E (其质点 1 初始速度分别为 0.08、0.09、0.15、0.4、0.7 m/s), 对其动力学响应开展研究。

首先针对图 5 中的 C 点 (NES 表现最优点) 进行计算, 其动力学响应结果如图 6 所示。参照图 1, x_1 、 x_2 、 x_n 分别代表质点 1、质点 2 和 NES 的位移。

由图 6 可知, 在质点 1 受到脉冲激励后, NES

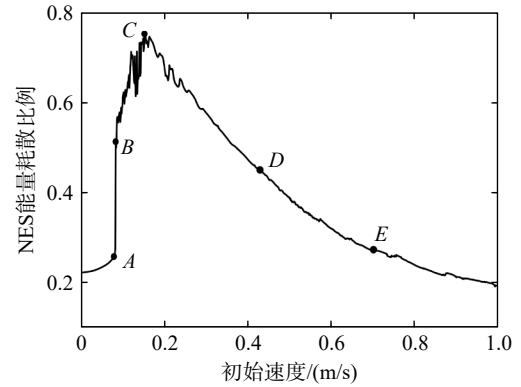


图 5 不同脉冲激励下 NES 能量耗散比例

Fig. 5 Energy dissipation ratio of NES under different pulse excitations

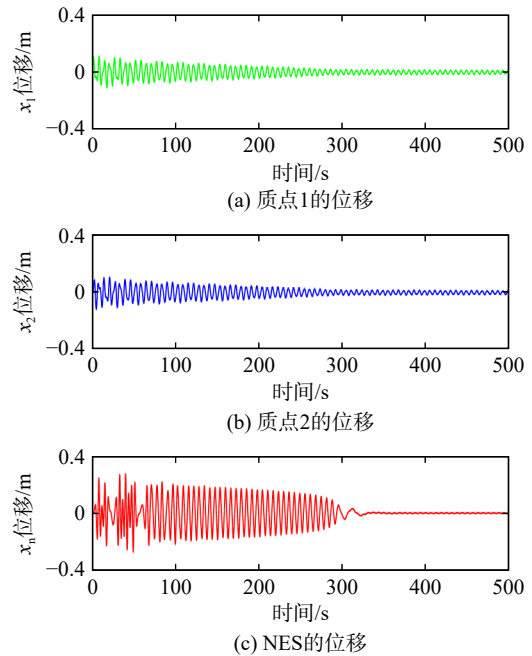


图 6 各质点响应结果(C 点)

Fig. 6 Response results of each particle (point C)

的振幅在极短时间内超过了质点 1 和质点 2, 表明 NES 实现了对脉冲激励能量的靶向捕获。NES 的振动分为了 3 个阶段, 从开始的拍振过渡至简

谐振动最后在短时间内趋向于静止。

图 7 给出了不同时间段内 3 个质点的局部位移-时间曲线。

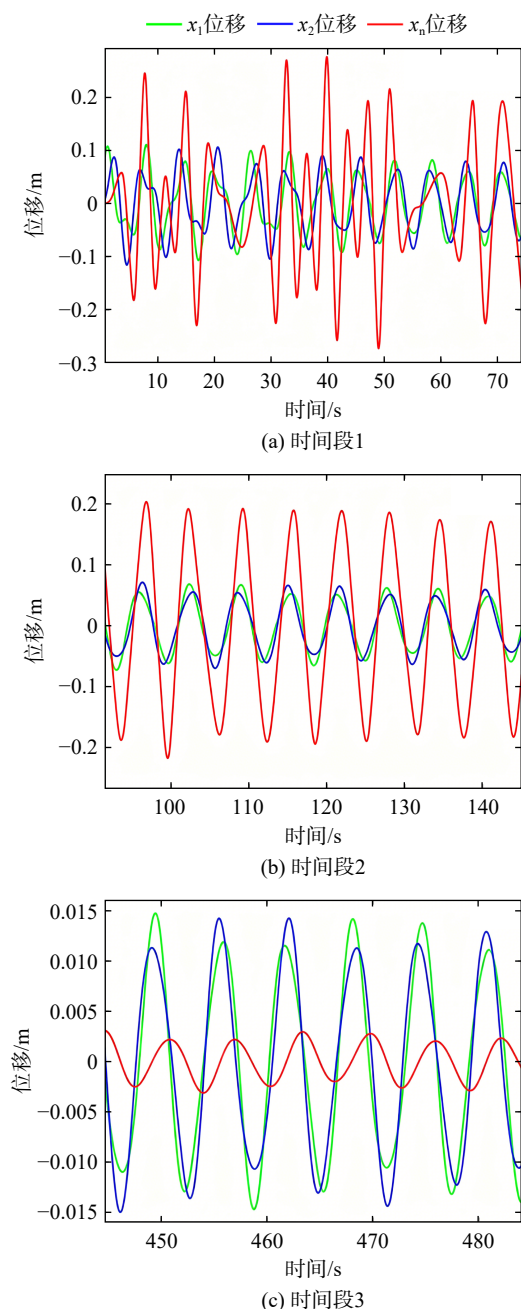


图 7 各质点局部位移-时间响应结果(C点)

Fig. 7 Local displacement-time response results of each particle (point C)

由图 7 可知,在初始阶段,NES 振幅发生较大变化,产生“拍”的现象,当能量耗散到一定程度后,系统的振动特性变为 NES 与 LO 系统的两质点保持 1:1:1 的振动特征,在此时间段内 NES 振幅较大,大量耗散振动能量,实现了靶向能量吸收的作用。当振动能量耗散到一定程度后,NES 的

振动逐渐变为与 LO 系统振动相位相差 $\pi/2$, NES 逐渐失去靶向能量吸收的能力。

为了进一步分析在振动过程中的能量耗散情况和以及振动抑制情况,计算了不考虑 NES 时,二自由度线性系统的振动情况,对质点 1 的位移进行傅里叶变换并与连接 NES 的系统位移响应对比;同时,计算了两个系统不同时间的振动能量与初始能量的比值,如图 8 所示。

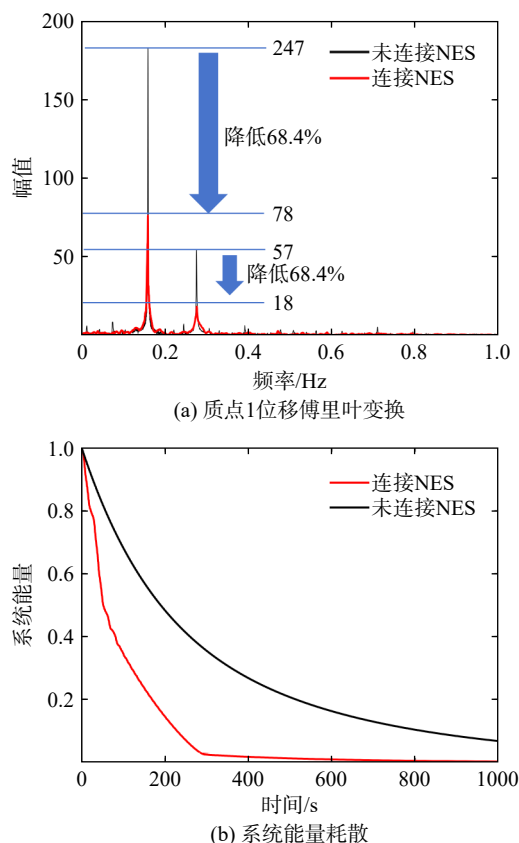


图 8 质点 1 位移傅里叶变换和系统能量耗散对比(C点)

Fig. 8 Comparison of Fourier transform of displacement of m_1 and system energy dissipation (point C)

由图 8(a)可知,当受到脉冲激励时,质点 1 的位移响应包含了未连接 NES 的二自由度线性系统的两个固有频率,这表明 NES 没有影响主系统(LO 系统)的原有动力学特性。并且 NES 对系统的两阶固有频率均产生了有效地抑制,振幅降低均达到了 68.4%。由图 8(b)可知系统能量耗散速度分为了 3 个区间,对应于图 6 所示的 NES 振动的 3 个时间段,可以发现,在最初 NES 拍振阶段,系统能量耗散最快,在短时间内耗散了系统 50% 的能量。

当脉冲激励大小合适时,NES 首先产生拍振(能量耗散速度最快),其次过渡到与主系统的

1:1:1 稳态振动(能量耗散速度稍弱), 最后逐渐变为与 LO 系统振动相位相差 $\pi/2$ (能量耗散速度最小)。

为了对比分析, 研究脉冲激励过小或过大时, NES 的动力学特性, 其动力学响应结果如图 9 所示。

由图 9 可知, 随着脉冲激励能量的增加, NES 振幅呈现的变化趋势为由明显小于质点 1 和质点 2 增加至明显超过质点 1 和 2, 最后逐渐趋近于质点 1 和 2 的振幅。因此, 非线性系统的振动能量在脉冲激励逐渐增大的过程中表现为首先向 NES 处大量集中, 然后逐渐减小。

计算各点的能量耗散曲线, 如图 10 所示。

由图 10 可知, 随着脉冲激励的增加, NES 对加快系统振动能量耗散的程度呈现为先增加后减

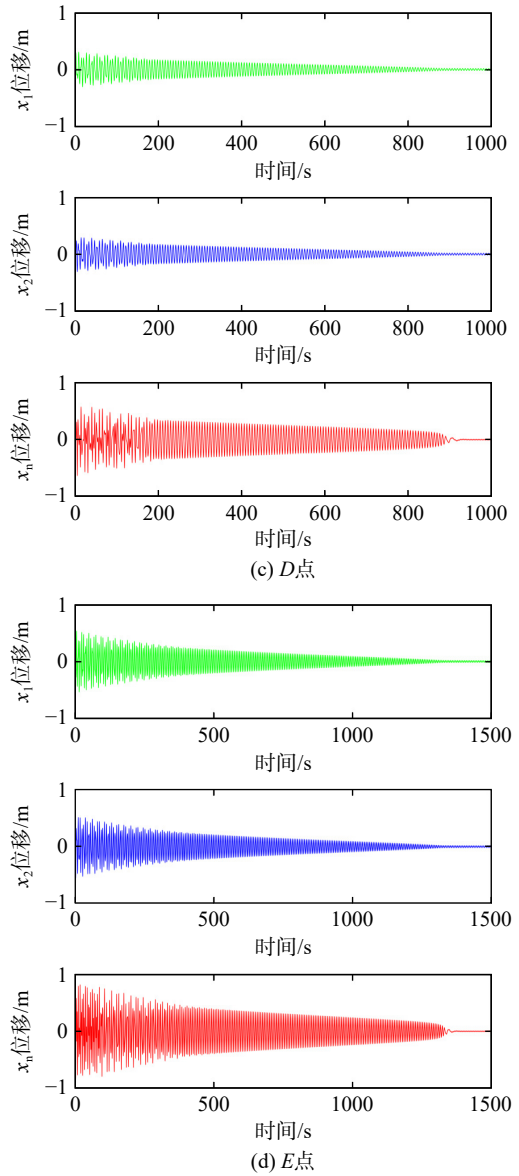
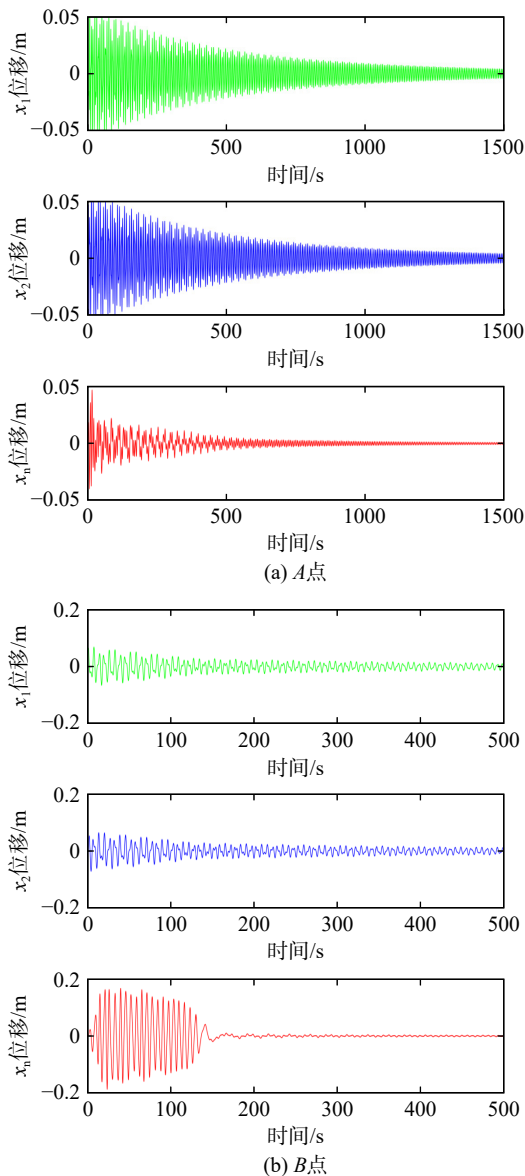


图 9 各质点响应结果

Fig. 9 Response results of each particle

小的趋势。

由图 5 及对图中 5 个点动力学特性及能量耗散特性的分析, 可以发现, 对于固定参数的 NES 系统, 在合适的脉冲激励下可以实现对主系统振幅的最大抑制, 并且实现了在脉冲激励下系统振动的快速稳定和振动能量的快速耗散。

通过对 NES 的振动响应分析发现, 在合适的脉冲激励下, NES 会激发起拍振现象, 此时振动能量的耗散速度最快。因此, 在机匣结构上, 可以通过分析 NES 的振动特性判断其参数设置是否合适。

对于特定参数的 NES, 其主系统受到一定能量范围内的激励时, 可以发挥最佳的共振捕获和

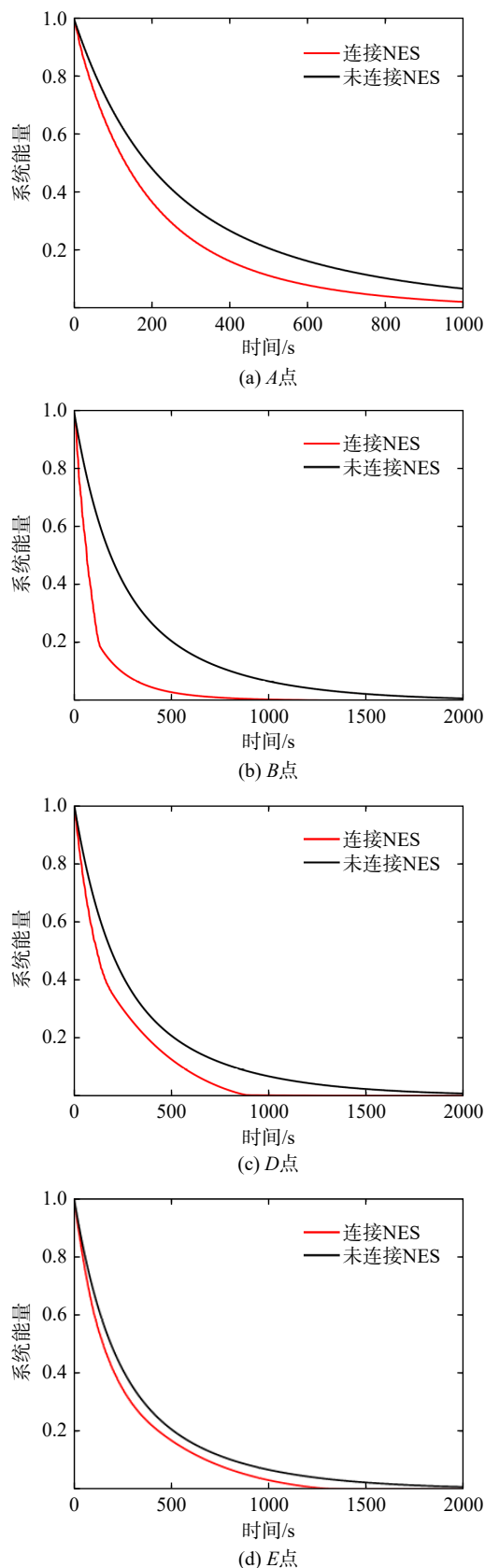


图 10 系统能量耗散对比

Fig. 10 Comparison of system energy dissipation

靶向能量吸收的作用。为了对不同激励下的振动进行有效抑制,开展 NES 参数对能量耗散特性影

响的研究。

1.3 非线性刚度和阻尼对非线性能量阱能量耗散特性影响

在第 1.1 节和第 1.2 节的研究中,得到了特定参数 NES 对主系统振动的响应规律,并且发现其具有最优的作用能量域。为了得到不同激励下 NES 的参数设计方法,需要开展 NES 参数对其最优作用域的影响规律研究。

在 NES 构型中,如图 1 所示,主要包括 NES 质量、NES 阻尼和 NES 非线性刚度。为了不对主系统固有动力学特性产生明显的影响,将 NES 质量设置为主系统质量的 1%,对其阻尼和非线性刚度进行分析。在分析过程中保持主系统的参数不变,仍为单位化参数,以式(18)定义的 E_{nes} 为标准,衡量 NES 能量耗散效果。

首先计算了不同参数的 NES 在不同激励下所能实现的最大能量耗散,如图 11 所示。

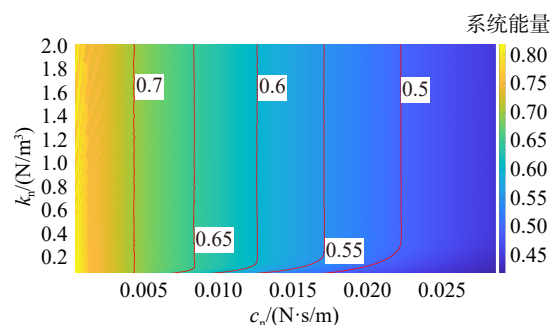


图 11 不同参数下 NES 能量耗散特性

Fig. 11 Energy dissipation characteristics of NES with different parameters

在图 11 中,横坐标为 NES 的阻尼系数,纵坐标为 NES 的非线性刚度系数,图中不同位置的颜色代表了在该参数的 NES 在不同激励下所能耗散的最大能量占比,图中给出了 5 条等能量耗散线。可以看出,当 NES 阻尼较小时,所能达到的能量耗散比例(在其对应的最优脉冲激励下)要大于较大阻尼的 NES,在图 11 纵坐标不变的条件下,随着横坐标的增加,NES 对系统振动能量的耗散比例逐渐减小。当阻尼较小时,NES 能量耗散值较大,即,弱阻尼 NES 性能优于强阻尼。

为了进一步分析特定激励下,不同参数的 NES 性能,计算了不同参数的 NES 对应的最优脉冲激励,如图 12 所示。

图 12 中不同颜色代表了不同脉冲激励下的质点 1 初始速度,红色线条代表了 NES 能量耗散

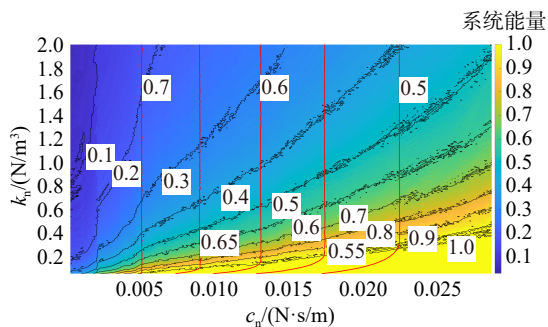


图 12 不同激励下不同参数 NES 能量耗散特性

Fig. 12 Energy dissipation characteristics of NES with different parameters under various excitations

相同的参数, 黑色线条为质点 1 初始速度相同的曲线。由图 11 可知, 为了实现 NES 高能量耗散, 应选择弱阻尼。由图 12 可知, 在特定阻尼条件下, 最佳 NES 非线性刚度随着激励的增加而减小。

对比图 11 和图 12, 可以发现:

- 1) 弱阻尼 NES 能量耗散效果优于强阻尼 NES。
- 2) 随着激励能量的增加, 最优 NES 对应的非线性刚度减小。

由图 11 和图 12, 可以得到不同参数的 NES 所能发挥的最大能量耗散比例及对应的脉冲激励, 可以指导激励变化时, NES 参数优化的方向。

前述分析给出了立方刚度 NES 的振动特性和参数影响规律, 而为了进一步奠定 NES 实际应用的基础, 需要研究其非线性刚度的实现构型。

为了实现立方刚度, 可以利用预屈曲细长梁结构, 如图 13 所示, 其初始状态为轴向受压的屈曲构型。设梁长度为 L , 横截面积为 A , 截面惯性矩为 I , 弹性模量为 E , 初始轴向压缩位移为 Δ 。

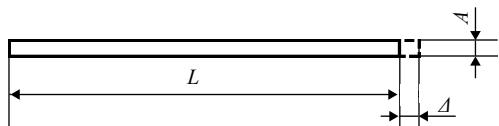


图 13 预屈曲梁结构

Fig. 13 Pre-buckled beam structure

对于上述结构, 当梁端部受到横向位移 x 时, 其力学行为呈现几何非线性特性, 经过简单推导, 可得式 (18), 在此不再赘述。

$$F(x) = \frac{EA\pi^4}{8L^3} x^3 \quad (18)$$

式中 F 为反力。

基于式 (18), 通过预屈曲梁的几何非线性设计, 可构造等效立方刚度, 该方法为 NES 的物理

实现提供了可量化的设计准则, 且通过调整 Δ/L 比值可适配不同频带的振动抑制需求。

2 非线性能量阱对真实机匣结构振动抑制与靶向能量吸收

第 1 章内容基于三自由度非线性系统, 开展了非线性模态分析, 揭示了 NES 实现主系统振动能量靶向捕获的必要条件, 并阐明了 NES 结构参数对其作用特性的影响规律。在此基础上, 将在三自由度系统得到的 NES 作用规律应用到航空发动机机匣结构, 验证其在机匣结构上的有效性并实现对机匣结构在脉冲激励下引起的多阶模态振动的有效抑制。为了确定振动的频率范围, 充分考虑到在实际运行中机匣只会表现出其前几阶振动模态, 因此, 对 200 Hz 以内机匣被激励起的模态振动进行分析。

2.1 真实机匣有限元模型

本节以真实机匣模型为研究对象, 如图 14 所示, 开展研究。图 14 给出连接 NES 的航空发动机机匣结构, 同时选定了点 I (机匣与 NES 连接点) 和点 II (振动穿过法兰后的一点) 作为振动监测点。机匣包含两个安装节, 其中主安装节设置为固定约束, 而辅助安装节则约束轴向和周向自由度, 放开了径向自由度。小质量结构通过线性阻尼和非线性刚度与机匣连接。

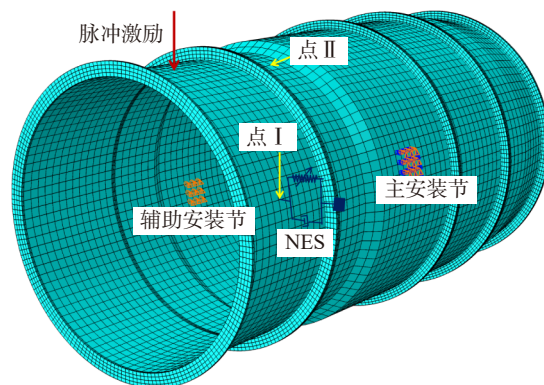


图 14 连接 NES 的航空发动机机匣结构

Fig. 14 Engine casing structure with connected NES

在设置不同机匣段法兰的连接时, 由于在理论分析^[24]和工程实践^[25]方面都证明当机匣振动模态不超过 200 Hz 时, 可以应用绑定约束。而本文中涉及的机匣振动模态均不超过 200 Hz, 所以通过对法兰施加绑定约束来耦合不同机匣段。

机匣的材料设置如下: 弹性模量为 198 GPa, 泊松比为 0.3, 密度为 7900 kg/m³, 材料阻尼比为

例阻尼, 即

$$C = \alpha M + \beta K \quad (19)$$

式中 M 为质量矩阵, K 为刚度矩阵, C 为阻尼矩阵。设置 $\alpha=0.1$, $\beta=5 \times 10^{-5}$ 。机匣结构尺寸如图 15 所示, 机匣厚度为 0.003 m, 厚度与直径的比值为 0.002 6, 属于薄壁结构。

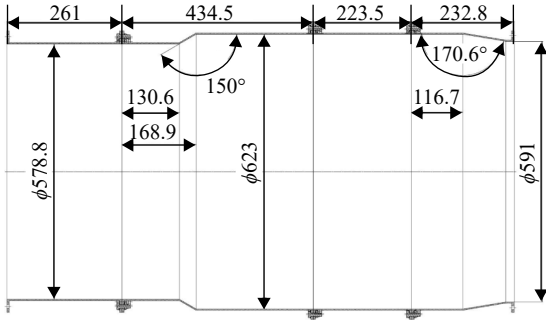


图 15 航空发动机机匣尺寸(单位: mm)

Fig. 15 Engine casing dimensions (unit: mm)

2.2 振动能量可视化方法

由第 1 章内容可知, 在合适的条件下, NES 可以实现对主系统的瞬态共振捕获, 进而实现对主系统振动能量靶向吸收。当主系统为机匣时, 为了分析振动能量的流动与耗散特性, 引入结构声强法计算结构内的振动能量流动特性。

结构声强法同时考虑了结构内部应力和质点响应(速度、位移等), 来表征振动能量传递的大小和方向, 是一种计算振动能量传递特性的有效方法, 其基本表达式如下^[26]:

$$I_i(t) = - \sum_j \sigma_{ij}(t) v_j(t) = - \sum_j \sigma_{ij}(t) \left(\frac{\partial s_j(t)}{\partial t} \right) \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (20)$$

式中 $I_i(t)$ 表示瞬时结构声强在 i 方向上的分量, $\sigma_{ij}(t)$ 和 $v_j(t)$ 分别表示 t 时刻结构的应力张量分量和速度矢量分量, $s_j(t)$ 表示位移矢量分量。

为了利用数值方法计算连续体结构的振动能量, 将结构声强法与有限单元法结合, 得到了在六面体实体单元中结构声强的表达式^[26]:

$$\begin{cases} I_x^{\text{solid}} = -(\sigma_{xx}\dot{u}_x + \sigma_{xy}\dot{u}_y + \sigma_{xz}\dot{u}_z) \\ I_y^{\text{solid}} = -(\sigma_{yx}\dot{u}_x + \sigma_{yy}\dot{u}_y + \sigma_{yz}\dot{u}_z) \\ I_z^{\text{solid}} = -(\sigma_{zx}\dot{u}_x + \sigma_{zy}\dot{u}_y + \sigma_{zz}\dot{u}_z) \end{cases} \quad (21)$$

式中 σ_{xx} 、 σ_{yy} 和 σ_{zz} 分别表示单元在 x 、 y 和 z 方向上的正应力; $\sigma_{xy}=\sigma_{yx}$ 、 $\sigma_{xz}=\sigma_{zx}$ 和 $\sigma_{yz}=\sigma_{zy}$ 分别表示单元切应力; u_x 、 u_y 、 u_z 分别表示 x 、 y 、 z 这 3 个方

向上的位移分量。

基于式(21), 可以结合有限元方法计算连续体结构的振动能量。图 16 给出了机匣结构声强矢量场的计算流程。

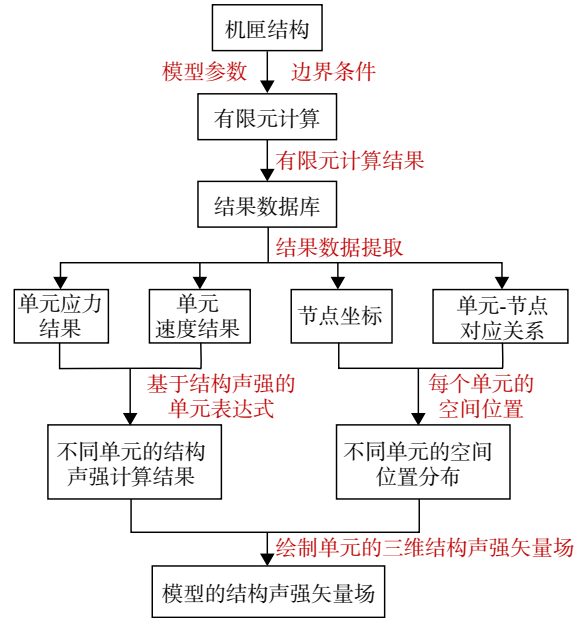


图 16 结构声强矢量场计算流程

Fig. 16 Calculation process of structural intensity field

2.3 机匣振动能量矢量场与非线性能量阱参数选取

为了验证 NES 对机匣结构的靶向能量吸收和宽频振动抑制, 开展机匣结构在受到脉冲激励时的瞬态动力学响应分析。在有限元模型中施加脉冲激励时, 如果在初始时刻瞬时施加外部激励, 计算无法收敛。因此, 采用在极短时间内施加半个周期的简谐激励来模拟脉冲激励的方法, 在这种形式的激励下, 机匣结构的响应最剧烈, 最易及其机匣的多阶模态振动^[27]。为了充分激励起机匣较大幅值的模态振动从而分析 NES 对机匣的共振捕获特性, 简谐激励的频率设置为机匣的固有频率, 激励曲线如图 17 所示。

该激励为半个周期的正弦激励, 频率为 264.62 Hz (机匣固有频率)。在确定激励幅值时, 充分考虑到施加脉冲激励的目的是激发起机匣结构的多阶振动模态, 同时, 还需要避免脉冲激励过大导致机匣进入非弹性阶段。因此需要对激励幅值进行选择。通过计算, 当幅值选择为 1 000 N 时, 可以充分激励其机匣的三阶模态振动。

在计算时, 将分析步设为两个子步, 第一个子步施加脉冲激励, 半个周期共设置 10 个时间步长;

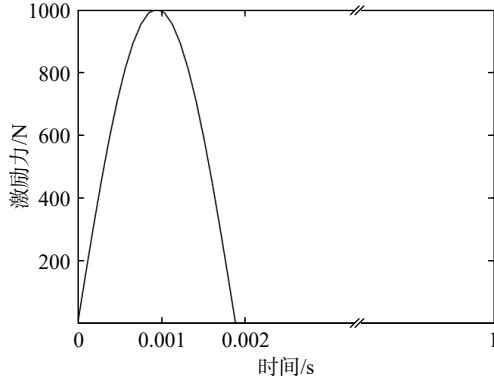


图 17 激励曲线

Fig. 17 Excitation curve

第二个子步计算脉冲激励后机匣的瞬态动力学相应结果, 时间步长设置为 0.000 2 s (约等于第一个子步的时间步长)。在该激励下机匣的振动能量传递特性如图 18 所示。

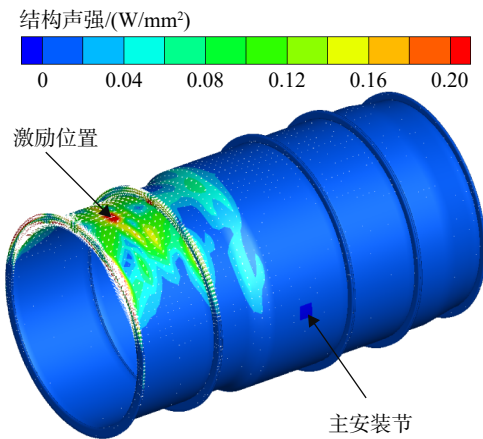


图 18 脉冲激励下机匣振动能量矢量云图

Fig. 18 Vibration energy vector cloud map on the casing under pulse excitation

由图 18 可知, 在脉冲激励后, 振动能量主要沿着周向传递, 穿过法兰传递至其他机匣段的能量很少。因此, NES 的安装位置应位于施加激励的机匣段, 同时, 为了分析 NES 对能量的吸收与耗散作用, 选取图 14 中点 I 位置安装 NES, 从而对比振动能量从激励点到周向两侧传递的区别。

计算在该激励后, 未连接 NES 的机匣点 I 的位移响应结果, 如图 19 所示。对其进行傅里叶变换, 结果如图 20 所示。

由图 20 可得, 图 17 所示的激励可以激起机匣的多阶模态振动。

为了验证 NES 对机匣结构的瞬态共振捕获和宽频振动抑制, 计算当机匣连接了 NES 之后,

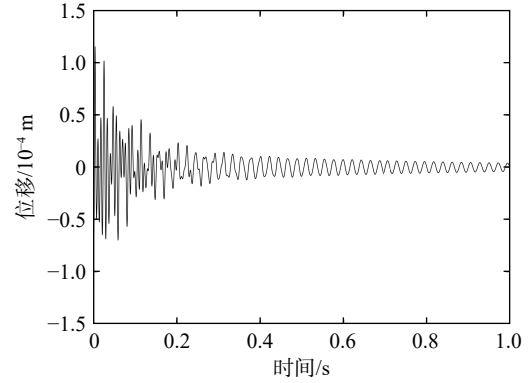


图 19 点 I 位移响应曲线

Fig. 19 Displacement response curve at point I

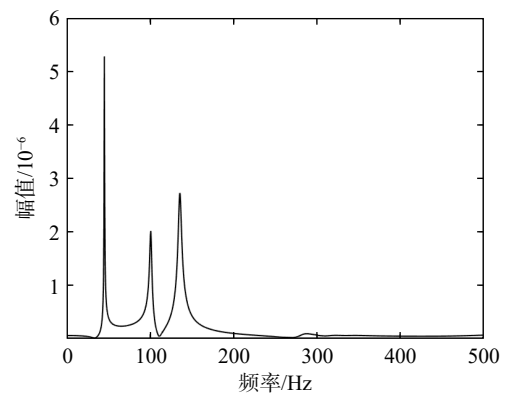


图 20 点 I 位移响应傅里叶变换结果

Fig. 20 Fourier transform results of displacement response at point I

在相同激励下的动力学响应。

在选取 NES 参数时, 设置其质量为 0.447 6 kg (机匣质量的 1%)。为了实现 NES 对激励的瞬态共振捕获, 分析在脉冲激励后点 I 在初始阶段的位移响应, 如图 21 所示。其傅里叶变换结果如图 22 所示。

由图 21 和图 22 可知, 在初始阶段, 点 I 以 132.45 Hz 的频率振动, 振幅为 0.000 1 m。

由图 2 可以看出, 由于 NES 的很小, 连接 NES 对系统的特征频率影响很小, (在图 2 对应的参数中, 频率由 $\sqrt{3}$ rad/s 变为 1.727 7 rad/s)。因此可以基于 132.45 Hz 的频率计算机匣连接的 NES 非线性刚度。

由于 NES 刚度为立方刚度, 即弹性恢复力为 $k_n x_t^3$ (k_n 为立方刚度系数, x_t 为点 I 和 NES 的相对位移), 可以写为 $k_n x_t^2 \cdot x_t$, 其瞬时刚度可线性化表示为 $k_n x_t^2$ 。因此, 为了实现初始阶段的瞬态共振捕获, 应满足 NES 频率与机匣振动频率相同, 如式(22)所示。

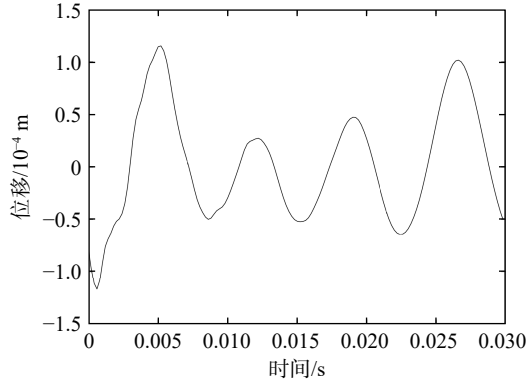


图 21 点 I 位移响应曲线(初始阶段)

Fig. 21 Displacement response curve at point I (initial stage)

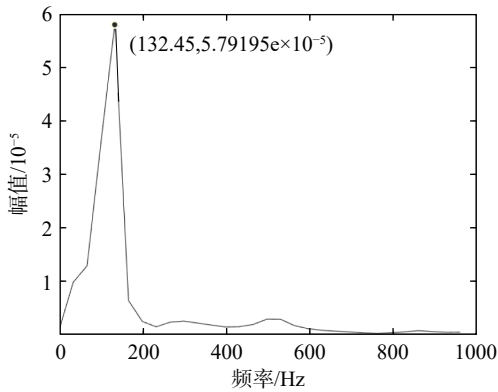


图 22 点 I 位移响应傅里叶变换结果(初始阶段)

Fig. 22 Fourier transform results of displacement response at point I (initial stage)

$$\sqrt{\frac{k_n x_r^2}{0.4476}} = 2\pi \times 132.45 \quad (22)$$

由图 22 可知,在点 I 在极短的时间内位移达到了 0.0001 m ,由于惯性作用,此时可认为 NES 仍处于静止状态,即, $x_r = 0.0001 \text{ m}$ 。因此,可以得到 $k_n = 3.1 \times 10^{13} \text{ N/m}^3$ 。

由图 11 可知,非线性刚度对阻尼的影响很小;弱阻尼 NES 能量耗散效果要优于强阻尼。因此,设置阻尼为 $100 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ (较小的阻尼系数)。

2.4 非线性能量阱对机匣宽频振动抑制

为了验证上述 NES 对机匣振动的抑制作用,计算当连接 NES 后,点 I 的位移响应结果,如图 23 和图 24 所示。

由响应结果可知, NES 对机匣的位移产生了抑制效果。同时,分析质点位移曲线还可以发现,在 $0 \sim 0.3 \text{ s}$ 的时间段内,质点的振动比较杂乱,此时脉冲激励的影响还在体现;而当时间超过 0.3 s 后,质点的位移则呈现出规律的简谐曲线,此时振动主要表现为脉冲激励的影响结束后,结构未

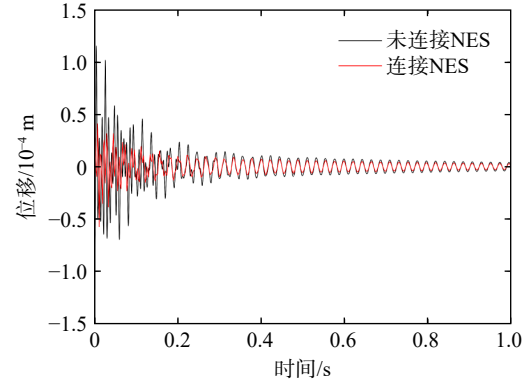


图 23 点 I 位移响应对比

Fig. 23 Comparison of displacement response at point I

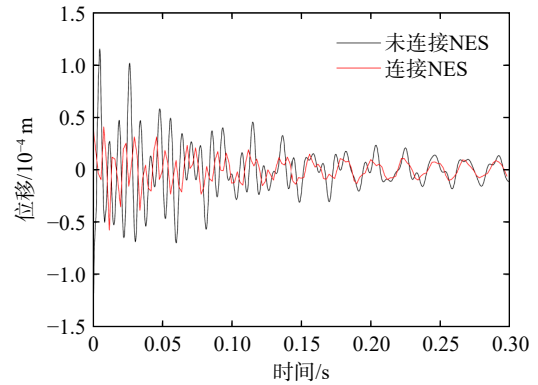


图 24 点 I 位移响应对比(初始阶段)

Fig. 24 Comparison of displacement response at point I (initial stage)

处于平衡状态导致的简谐振动。因此,可以将 $0 \sim 0.3 \text{ s}$ 视为初始阶段,即脉冲激励影响的阶段。

为了进一步分析 NES 的宽频振动抑制,对上述结果进行傅里叶变化,如图 25 所示。

图 25 体现了 NES 对机匣宽频域振动均产生了有效抑制,不同频率下振幅降低均超过 25%。并且,可以发现在连接 NES 前后,点 I 的振动频率并未发生明显的变化,这表明, NES 对机匣结构的动力学特性并未产生影响。

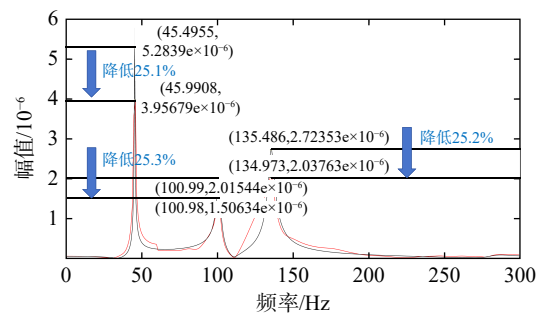


图 25 点 I 位移响应傅里叶变换对比

Fig. 25 Comparison of Fourier transform of displacement response at point I

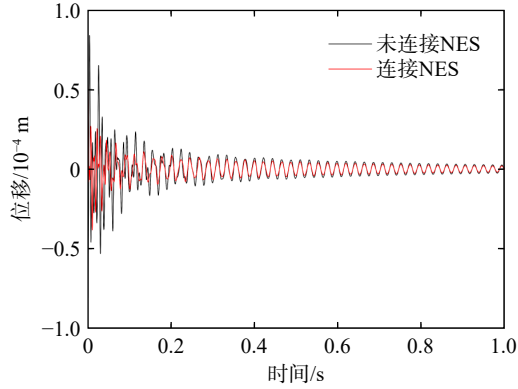


图 26 点 II 位移响应对比

Fig. 26 Comparison of displacement response at point II

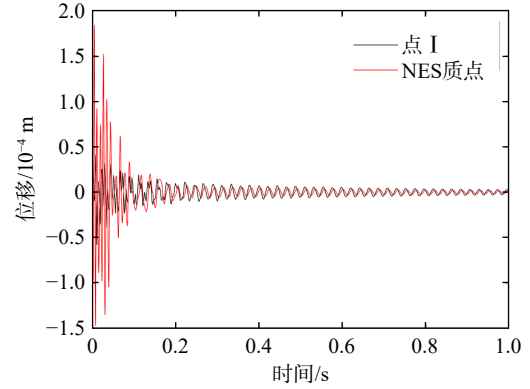


图 28 点 I 与 NES 质点位移响应

Fig. 28 Displacement responses of point I and NES mass

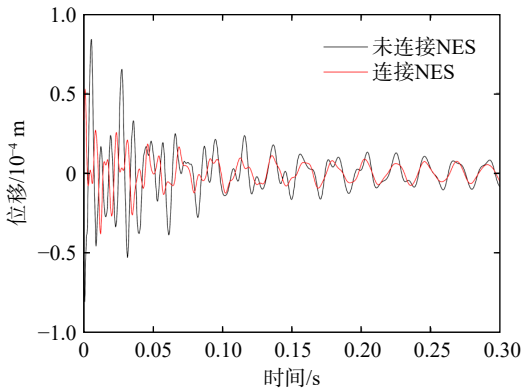


图 27 点 II 位移响应对比(初始阶段)

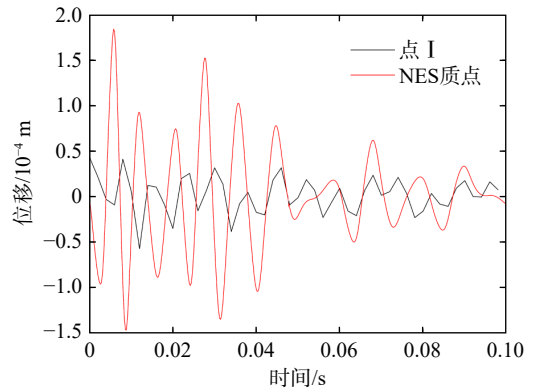
Fig. 27 Comparison of displacement response at point II
(initial stage)

图 29 点 I 与 NES 质点位移响应(初始阶段)

Fig. 29 Displacement response of point I and NES mass
(initial stage)

为了进一步验证 NES 的振动抑制效果,选择机匣上非直接连接 NES 的质点(点 II)振动响应结果对比,如图 26 和图 27 所示。结果表明, NES 对机匣上其他质点的振动也产生了有效抑制。

基于第 1 章研究结果,进一步分析 NES 动力学响应,绘制了点 I 和 NES 质点的位移响应曲线,如图 28 和图 29 所示。

由图 28 和图 29 可知,在振动初始阶段, NES 发生拍振现象(振幅呈周期性变化),当振动能量逐渐耗散,振动降低至一定程度之后, NES 变为简谐振动,并且与点 I 的振动相位相差 $\pi/2$ 。这与基于图 1 所示的三自由度系统的动力学特性相同,表明基于图 1 系统得到的 NES 基本作用规律同样适用于机匣结构。

上述结果证明了 NES 可以实现机匣模型在脉冲激励下产生的宽频振动。而为了进一步验证 NES 的性能,开展了机匣在受到宽频激励时的振动抑制效果。

仍然以图 14 模型为基础,将脉冲激励改为宽

频激励。宽频激励利用高斯白噪声的方法实现,设置激励频率为 0~200 Hz,激励幅值为 1 000 N。计算了连接 NES 前后点 II 的位移响应结果和傅里叶变换结果,如图 30 和图 31 所示。结果表明,在宽频激励下 NES 仍实现了对多阶模态振动的抑制。

2.5 非线性能量阱对机匣振动能量靶向捕获与耗散

为了从振动能量传递特性对 NES 靶向能量

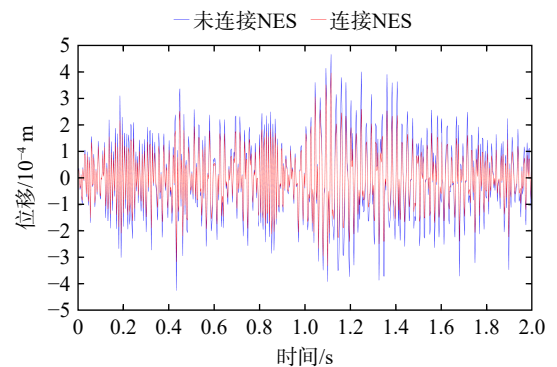


图 30 点 II 位移响应对比

Fig. 30 Comparison of displacement response at point II

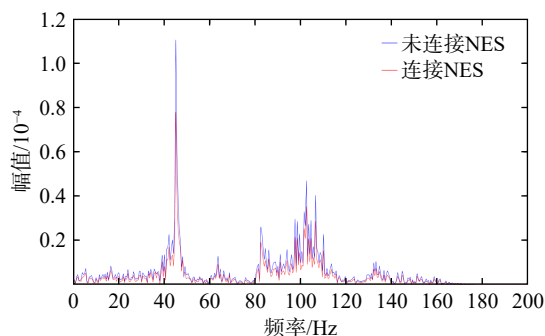


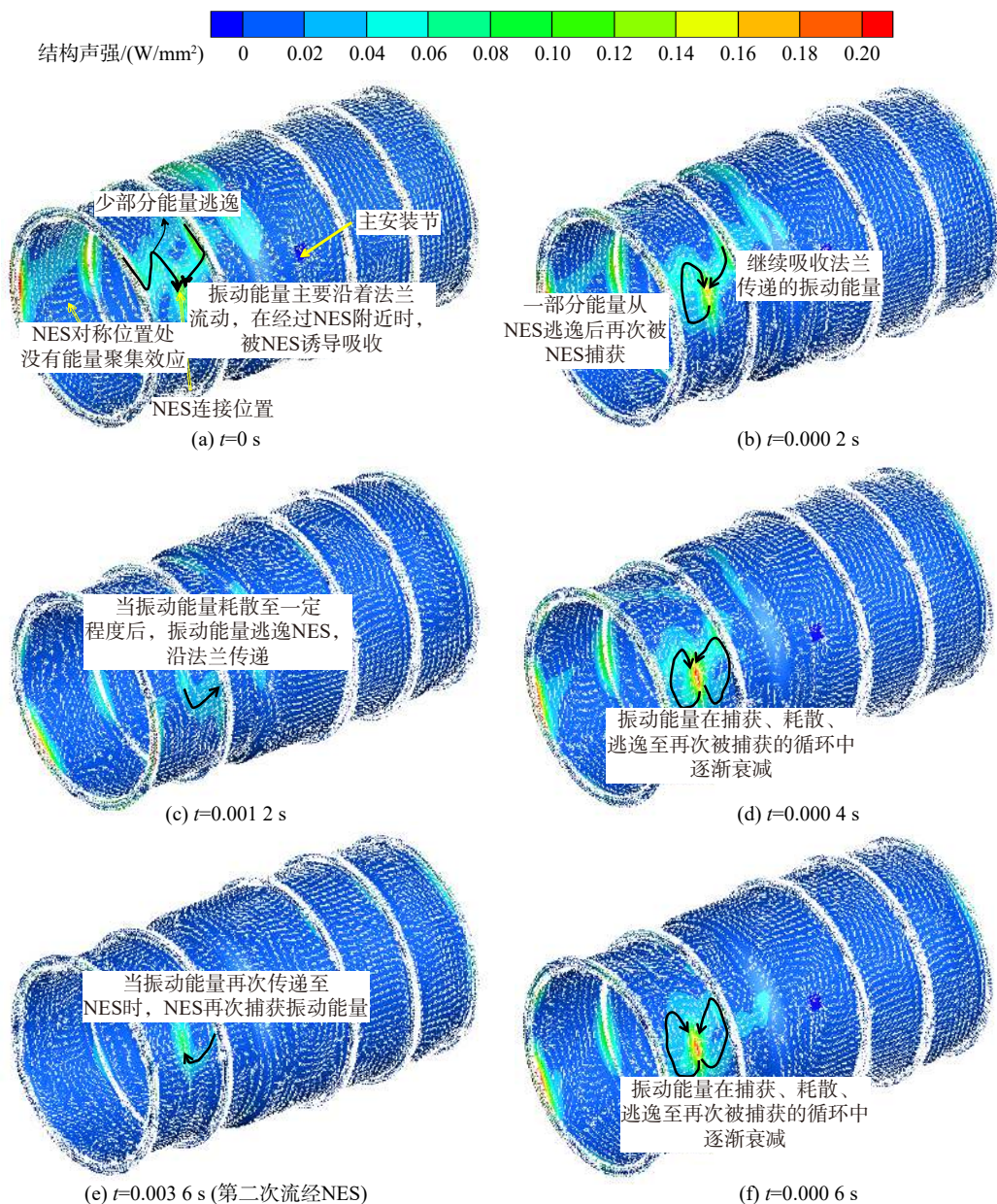
图 31 点 II 位移响应傅里叶变换对比

Fig. 31 Comparison of Fourier transform of displacement response at point II

吸收作用进行验证, 基于第 2.2 节内容所示的振动能量可视化方法, 绘制了脉冲激励后机匣结构的振动能量矢量图。为了充分说明机匣上振动能

量的传递特性, 给出了从脉冲激励结束后到振动能量第一次流经 NES 位置后每个分析步时间的振动能量矢量云图以及振动能量传递一周后第二次流经 NES 时的矢量云图, 如图 32 所示, 图中不同颜色代表振动能量的大小, 箭头方向代表振动能量流动方向。

对比图 18 和图 32, 脉冲激励结束后, NES 吸收了其附近的振动能量的大部分, 并进行大量耗散(在此过程中出现了部分能量短暂的逃逸出 NES, 但随之又被俘获的现象, 如图 32 中的 $t=0.000\ 4\text{ s}$ 和 $t=0.000\ 6\text{ s}$); 另外一部分能量逃逸出 NES, 但是当其沿着机匣传递过程中再此经过 NES 时, 被 NES 捕获, 再次进行能量耗散(如图 32 中的 $t=0.003\ 6\text{ s}$), 形成了回流循环机制。



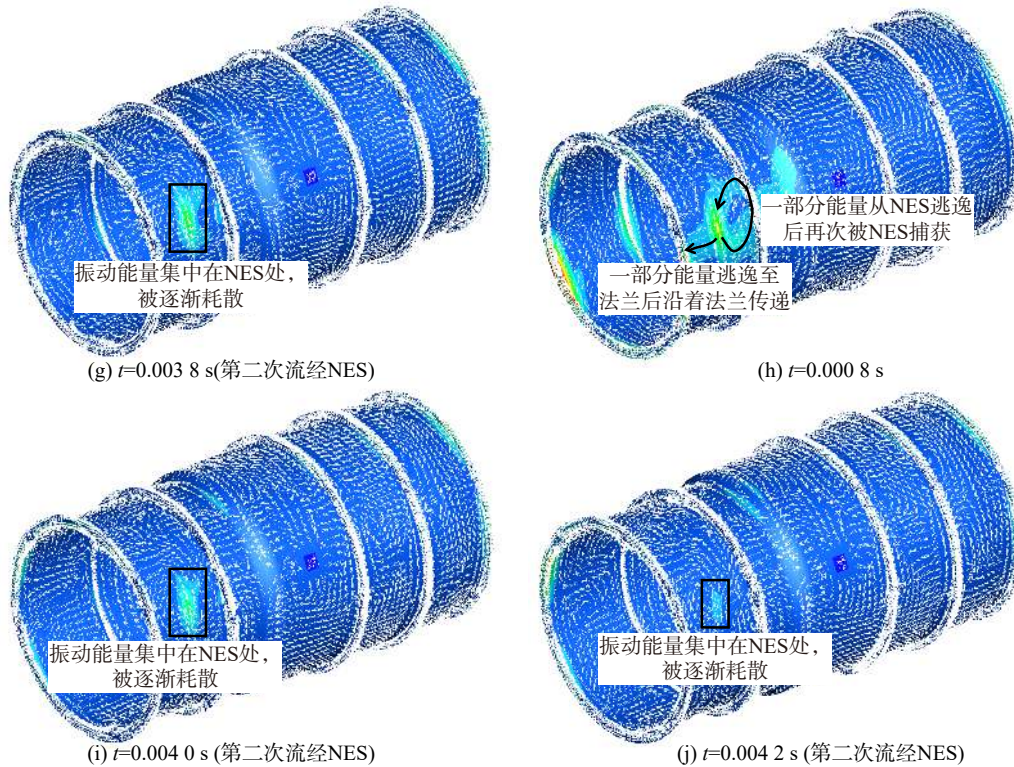


图 32 机匣振动能量矢量云图

Fig. 32 Casing vibration energy vector cloud map

本章内容证明了第1章研究得到的NES响应规律在机匣上同样适用,实现了NES对机匣结构多频振动的有效抑制,并且从振动能量传递的角度揭示了NES对振动能量的靶向吸收作用。

3 结 论

本文基于三自由度线性系统,研究了NES对主系统的瞬态共振捕获和靶向能量吸收特性,随后在薄壁机匣结构上成功应用NES实现了机匣的宽频振动抑制,并从振动能量传递角度揭示了NES对振动能量靶向吸收作用。具体结论如下:

1) 非线性系统模态与系统振动能量相关,并且在合适的振动模态下会发生振动能量局部化现象,即,振动主要发生在某个自由度,而其他自由度的振动非常小。

2) 通过设置NES参数,可以实现将主系统的振动转移至NES,并且随着能量的耗散,振动进一步集中在NES,即,NES对主系统实现瞬态共振捕获和靶向能量吸收。

3) 在其他参数不变的条件下,在系统整个振动时间区间内,弱阻尼NES耗散的振动能量要高于强阻尼NES;同时,当外部脉冲激励能量增大时,NES非线性刚度随之减小可以实现最大程度

的能量耗散率。

4) 通过对薄壁机匣结构连接NES,实现了NES对机匣结构的宽频振动抑制;引入结构声强法从振动能量的角度给出了NES的最优安装位置,并分析了NES的靶向能量吸收过程,发现了NES通过回流循环机制实现振动能量的梯度捕获与持续耗散。

本文通过引入非线性结构,开展NES在多自由度系统中的动力学响应特性,并将其应用于薄壁机匣的多频振动抑制,实现了单个非线性结构对机匣多阶模态振动的有效抑制,突破了线性动力吸振器作用频率单一的限制。

参考文献:

- [1] Gendelman O, Manevitch L I, Vakakis A F, et al. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators part I: dynamics of the underlying Hamiltonian systems[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2001, 68(1): 34-41.
- [2] Vakakis A F, Gendelman O. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators part II: resonance capture[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2001, 68(1): 42-48.
- [3] 张运法. 基于非线性能量阱的减振系统动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2023.
Zhang Yunfa. Study on dynamic characteristics of vibration reduction systems based on nonlinear energy traps[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2023. (in Chinese)

- [4] Lee Y S, Vakakis A F, Bergman L A, et al. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: a review[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2008, 222(2): 77-134.
- [5] Lu Zheng, Wang Zixin, Zhou Ying, et al. Nonlinear dissipative devices in structural vibration control: a review[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 423: 18-49.
- [6] Nayfeh S A, Nayfeh A H. Energy transfer from high-to low-frequency modes in a flexible structure via modulation[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1994, 116(2): 203-207.
- [7] Kerschen G, McFarland D M, Kowtko J J, et al. Experimental demonstration of transient resonance capture in a system of two coupled oscillators with essential stiffness nonlinearity[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 299(4/5): 822-838.
- [8] Musienko A I, Lamarque C H, Manevitch L I. Design of mechanical energy pumping devices[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2006, 12(4): 355-371.
- [9] Malatkar P, Nayfeh A H. Steady-State dynamics of a linear structure weakly coupled to an essentially nonlinear oscillator[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 47(1): 167-179.
- [10] Nayfeh A H. Perturbation methods in nonlinear dynamics[M]//Lecture Notes in Physics. Berlin, Germany: Springer, 2007: 238-314.
- [11] Nayfeh A H, Chin C, Nayfeh S A. On nonlinear normal modes of systems with internal resonance[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1996, 118(3): 340-345.
- [12] Ding Hu, Chen Liqun. Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(4): 3061-3107.
- [13] Li Shuangbao, Zhou Xinxing, Chen Jianen. Hamiltonian dynamics and targeted energy transfer of a grounded bistable nonlinear energy sink[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2023, 117: 106898.
- [14] 李双宝, 周新星. 周期激励下接地双稳态非线性能量阱的动力学[J]. *中国民航大学学报*, 2023, 41(4): 51-57.
- Li Shuangbao, Zhou Xinxing. Dynamics of a grounded bistable nonlinear energy sink under periodic excitations[J]. *Journal of Civil Aviation University of China*, 2023, 41(4): 51-57. (in Chinese)
- [15] Qiu Donghai, Li Tao, Seguy S, et al. Efficient targeted energy transfer of bistable nonlinear energy sink: application to optimal design[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 92(2): 443-461.
- [16] 张运法, 孔宪仁. 具有组合非线性阻尼的非线性能量阱振动抑制响应分析[J]. *力学学报*, 2023, 55(4): 972-981.
- Zhang Yunfa, Kong Xianren. Analysis on vibration suppression response of nonlinear energy sink with combined nonlinear damping[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(4): 972-981. (in Chinese)
- [17] 莫帅, 黄祖瑞, 刘翊恒, 等. 具有几何非线性刚度的非线性能量阱振动抑制与动态特性研究[J/OL]. *工程力学*, 1-11 [2024-08-26].
- Mo Shuai, Huang Zurui, Liu Saheng, et al. Study on vibration suppression and dynamic characteristics of nonlinear energy traps with geometric nonlinear stiffness[J/OL]. *Engineering Mechanics*, 1-11 [2024-08-26]. (in Chinese)
- [18] 李建玲, 陈建恩, 孙敏, 等. 非线性能量阱最优参数的变化规律研究[J]. *天津理工大学学报*, 2024, 40(1): 133-139.
- Li Jianling, Chen Jian'en, Sun Min, et al. Study on variation of optimal parameters of nonlinear energy sink[J]. *Journal of Tianjin University of Technology*, 2024, 40(1): 133-139. (in Chinese)
- [19] Zhang Yewei, Yuan Bin, Fang Bo, et al. Reducing thermal shock-induced vibration of an axially moving beam via a nonlinear energy sink[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87(2): 1159-1167.
- [20] Noiseux D U. Measurement of power flow in uniform beams and plates[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1970, 47(1B): 238-247.
- [21] Williams E G. Structural intensity in thin cylindrical shells[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, 89(4): 1615-1622.
- [22] 马英群, 徐蒙, 张楷, 等. 基于结构声强法的机匣振动能量传递特性[J]. *航空学报*, 2019, 40(9): 222938.
- Ma Yingqun, Xu Meng, Zhang Kai, et al. Vibration energy transmission characteristics of casing based on structural intensity method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(9): 222938. (in Chinese)
- [23] 马英群, 张楷, 徐蒙, 等. 多重激励下机匣振动能量传递规律与耦合特性[J]. *推进技术*, 2019, 40(6): 1389-1398.
- Ma Yingqun, Zhang Kai, Xu Meng, et al. Investigation on transmitting regularities and coupling characteristics of vibrational energy for casing structure under multiple excitations[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(6): 1389-1398. (in Chinese)
- [24] Kim J, Yoon J C, Kang B S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, 31(5): 895-911.
- [25] Pratt W. Advanced bolted joint modeling methodology for PW1000G engine fan case[R]. ASME GT2021-58932, 2021.
- [26] 马英群. 基于结构声强可视化的航空发动机转子-支承-机匣耦合系统振动能量传递特性研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020.
- Ma Yingqun. Investigation on vibration energy transmission characteristics of aero-engine rotor-support-casing coupling system based on visualization of structural acoustic intensity[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2020. (in Chinese)
- [27] 韩佳奇, 陈伟, 刘璐璐, 等. 基础冲击载荷作用下转子-机匣系统动力学响应试验研究[C]//第 15 届全国转子动力学学术大会摘要集. 沈阳: 中国振动工程学会转子动力学专业委员会, 2023.

(编辑: 秦理曼)