

滚动轴承摩擦力矩性能演变的分形分析

韩一念¹, 陈 龙¹, 孟相旭², 成依杰¹, 王培龙¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

2. 山东永翔特种轴承有限公司, 山东 聊城 252000)

摘 要: 以轴承全周期摩擦力矩时间序列为分析对象, 以分形理论为主要分析方法, 通过互信息法确定最佳延迟时间, 通过观察法确定最佳嵌入维数, 最终得到关联维数。结果表明: 轴承摩擦力矩性能具有混沌特性; 嵌入维数与系统非线性及混沌程度呈正相关, 而关联维数则呈负相关; 关联维数可以作为轴承性能衡量指标, A、B 轴承可分别提前 120、160 min 预报轴承失效; 基于最大熵原理验证 A 轴承与分形理论预测的失效时间相差 12 min, 仅占预报时间 120 min 的 10%, 偏离误差处于较低水平, 充分验证了分形理论表征轴承性能演变的有效性和可靠性。

关 键 词: 性能分析; 摩擦力矩时间序列; 关联维数; 延迟时间; 嵌入维数

中图分类号: V216.3; TH133.33

文献标志码: A

Fractal analysis of friction torque performance evolution of rolling bearing

Han Yinian¹, Chen Long¹, Meng Xiangxu², Cheng Yijie¹, Wang Peilong¹

(1. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

2. Shandong Yongxiang Special Bearing Company, Limited, Liaocheng Shandong 252000, China)

Abstract: The time series of the full-cycle friction torque of the bearing were taken as the analysis object, the fractal theory was used as the main analysis method, the optimal delay time was determined through the mutual information method, and the optimal embedding dimension was determined through the observation method, finally the correlation dimension was obtained. The results showed that the friction torque performance of the bearing had chaotic characteristics; the embedding dimension was positively correlated with the nonlinearity and chaos degree of the system, while the correlation dimension was negatively correlated. The correlation dimension can be used as an indicator for measuring the performance of bearings. Bearings A and B can predict bearing failure 120 min and 160 min in advance respectively. Based on the principle of maximum entropy, it was verified that the failure time of bearing A differed from that predicted by the fractal theory by 12 min, accounting for only 10% of the predicted time of 120 min. The deviation error was at a relatively small level, fully verifying the effectiveness and reliability of the fractal theory in characterizing the performance evolution of bearings.

Keywords: performance analysis; friction torque time series; correlation dimension; delay time; embedded dimension

收稿日期: 2025-01-17

基金项目: 山东省科技型中小企业创新能力提升工程(2025TSGCCZZB0943); 山东省轴承智能制造创新创业共同体资助项目(zcgttxcp008)

作者简介: 韩一念(2000—), 女, 硕士生, 研究方向为滚动轴承性能演变分析。E-mail: 2673871612@qq.com

通信作者: 陈龙(1976—), 男, 副教授, 博士, 主要从事滚动轴承研究。E-mail: haustchenlong@163.com

引用格式: 韩一念, 陈龙, 孟相旭, 等. 滚动轴承摩擦力矩性能演变的分形分析[J]. 航空动力学报, 2026, 41(9): 20250031. Han Yinian, Chen Long, Meng Xiangxu, et al. Fractal analysis of friction torque performance evolution of rolling bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(9): 20250031.

滚动轴承服役期间的性能分析对于工作主机的运行势态有着重要的影响,掌握轴承性能演变可预知轴承性能演变趋势,为维修提供充足的时间进而避免严重故障发生^[1]。轴承摩擦力矩是评估轴承动态性能的重要指标,直接影响轴承的寿命、振动、噪声及温升,尤其像卫星、航天飞机这样的高精尖设备对轴承的摩擦力矩性能的要求更高,因此,对轴承摩擦力矩进行深入研究十分必要^[2-4]。

摩擦力矩是轴承正常运作时阻碍其运转的阻力矩。当摩擦力矩过大,轴承表面温度会急剧攀升。过度的温度上升,会致使润滑剂性能恶化,加快磨损速度,甚至可能引发滚动表面烧伤,最终导致轴承损坏。摩擦力矩是评估轴承运转灵活性的一项关键指标,可以描述轴承在工作中的摩擦与润滑状态^[5-7]。但轴承摩擦力矩是一个动力学方程中的未知非线性问题,难以建立一个确切的非线性模型。此外,摩擦力矩值表现出显著的随机性和不确定性,趋势复杂多变,且概率密度函数难以确定^[8],基于现有成果探索更合适的轴承摩擦力矩预报方法是亟需解决的问题。

混沌理论在非线性时间序列分析中的应用,突破了传统基于主观构建模型的局限性。它依据时间序列自身的内在规律进行分析与预测,减少人为因素的干扰,提升了预测的准确性和可靠性^[9]。混沌预报模型对解决轴承摩擦力矩评估问题有其独有特点和用途,能有效解析其运转规律及其性能演变迹象,并能从复杂的表象中寻找隐藏的确定性规则,进而挖掘系统变量长期演化信息^[10]。分形是描述混沌运动的几何语言,混沌是时间上的分形,而分形是空间上的混沌。随着滚动轴承在服役过程中因磨损、润滑失效等因素导致物理性能逐渐退化,摩擦力矩表现出显著的非线性变化。分形理论在处理滚动轴承性能数据的非线性特征方面表现出色,其有效性在于能够通过关联维数等分形参数量化摩擦力矩时间序列的复杂性和动态演变特征。由于摩擦力矩值表现为随机、不平稳的非线性变化,分形是基于一种尺度来研究复杂信号的方法,能够用来描述设备摩擦力矩信号的不规则和复杂性。根据分形几何的观点,分形对象往往具有无标度性和自相似性这两个基本特征^[11]。滚动轴承摩擦力矩性能参数在一定时域长度内具有自相似性,因此可以将分形维数作为摩擦力矩特征参数进行性能分析^[12]。分

形维数包括盒维数、信息维以及关联维等,关联维数可定量描述吸引子几何特征,对其不均匀性极为敏感,能精准呈现吸引子动态结构。孟凡念^[13]提出了用混沌理论对摩擦力矩进行非线性分析的新方法,对比故障、正常轴承的关联维数,依差异判断轴承故障状态;夏新涛等^[8]以关联维数标准差表征摩擦力矩不确定性,借关联维数均值描绘其非线性特征演变;姬翠翠^[14]综合运用混沌和分形理论对缸套-活塞环摩擦磨损过程中的摩擦信号进行研究来识别磨损状态;李国宾等^[15]针对缸套-活塞环磨合过程摩擦力矩的变化特点,提出一种用分形维数描述摩擦力矩信号复杂性的方法;Yang 等^[16]探索了一种结合概率主成分分析去噪和 Higuchi 分形维数变换的无滤波技术来诊断轴承多故障。

本文在研究全周期摩擦力矩时间序列时,将摩擦力矩时间序列划分为多个子时间序列,并对各子序列独立分析,确定最佳嵌入维数与延迟时间,研究不同子序列关联维数的变化,总结关联维数的变化规律,实现轴承性能的定量分析。并对不同型号的轴承开展对比试验,验证结论的准确性。

1 分形理论模型

关联维数是分形理论中分形维数的一种,主要应用于非线性动力学系统中混沌现象的分析和量化性能时间序列的非线性程度,借此揭示系统潜藏结构与规律^[17]。分形与混沌紧密相连,混沌经长期演变呈现为奇怪吸引子这一分形形态。所以,能够借助分形维数,定量表述具有混沌特征的摩擦力矩时间序列。

1.1 性能数据长度选择

序列长度(样本量) N 对试验的计算时间和结果精度有直接影响。 N 较大时分形维数结果会更精确,但计算量也会增加。 N 较小会导致分形维数结果误差增大,无法准确描述摩擦力矩的分形特征。因此,需要在计算时间和结果精度之间权衡来选择合适的序列长度 N 。通过 Grassberger-Procaccia(G-P)算法计算关联维数时, Mischaikow 等^[18]建议 N 应该大于 500 才能得到较为稳定的结果,曾经提出当 $N > (m+1)^2$ 时,计算结果较为准确, m 为相空间重构过程中的嵌入维数。

1.2 关联维数求解

G-P 算法计算关联维数的特点是算法简单易

行, 且对于数据序列具有强大的计算能力^[19-20]。因此, 选取关联维数作为奇怪吸引子特征刻画的一种方法。

设实测时间序列为: $\{V_k\} (k=1, 2, \dots, N)$, 运用延迟坐标法, 将此时间序列拓展至 m 维欧氏空间 R^m , 获得观测序列新集合, 元素记为:

$$V_n(m, \tau) = \{v_n, v_{n+1}, \dots, v_{n+(m-1)\tau}\} \quad (1)$$

$$n = 1, 2, \dots, N_m$$

式中 τ 为延迟时间; $N_m = N - (m-1)$ 为重构向量个数。

从式(1)随意选取参考点 V_i , 按以下公式计算其余点 V_j 到它的距离:

$$r_{ij} = |V_i - V_j| = \left[\sum_{i=0}^{m-1} (v_{i+i\tau} + v_{j+i\tau})^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_m$$

重复上述步骤, 得出所有点间距。设定临界距离 r (r 足够小), 统计距离小于 r 的点对 (V_i, V_j) 的数量, 将其在所有点对中的占比记为:

$$C(r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1, j=i+1}^N H(r - |v(i) - v(j)|) \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_m$$

式中 $C(r)$ 为吸引子的关联积分; $H(s)$ 为 Heaviside 函数。

$$H(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 0 & s < 0 \end{cases} \quad (4)$$

选定合适的 r , 关联维数 D_m 表示为:

$$D_m = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r} \quad (5)$$

作双对数曲线, 找出近似直线的无标度区, 用最小二乘法线性拟合该区域, 拟合直线斜率即为关联维数 D_m 。

1.3 关联维数参数确定

延迟时间 τ 、嵌入维数 m 对关联维数计算都有重要影响。合理选择延迟时间和嵌入维数可以更准确地描述系统的复杂性和动态特征。

1.3.1 延迟时间计算

互信息法^[21]基于信息理论, 通过计算时间序列的互信息函数 I , 把首个极小值对应的 τ 当作延迟时间。该方法常计算 $x(i)$ 与 $x(i+\tau)$ 的相关度, 并令 $x(i+\tau) = y(j)$ 用于信息熵计算。对于时间

序列 $x(i), y(j), i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, M$, 其中 $M = N - \tau$, 平均信息熵 $H(x)$ 、联合熵 $H(x, y)$ 及互信息函数 $I(x, y)$ 定义如下:

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N P[x(i)] \ln\{P[x(i)]\} \quad (6)$$

$$H(x, y) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P[x(i), y(j)] \ln\{P_{xy}[x(i), y(j)]\} \quad (7)$$

$$I(x, y) = H(x) + H(y) - H(x, y) \quad (8)$$

式中 $H(x)$ 为信号 $x(i)$ 的熵, 体现测量系统 $x(i)$ 所得平均互信息量; $P[x(i)]$ 为变量 x 处于状态 i 的概率; $H(y)$ 为信号 $y(j)$ 的熵, 代表测量系统 $y(j)$ 的平均互信息量; $H(x, y)$ 为联合信息熵; $P[x(i), y(j)]$ 为变量 x, y 分别在状态 i, j 同时出现的概率。

计算互信息函数 I 所需概率, 常用等网格法求解。该方法将变量空间等间距划分, 以二维空间为例, 在 x 方向均分为 T 个格子, 标记为 $s=1, 2, \dots, T$, y 方向均分为 T_1 个格子, 标记为 $q=1, 2, \dots, T_1$, 二维格子序号记为 (s, q) , 通过统计各格子中的点数, 进而计算概率。

$$P[x(i)] = \frac{N_{sx}}{N_{\text{total}}} \quad 1 \leq s \leq T \quad (9)$$

$$P[y(j)] = \frac{N_{qy}}{N_{\text{total}}} \quad 1 \leq q \leq T_1 \quad (10)$$

$$P[x(i), y(j)] = \frac{N_{(s,q)}}{N_{\text{total}}} \quad (11)$$

$$1 \leq s \leq T \quad 1 \leq q \leq T_1$$

式中 N_{sx} 为一维 x 方向第 s 个格子内数据点数目; N_{qy} 为一维 y 方向第 q 个格子内数据点数目; N_{total} 为数据点总数; $N(s, q)$ 为二维 xy 方向上 (s, q) 格子里的数据点数量。

互信息函数 $I(x, y)$ 与延迟时间 τ 的函数关系显著, 可记为 $I(\tau)$, 重构时, 将 $I(\tau)$ 的首个极小值当作最优延迟时间。

1.3.2 嵌入维数计算

嵌入维数的大小直接影响混沌条件下不变量的准确计算。嵌入维数过小可能导致吸引子折叠, 而过大则增加计算量并放大噪声影响。本文用观察法确定嵌入维数 m , 逐步增大 m , 算出对应关联维数, 当相邻关联维数差值变化很小时, 表明关

联维数饱和, 此时的 m 即为合适的嵌入维数^[22]。

2 试 验

以滚动轴承的性能分析为研究目的, 以滚动轴承的摩擦力矩性能参数作为监测对象, 对 A、B 两套不同型号的轴承开展全周期摩擦力矩试验。该过程不仅可以观测到轴承从开始运行到试验结束的性能演变, 还可以获取充足的性能数据, 为后续分析提供基础。

2.1 试验设备

本试验测试设备采用型号为 SYJ-MCLJ 的轴承摩擦力矩试验机, 试验机主要由驱动电动机、电主轴、试验机主体、液压加载系统及数据采集系统等部分组成。

试验机由工业计算机控制驱动系统, 驱动电动机采用进口变频调速伺服电动机, 可实现无极调速, 电动机驱动电主轴并带动试验机主体内的被测轴承内圈旋转。在试验之前需通过设备润滑系统对试验轴承润滑, 并按给定工况通过液压加载系统对试验轴承加载; 加载装置通过力传感器拉动载荷连接件、连接杆及轴承安装套, 将拉力传递到标准轴承上, 完成试验轴承在给定工况下力的测量; 轴承摩擦力矩由与轴承安装轴连接的检测设备连接套传递到电主轴上, 通过安装在电主轴上的型号为 HBM-T22/100 N·m 的扭矩传感器进行实时监测; 最终由数据采集系统采集被测轴承试验数据, 并由工业计算机输出轴承摩擦力矩值。试验时, 可实时监测轴承各时刻转速、摩擦力矩、载荷、油温和轴温等数据。试验机示意图及工作原理图如图 1 所示。

计算机控制系统可完成测试轴承的转速、载荷等试验参数的输入, 同时对轴承试验过程进行监控, 如发生异常可控制试验机自动停机, 保证试验安全, 试验机主要技术指标如表 1 所示。

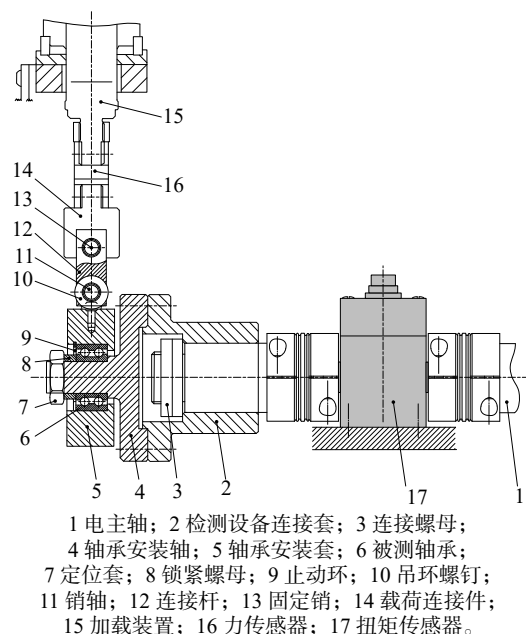
2.2 试验对象

此次全周期摩擦力矩试验对象 A 轴承型号为 3208A-2RS1TN9/MT33, B 轴承型号为 3209A-2RS1TN9/MT33, 主要参数见表 2。

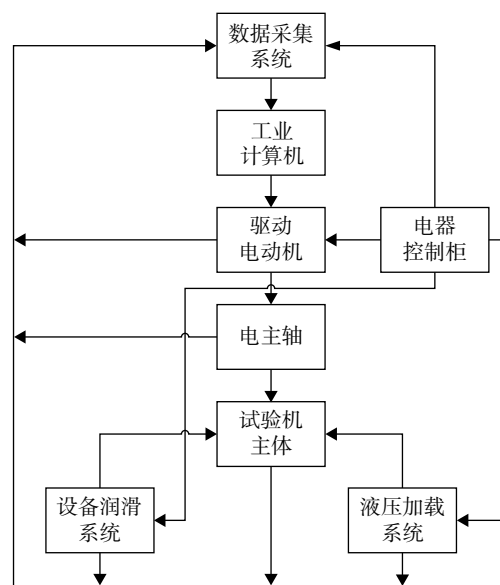
2.3 试验工况

实验室温度需保持在 10~35 ℃, 空气相对湿度低于 80%, 环境务必洁净, 防止尘屑、杂质进入轴承, 同时远离电场、磁场, 杜绝外部干扰影响测量结果。

为了在较短试验时间内模拟轴承的实际应用



(a) 结构示意图



(b) 原理图

图 1 轴承摩擦力矩试验机结构示意图及原理图

Fig. 1 Schematic diagram and principle diagram of bearing friction torque testing machine

工况, 获得更真实的数据, 设计了定速定载加速试验。试验开始时为轴承提供转速 n , 并缓慢施加径向载荷 F_r , 载荷在整个试验中保持不变, $F_r=7.8 \text{ kN}$, $n=350 \text{ r/min}$ 。

2.4 试验结果

在滚动轴承服役期间, 对其摩擦力矩进行定期采样, 试验历时 66 h 42 min, 试验过程中每 8 s 提取一个样本(摩擦力矩数据), 滚动轴承服役周期内可获得 30 015 个时间序列, A 轴承全周期摩擦力矩时间序列如图 2 所示。

表 1 试验机主要技术指标

Table 1 Main technical indexes of testing machine

参数	数值
试验轴承内径/mm	20~60
径向载荷/kN	±30
径向载荷精度/%	设定值的±1
试验轴承数量/套	2
电动机功率/kW	7.5
最高转速/(r/min)	1 440
转速精度/%	设定值的±2
扭矩传感器测量量程/(N·m)	0~100
扭矩传感器测量精度/%	±0.5
径向位移传感器量程/mm	0~100

表 2 试验轴承的主要参数

Table 2 Main parameters of test bearings

参数	数值	
	3208A-2RS1TN9/ MT33	3209A-2RS1TN9/ MT33
内径/mm	40	45
外径/mm	80	85
宽度/mm	30.2	30.2
接触角/(°)	30	30
额定动载荷/kN	48	52
额定静载荷/kN	36.5	41.5
极限转速/(r/min)	5 600	5 300

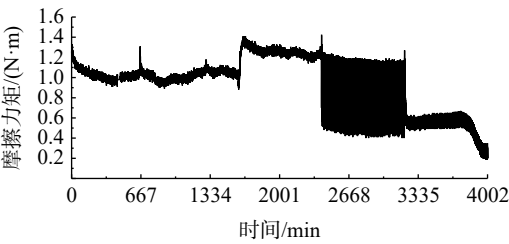


图 2 A 轴承全周期摩擦力矩时间变化曲线

Fig. 2 Full cycle friction torque time change curve of bearing A

3 理论分析与轴承性能失效预报

因受非线性因素作用,滚动轴承摩擦力矩构成非线性动力学系统。分形理论是一种描述复杂结构和不规则现象的数学工具,它提供了一种更好理解和表征非线性系统的方式,广泛应用于轴承诊断^[23]。基于分形理论的思想,依据关联维数将摩擦力矩时间序列依据性能状况划分为不同等级,不仅可以为基于统计学方法分析轴承摩擦力矩性能提供基础条件,还可以实现轴承性能演变分析进而预报性能失效。

3.1 延迟时间计算

绘制轴承摩擦力矩时间序列的互信息函数随延迟时间 τ 变化的图像,取最大延迟时间为 100,选择局部范围内第 1 个极小值对应的延迟时间作为最佳延迟时间。第 1 组子序列可能包含预热阶段数据,但在确定最佳延迟时间时,同样采用上述方法。为了节约篇幅以第 2 组子序列为例,第 2 组子序列互信息函数如图 3 所示,所以第 2 组子序列最佳延迟时间为 3,各子序列最佳延迟时间如图 4 所示。

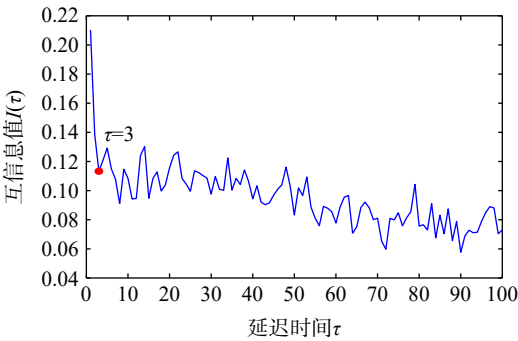


图 3 互信息函数图(A 轴承)

Fig. 3 Mutual information function diagram (bearing A)

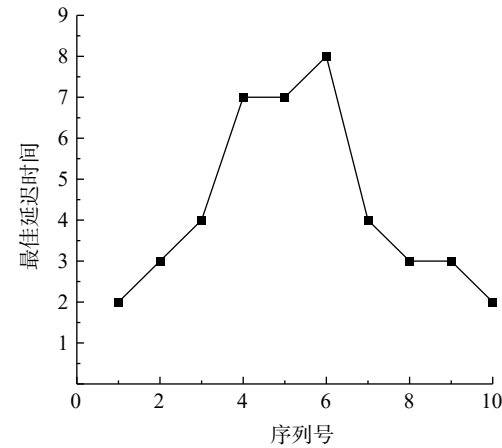


图 4 各子序列最佳延迟时间(A 轴承)

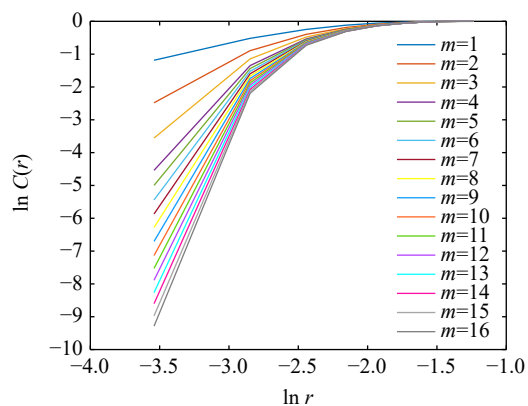
Fig. 4 Optimal delay time of each subsequence (bearing A)

3.2 关联维数计算

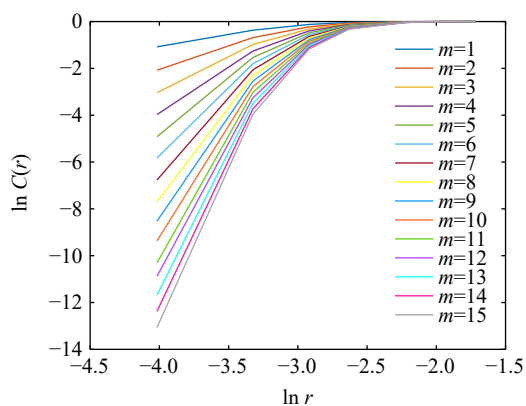
延迟时间确定时,观察 $\ln C(r)$ - $\ln r$ 曲线的变化情况,当曲线斜率趋近于一个常数时,此时的嵌入维数为最佳嵌入维数或饱和维数。各摩擦力矩时间子序列 $\ln C(r)$ - $\ln r$ 双对数曲线如图 5 所示。双对数曲线从上往下嵌入维数以 1 为间隔依次增加,全文双曲线图排布一致。各子序列最佳嵌入维数如图 6 所示,确定最佳延迟时间与嵌入维数后即可计算关联维数,各子序列的关联维数

如图 7 所示, 各子序列关联维数随嵌入维数变化如图 8 所示。

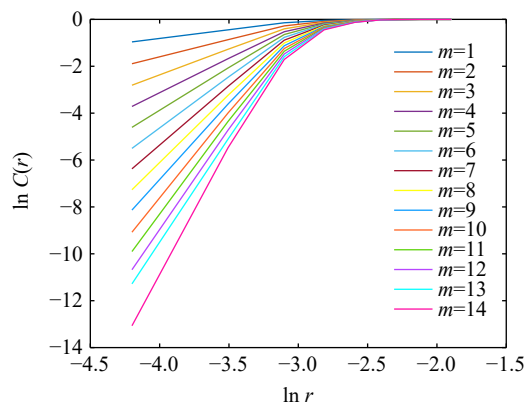
由图 5 可知 10 组数据的曲线均存在密集趋势, 且具备可观测的饱和维数, 这一特征说明摩



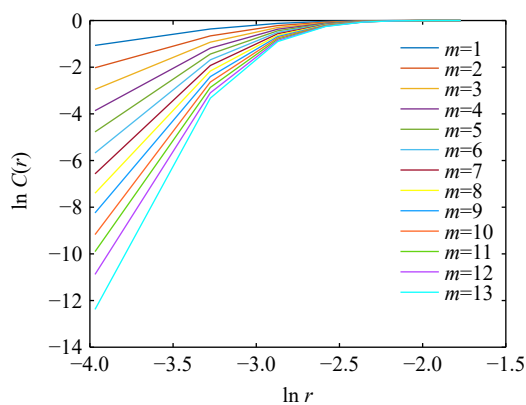
(a)



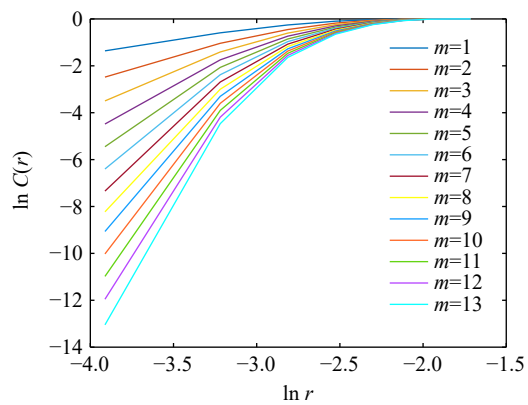
(b)



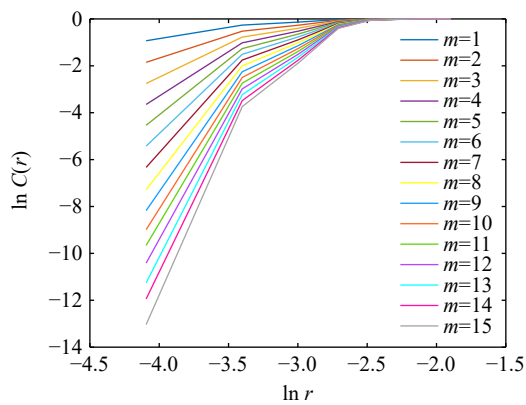
(c)



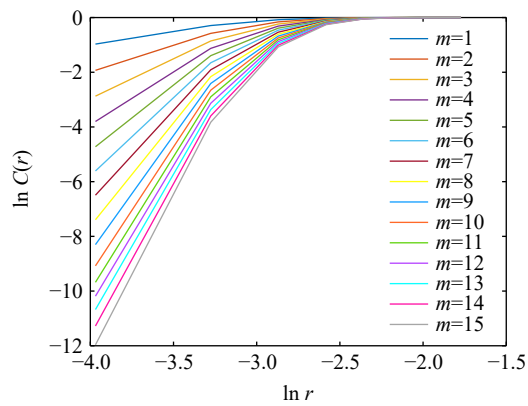
(d)



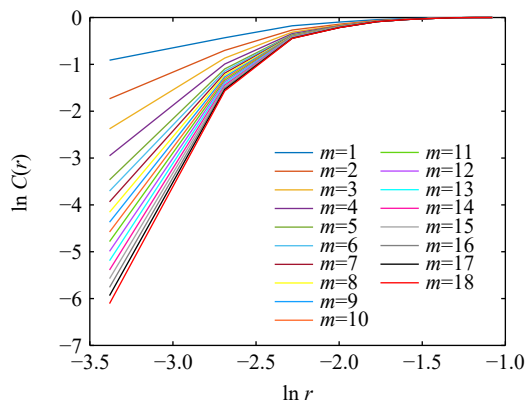
(e)



(f)



(g)



(h)

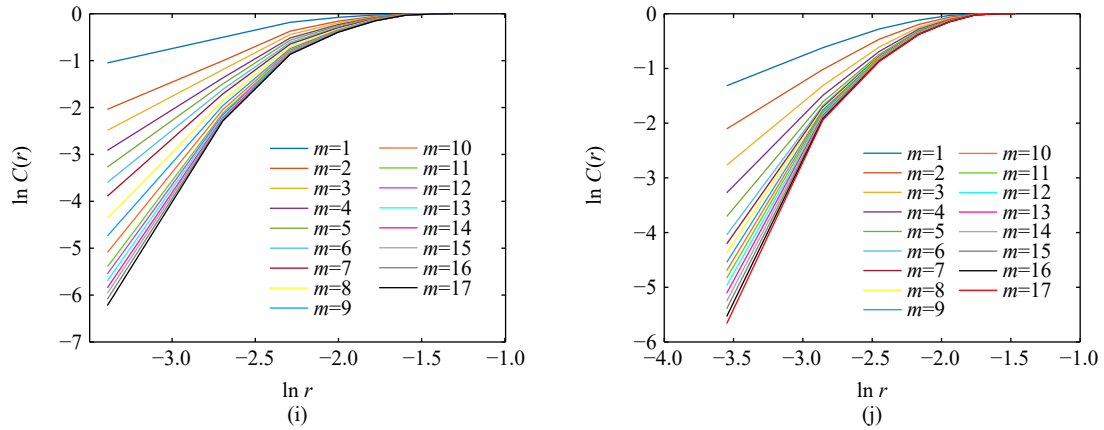
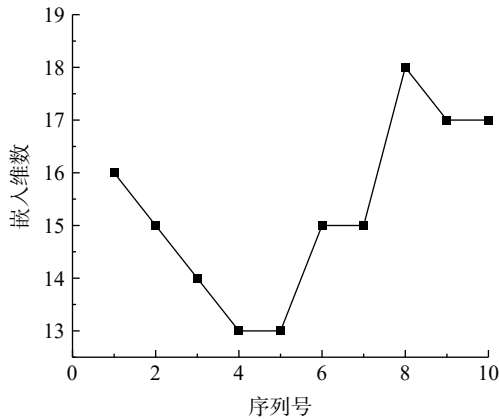
图5 $\ln C(r)$ - $\ln r$ 关系曲线Fig. 5 $\ln C(r)$ - $\ln r$ relationship curve

图6 各子序列最佳嵌入维数(A 轴承)

Fig. 6 Optimal embedding dimension of each subsequence (bearing A)

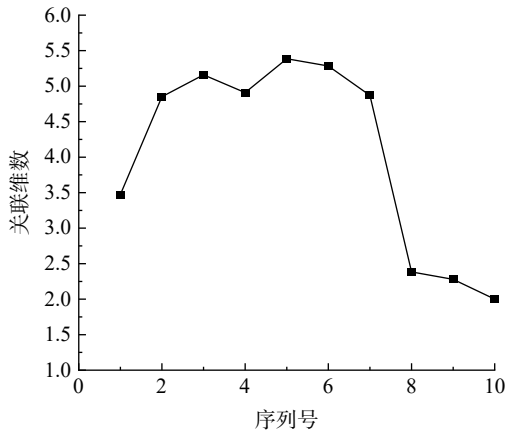


图7 各子序列关联维数(A 轴承)

Fig. 7 Correlation dimension of each subsequence (bearing A)

摩擦力矩性能具备混沌特性,其非线性存在不确定性。但是每组子序列曲线密集程度不同,说明各子序列内部存在差异。

由图6和图7可知,嵌入维数演变趋势呈凹形,关联维数演变趋势呈凸形。第1组和第8、9、

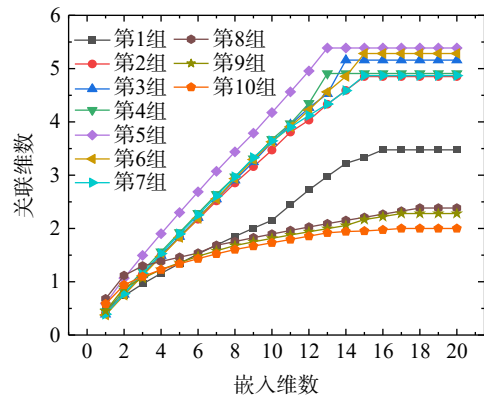


图8 关联维数演变(A 轴承)

Fig. 8 Evolution of correlation dimension (bearing A)

10组子序列的关联维数较小,这是因为第1组摩擦力矩时间序列包含预热阶段数据,从第8组摩擦力矩时间序列开始包含轴承性能退化数据,所以该范围内数据波动较大,嵌入维数和关联维数分别与系统非线性和混沌程度成正比和反比。

由图8可知关联维数随着嵌入维数的增加逐渐增加最终达到某一稳定区间。前7组子序列关联维数均值为4.8475,且在4.8左右轻微波动,第8组子序列关联维数减小到2.3842,与均值相比降低50.8%,第9组子序列关联维数减小到2.2796,与均值相比降低52.9%,第10组子序列关联维数减小到1.9997,与均值相比降低58.7%。

以上研究结果表明:随着轴承运行时间增加,轴承性能逐渐退化,系统非线性和复杂程度逐渐增加,关联维数减小。表明关联维数可以表征轴承性能演变,关联维数与系统的非线性与复杂程度成反比。

3.3 A 轴承性能失效预报

双对数曲线密集程度可以说明数据的自相似

性和复杂性。当双对数曲线密集程度高时,意味着数据在不同尺度上变化较大,具有较高的分形维度,这表明数据具有较高的复杂性和不规则性。相反,当双对数曲线密集程度较低时,意味着数据在不同尺度上变化较小,具有较低的分形维度,这表明数据相对平稳和规律,变化较为有序。关联维数与双对数曲线密集程度密切相关,摩擦力矩波动量与轴承性能密切相关,当摩擦力矩大小或结构变化时,关联维数与曲线密集程度发生相应变化,所以可通过关联维数与双对数曲线密集程度分析轴承性能演变,进而实现轴承性能失效预报。

将上述关联维数明显变化的第 8 组子序列继续划分为 10 组子序列,关联维数随嵌入维数变化如图 9 所示,各子序列关联维数如图 10 所示。前 6 组子序列关联维数均值为 4.944 5,且在 4.9 左右轻微波动,第 7 组子序列关联维数减小到 2.479 1,与均值相比降低 49.8%,第 8 组子序列关联维数减小到 2.328 2,与均值相比降低 52.9%,第 9 组子序列关联维数减小到 2.021 7,与均值相比降低 59.1%,第 10 组子序列关联维数减小到 1.918 7,与均值相比降低 61.2%。

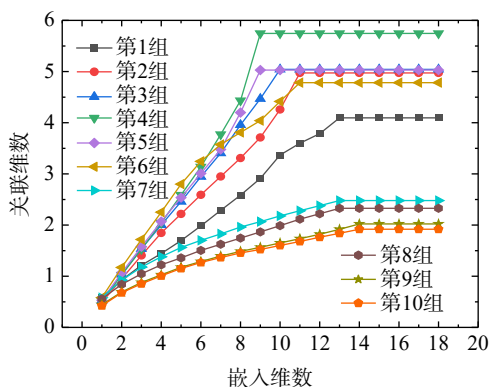


图 9 关联维数演变(A 轴承,原第 8 组子序列)
Fig. 9 Evolution of correlation dimension
(bearing A, original group 8 subsequence)

滚动轴承服役结束后的轴承失效图如图 11 所示。依据轴承损坏状态可见该轴承滚道表面出现剥落且保持架发生断裂,并非试验结束时才失效,因此通过与摩擦力矩数据结合间接推测轴承达到失效的时间。根据文献 [24] 可知,滚动轴承摩擦力矩在衰退期对应摩擦力矩波动幅值最大处极可能发生失效。本试验轴承摩擦力矩波动幅值最大处所对应采集时间为 53 h22 min,将该值定为轴承达到性能失效点的时间。结合关联维数与

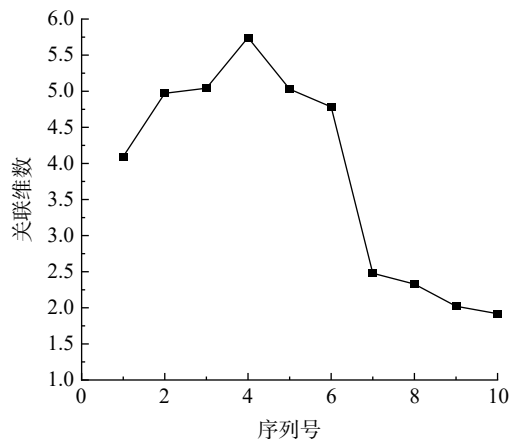


图 10 各子序列关联维数(A 轴承,原第 8 组子序列)
Fig. 10 Correlation dimension of each subsequence
(bearing A, original group 8 subsequence)

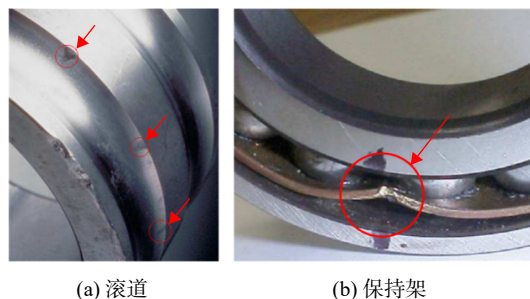


图 11 轴承失效图
Fig. 11 Bearing failure diagram

曲线密集程度可知第 7 组子序列内包含表征轴承性能退化的摩擦力矩数据,截至第 7 组子序列结束,试验共历时 51 h22 min,所以可提前 120 min 预报轴承失效。

4 对比验证

为验证以上分析方法,对 B 轴承的试验数据开展对比验证。该轴承试验历时 66 h42 min,试验过程中每 8 s 提取一个摩擦力矩值,总计提取 30 015 个数据,B 轴承全周期摩擦力矩时间变化曲线如图 12 所示。

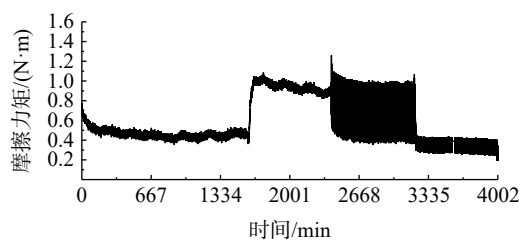


图 12 B 轴承全周期摩擦力矩时间变化曲线
Fig. 12 Full cycle friction torque time change curve of
bearing B

4.1 参数求解

第2组子序列互信息函数图如图13所示,所以第2组子序列最佳延迟时间为2,各子序列最佳延迟时间如图14所示。各子序列的嵌入维数如图15所示,各子序列的关联维数如图16所示,关联维数与嵌入维数之间的关系如图17所示。

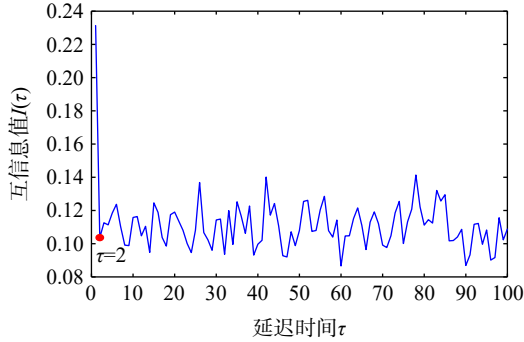


图13 互信息函数图(B轴承)

Fig. 13 Mutual information function diagram (bearing B)

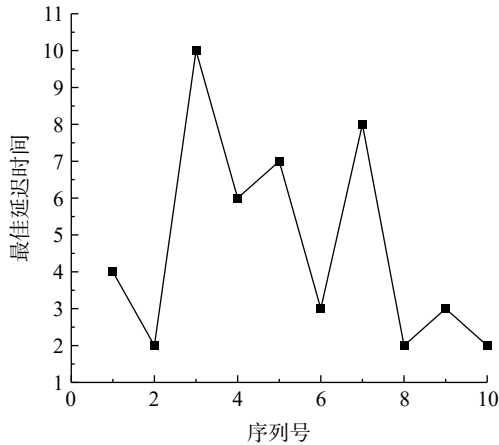


图14 各子序列最佳延迟时间(B轴承)

Fig. 14 Optimal delay time of each subsequence (bearing B)

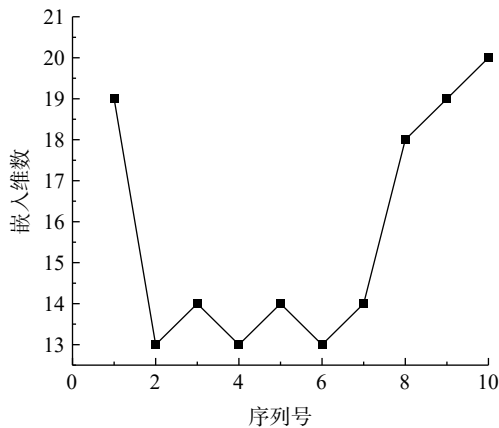


图15 各子序列最佳嵌入维数(B轴承)

Fig. 15 Optimal embedding dimension of each subsequence (bearing B)

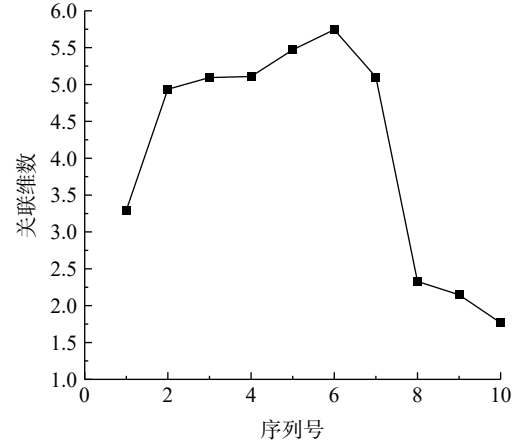


图16 各子序列关联维数(B轴承)

Fig. 16 Correlation dimension of each subsequence (bearing B)

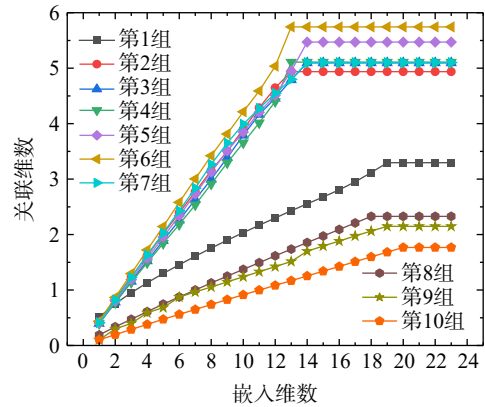


图17 关联维数演变(B轴承)

Fig. 17 Evolution of correlation dimension (bearing B)

由图16可知关联维数随着嵌入维数的增加逐渐增加最终达到某一稳定区间,最佳嵌入维数对应的关联维数为子序列的关联维数。

由图15可知,第8~10组摩擦力矩时间序列中包含轴承性能恶化数据,所以该范围内数据波动较大,对应的第8~10组子序列的关联维数较小。前7组子序列关联维数均值为4.9643,且在5.0左右轻微波动,第8~10组子序列关联维数依次减小到2.3284、2.1472、1.7674,与均值相比分别降低53.1%、56.7%、64.3%。

关联维数与双对数曲线变化规律表明:随着轴承运行时间增加,摩擦力矩时间序列包含反映轴承性能下降的数据,此时关联维数降低,关联维数可以表征轴承性能演变。

4.2 B轴承性能失效预报

将上述关联维数明显变化的第8组子序列继续划分为10组子序列,关联维数与嵌入维数

之间的关系如图 18 所示,各子序列关联维数如图 19 所示。前 5 组子序列关联维数均值为 4.965,且在 4.9 左右轻微波动,第 6、7、8、9、10 组子序列关联维数依次减小到 2.513 7、2.245 8、2.111 1、1.587 5、1.363 2,与均值相比分别降低 49.3%、54.7%、57.5%、68.0%、72.5%。结合双对数曲线的密集程度变化说明第 6 组子序列内轴承性能发生变化。

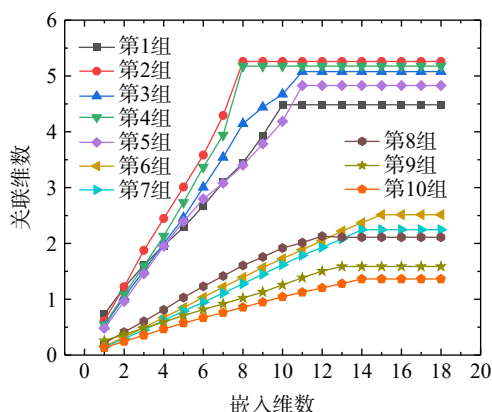


图 18 关联维数演变(B 轴承, 原第 8 组子序列)

Fig. 18 Evolution of correlation dimension
(bearing B, original group 8 subsequence)

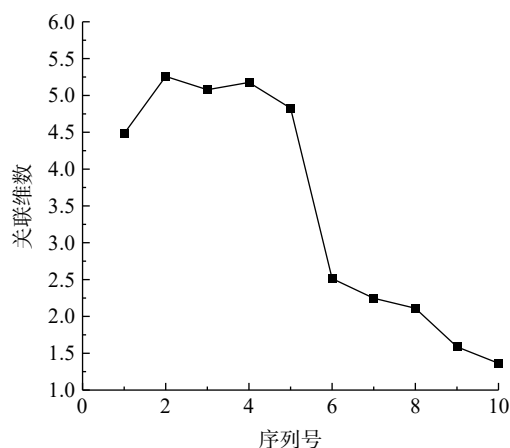


图 19 各子序列关联维数(B 轴承, 原第 8 组子序列)

Fig. 19 Correlation dimension of each subsequence
(bearing B, original group 8 subsequence)

双对数曲线与关联维数变化趋势表明:第 6 组子序列内包含表征轴承性能退化的摩擦力矩数据。截至第 6 组子序列结束,试验共历时 53 h22 min,轴承达到性能失效点在 50 h42 min,可以提前 160 min 预报轴承失效。

4.3 失效验证

最大熵原理是一种基于信息熵的统计方法,用于在满足已知约束条件的前提下,选择熵最大

的概率分布。最大熵原理可对概率分布未知的数据作出主观偏见最小的最优估计^[25]。在滚动轴承摩擦力矩分析中,失效数据通常表现为概率密度函数的峰值小且跨度大。这种分布特征可能暗示系统处于不稳定状态,甚至接近失效^[26]。在轴承摩擦力矩时间序列的基础上,基于最大熵原理建立最大熵条件下滚动轴承性能的概率密度函数。

将 A 轴承第 2 次划分序列中的第 7 组子序列继续划分为 10 组子序列,建立最大熵条件下轴承摩擦力矩 x 的概率密度函数 $F(x)$,如图 20 所示。前 7 组子序列横坐标跨度较小且峰值较大,概率密度函数分布较为集中,这意味着在这些子序列对应的工况下,摩擦力矩的变化较为稳定,受外界因素影响较小。第 8~10 组子序列概率密度函数逐渐偏移,横坐标跨度明显增大,且峰值明显减小,表明这些子序列中的摩擦力矩数据较为离散,取值范围较宽,数据分布较为均匀。这暗示在这些子序列对应的工况下,摩擦力矩的变化较为复杂,受到更多不确定因素的影响。

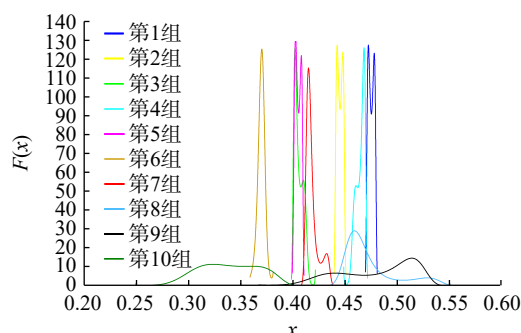


图 20 概率密度函数图

Fig. 20 Probability density function graph

因此,相对于前 7 组子序列,后 3 个摩擦力矩子序列的概率密度函数表明其系统不稳定程度更高且失效概率更大。截至第 7 组子序列结束,轴承达到性能失效概率较大点对应的时间为 51 h10 min,比基于分形理论所得的失效时间提前 12 min,占预报时间 120 min 的 10%,可认为偏离误差较小,因此 A 轴承基于分形理论进行失效预报的结果相对可靠。

5 结 论

1) 随着轴承运行时间增加,性能退化程度加深,关联维数逐渐缩小,可以通过关联维数定量描述轴承运行状态,即关联维数较大时该时间段内的性能较好,反之性能则较差。

2) 两套轴承摩擦力矩时间序列嵌入维数与关联维数演变趋势相同但是数值上存在一定偏差,这说明轴承的非线性存在不确定性特征。

3) 两套轴承各摩擦力矩时间子序列随着嵌入维数 m 的增加, $\ln C(r) - \ln r$ 曲线均存在密集趋势,且具备饱和维数即本文的最佳嵌入维数。说明轴承摩擦力矩性能呈现混沌特性,可用混沌理论对其展开分析。

4) 嵌入维数与系统非线性与混沌程度成正比和反比,关联维数与非线性与混沌程度成反比。

参考文献:

- [1] 拜国圣. 数据驱动的滚动轴承性能退化分析与剩余寿命预测研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2024.
Bai Guosheng. Research of data-driven based analysis of rolling bearing performance degradation and remaining life prediction[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2024. (in Chinese)
- [2] 孟凡念, 杜文辽, 李浩, 等. 基于混沌理论的滚动轴承振动信号融合模型预测[J]. 航空动力学报, 2020, 35(8): 1664-1675.
Meng Fannian, Du Wenliao, Li Hao, et al. Fusion model prediction of rolling bearing vibration signal based on chaos theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8): 1664-1675. (in Chinese)
- [3] 张若愚, 余永健, 李济顺, 等. 加速工况角接触球轴承摩擦力矩仿真分析[J]. 机械与电子, 2024, 42(10): 8-14, 21.
Zhang Ruoyu, Yu Yongjian, Li Jishun, et al. Simulation analysis of friction torque of angular contact ball bearings under accelerated working conditions[J]. Machinery & Electronics, 2024, 42(10): 8-14, 21. (in Chinese)
- [4] 时保吉, 栗永非. 基于灰自助GBM(1, 1)的滚动轴承摩擦力矩不确定性的动态预报方法[J]. 轴承, 2015(11): 35-38.
Shi Baoji, Li Yongfei. Dynamic forecasting method for uncertainty of friction torque for rolling bearings based on grey bootstrap GBM(1, 1)[J]. Bearing, 2015(11): 35-38. (in Chinese)
- [5] 铁晓艳, 张振潮, 李文超, 等. 成对角接触球轴承摩擦力矩测量装置的设计[J]. 机械制造, 2022, 60(4): 50-53, 58.
Tie Xiaoyan, Zhang Zhenchao, Li Wenchao, et al. Design of friction torque measuring device for paired angular contact ball bearings[J]. Machinery, 2022, 60(4): 50-53, 58. (in Chinese)
- [6] 林兴武. 圆锥滚子轴承摩擦力矩在线自动检测技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.
Lin Xingwu. Research on online automatic measurement technology for the friction torque of tapered roller bearings[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009. (in Chinese)
- [7] 刘雷. 滚子轴承摩擦力矩特性分析与测试装置设计[D]. 济南: 济南大学, 2022.
Liu Lei. Friction torque characteristic analysis and test device design of roller bearing[D]. Jinan: University of Jinan, 2022. (in Chinese)
- [8] 夏新涛, 贾晨辉, 王中宇. 滚动轴承摩擦力矩的非线性特征[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 202-205.
Xia Xintao, Jia Chenhui, Wang Zhongyu. Nonlinear characteristic of rolling element bearing friction torque[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 202-205. (in Chinese)
- [9] Chen Long, Xia Xintao, Zheng Haotian, et al. Chaotic dynamics of cage behavior in a high-speed cylindrical roller bearing[J]. Shock and Vibration, 2016, 2016: 9120505.
- [10] 常振. 滚动轴承性能时间序列演变历程的评估[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2018.
Chang Zhen. Evaluation of the evolution history of rolling bearing performance time series [D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)
- [11] 郎诗慧. 摩擦副磨合过程的分形与混沌表征及预测模型研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2023.
Lang Shihui. Study on fractal and chaotic characterization and prediction models of friction pair in running-in process[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2023. (in Chinese)
- [12] 邵苗凯, 孙志, 刘坤, 等. 基于分形理论的亚毫米间隙正负极性流注放电特性[J]. 物理学报, 2023, 72(19): 125-135.
Shao Zhuokai, Sun Zhi, Liu Kun, et al. Discharge characteristics of positive and negative polarity streamers with submillimeter gap based on fractal theory[J]. Acta Physica Sinica, 2023, 72(19): 125-135. (in Chinese)
- [13] 孟凡念. 滚动轴承摩擦力矩的试验数据分析[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2010.
Meng Fannian. Experimental data analysis of rolling bearing friction torque[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)
- [14] 姬翠翠. 基于混沌与分形理论的缸套—活塞环磨损过程动力学行为研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2012.
Ji Cuicui. Study on the dynamic properties during the wear process of cylinder liner-piston ring based on chaos and fractal theories[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2012. (in Chinese)
- [15] 李国宾, 王素芳, 黄福权. 磨合磨损过程摩擦力矩分形行为研究[C]//中国造船工程学会学术论文集. 大连: 中国造船工程学会, 2005: 143-145.
Li Guobin, Wang Sufang, Huang fuquan. Research on fractal behavior of friction torque in running-in wear process[C]//Proceedings of Chinese Society of Naval Architecture and Engineering. Dalian: Chinese Society of Naval Architecture and Engineering, 2005: 143-145. (in Chinese)
- [16] Yang Xiaomin, Xiang Yongbing, Jiang Bingzhen. On multi-fault detection of rolling bearing through probabilistic principal component analysis denoising and Higuchi fractal dimension transformation[J]. Journal of Vibration and Control, 2022, 28(9/10): 1214-1226.
- [17] 苏晶晶, 许志红. 基于混沌分形理论的故障电弧诊断方法研究[J]. 电机与控制学报, 2021, 25(3): 125-133.
Su Jingjing, Xu Zhihong. Arc fault diagnosis method based on chaos and fractal theories[J]. Electric Machines and Control, 2021, 25(3): 125-133. (in Chinese)
- [18] Mischaikow K, Mrozek M, Reiss J, et al. Construction of symbolic dynamics from experimental time series[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(6): 1144-1147.
- [19] Grassberger P, Procaccia I. Characterization of strange attractors[J]. Physical Review Letters, 1983, 50(5): 346-349.
- [20] 史丽晨, 段志善. 基于混沌-分形理论的往复式活塞隔膜泵磨损故障分析[J]. 农业机械学报, 2010, 41(4): 222-226.
Shi Lichen, Duan Zhishan. Wearing fault diagnosis of reciprocating membrane pump based on chaos and fractal theory[J]. Transac-

- tions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(4): 222-226. (in Chinese)
- [21] 吕小青, 曹彪, 曾敏, 等. 确定延迟时间互信息法的一种算法[J]. 计算物理, 2006, 23(2): 184-188.
- Lyn Xiaoqing, Cao Biao, Zeng Min, et al. An algorithm of selecting delay time in the mutual information method[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2006, 23(2): 184-188. (in Chinese)
- [22] 孔庆鸽. 基于关联维数和 K 熵的 PIM 充模过程中混沌特性的研究[D]. 长沙: 中南大学, 2013.
- Kong Qingge. The research of chaos in the PIM filling process based [D]. Changsha: Central South University, 2013. (in Chinese)
- [23] 高磊磊. 滚动轴承性能的乏信息过程实验评估[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2012.
- Gao Leilei. Experimental assessment of rolling bearing performance based on poor information process[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)
- [24] 徐志栋. 航天轴承摩擦力矩特性的试验研究[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2008.
- Xu Zhidong. Experimental study on friction torque characteristics of aerospace bearing[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2008. (in Chinese)
- [25] Yano J I, Heymsfield A J, Phillips V T J. Size distributions of hydrometeors: analysis with the maximum entropy principle[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 2016, 73(1): 95-108.
- [26] 夏新涛, 陈向峰, 叶亮. 卫星动量轮轴承摩擦力矩性能可靠性动态预测[J]. 中国机械工程, 2019, 30(11): 1268-1275.
- Xia Xintao, Chen Xiangfeng, Ye Liang. Dynamic prediction of friction torque performance reliability for satellite momentum wheel bearings[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(11): 1268-1275. (in Chinese)

(编辑: 秦理曼)