

基于降阶模型的上游尾流波形识别方法

张 珺¹, 李立州²

(1. 太原学院 数学系, 太原 030032;
2. 中北大学 航空宇航学院, 太原 030051)

摘 要: 当涡轮发动机工作时, 旋转的上游尾流和下游背压波动使叶片受到波动压力, 是影响发动机性能的关键因素, 因此研究尾流背压波动及其效应非常重要, 然而发动机内部结构复杂, 直接进行发动机尾流背压波形测量是非常困难的。尾流背压激励的叶片气动力降阶模型与载荷识别理论中结构响应有着相同的时域反卷积形式, 为此基于气动力降阶模型, 提出通过叶片气动力识别尾流和背压波形的流场状态间接测量方法。二维叶片的算例表明: 一阶 Volterra 级数降阶模型能够表征尾流激励下叶片气动力, 基于该降阶模型的 Tikhonov 正则化方法能够根据叶片气动力识别尾流的总压波形。

关 键 词: 尾流背压扰动; 载荷识别; 气动力降阶模型(ROM); Tikhonov 正则化; Volterra 级数
中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A

Upstream wake wave identification based on reduced order model

Zhang Jun¹, Li Lizhou²

(1. Department of Mathematic, Taiyuan University, Taiyuan 030032, China;
2. School of Aerospace Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: When turbine engines work, the rotating upstream wake and downstream back pressure waves force blades to fluctuate, which is a key factor of the engine's performance. Therefore, it is important to study the wake and backpressure waves and their effects. However, as the structures of engines are so complex, it is difficult to directly measure the fluctuations of upstream and downstream flows when engines is working. It is found that the aerodynamic ROM of the blades force to the upstream wakes and downstream pressure waves has the time domain deconvolution, which is widely used in structural load identification. Therefore, an indirect measurement method for identifying upstream wake and downstream pressure waves is proposed here based on the aerodynamic ROM. An identification example of a 2D blade indicates that the first-order Volterra ROM can predicate the aerodynamic force of the blade under wake excitation. The Tikhonov regularization method based on the Volterra ROM can identify the total pressure wave of the upstream wake.

Keywords: wake and back pressure perturbations; load identification;
aerodynamic (reduced order model) ROM; Tikhonov regularization; Volterra series

涡轮发动机结构复杂, 有许多对转的叶片。当发动机工作时, 旋转叶片使流道内产生波动的尾流和背压, 这种波动是影响发动机性能的关键

因素, 因此研究尾流背压引起的非定常气动力非常重要^[1-7]。发动机流场测量一般采用侵入式和非侵入式。侵入式测量的设备结构简单, 但是会

收稿日期: 2025-01-22

基金项目: 国家自然科学基金(51775518)

作者简介: 张珺(1980—), 女, 副教授, 硕士, 研究方向为应用数学和力学。E-mail: catzhangjun@163.com

通信作者: 李立州(1977—), 男, 教授, 博士, 研究方向为计算力学理论和方法、流固耦合方法。E-mail: lilizhou@163.com

引用格式: 张珺, 李立州. 基于降阶模型的上游尾流波形识别方法[J]. 航空动力学报, 2026, 41(10): 20250043. Zhang Jun, Li Lizhou. Upstream wake wave identification based on reduced order model[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(10): 20250043.

对流场产生干扰,当测量数据较多时侵入式测量设备将严重影响流场的结构。非侵入式测量不会对流场产生太大影响,但是其设备较大,需要透明开窗,需要示踪粒子。这使得在发动机工作过程中难以直接测量尾流背压波动,也使得了解发动机的工作状况进而掌握发动机性能及寿命十分困难。如果能采用间接测量技术,获得尾流和背压波动,实时监测诊断发动机的健康,将具有十分重要的意义。

目前,间接测量技术集中在结构载荷识别方面^[8-17]。载荷识别的研究基于结构响应和受到载荷之间的线弹性动力学模型,主要通过结构的应力、应变、位移和加速度等响应确定结构受到的动载荷。目前还没有采用载荷识别方法识别流场中流动特性的研究,究其原因,NS 方程是非线性方程,对于实际流动问题其流动方程非常复杂和难以求解,没有办法直接转换为载荷和响应关系的线性方程,更无法进行载荷和响应关系的求逆。

通过前期的研究,作者发现降阶模型(reduced order model, ROM)是一种简化的数学模型,可以用非常低的计算成本捕捉尾流背压激励和叶片响应之间线性和非线性动态关系^[18-25]。为此,本文提出采用降阶模型方法构造尾流背压波形和叶片气动力响应关系的模型,预测尾流背压下的叶片气动力,并对该模型求逆建立通过叶片气动力识别尾流背压压力波形的方法。由于尾流和背压波动的识别方法相同,下文以尾流波形识别为例进行介绍。

1 基于 Volterra 级数降阶模型的尾流波形识别方法

1.1 尾流波形识别问题和基于 Volterra 级数降阶模型

如果将发动机叶片和周围流场视为一个系统,尾流波动将导致叶片周围流动特性的变化(图 1)。该系统这种在时间和空间上的变化可以用流场的可观测变量来描述(如:各点的压力、速度和叶片气动力等)。本文主要工作是通过叶片气动力识别上游尾流波形,因此将上游尾流作为输入,用流道入口总压波动来代表(也可以用流速或静压);将叶片气动力作为输出,用叶片气动力来代表。由此,上游尾流激励的叶片气动力系统可以表示为:

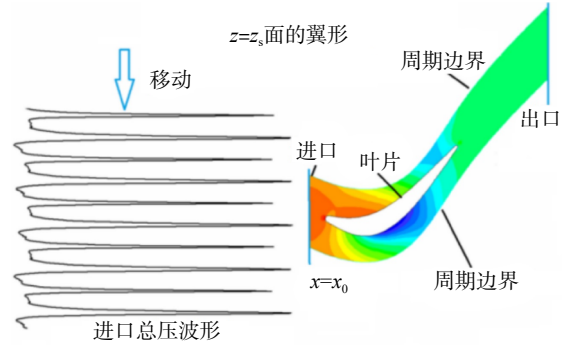


图 1 尾流激励的叶片

Fig. 1 Blade excited by wake

$$\{C(t)\} = \Psi\{p(x_0, y, z, t)\} \quad (1)$$

式中 $x = x_0$ 是进口轴向位置, y 是周向, z 是叶片展向高度, $p(x_0, y, z, t)$ 是进口总压波动, Ψ 是系统函数。

在展向高度 z 处, 流道进口总压力在时间和空间上是变化的。如果将流道进口每个点的压力视为独立的输入, 系统将有无数个输入。为了简化问题, 对于展向高度 z 的进口尾流波形, 任意点 (x_0, y_i, z) 的总压用已知点 (x_0, y_0, z) 的总压 $p(x_0, y_0, z, t)$ 表示为

$$p(x_0, y_i, z, t) = p(x_0, y_0 + (y_i - y_0), z, t) = p(x_0, t - (y_i - y_0)/v, z) \quad (2)$$

其中 v 是总压波形沿进口的移动速度(见图 2)。因此, 系统输入被简化为点 (x_0, y_0, z) 的总压。令 $p(x_0, y_0, z, t) = p(z, t)$, 尾流激励叶片气动力系统可以被简化为:

$$\{C(z, t)\} = \Psi\{p(z, t)\} \quad (3)$$

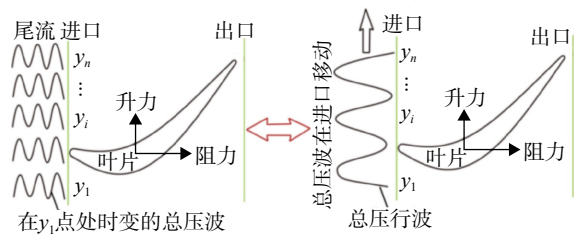


图 2 尾流激励叶片气动力输入简化

Fig. 2 Simplification of wake excitation input for blade aerodynamic force

Volterra 级数理论指出任何时变多输入多输出系统都可以用 L 阶离散 Volterra 级数来表示^[26]。将上述尾流激励叶片气动力系统离散成 Volterra 级数的形式如下:

$$\begin{aligned}
C_i[n] = & h_i + \sum_{j_1=1}^m \left\{ \sum_{k=0}^n g_i^{j_1}[n-k] \Delta p_{j_1}[k] \right\} + \sum_{j_1=1}^m \sum_{j_2=1}^m \left\{ \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^n q_i^{j_1, j_2}[n-k_1, n-k_2] \Delta p_{j_1}[k_1] \Delta p_{j_2}[k_2] \right\} \\
& \vdots \\
& + \sum_{j_1=1}^m \cdots \sum_{j_L=1}^m \left\{ \sum_{k_1=0}^n \cdots \sum_{k_L=0}^n r_i^{j_1, \dots, j_L}[n-k_1, \dots, n-k_L] \times \prod_{f=1}^L \{ \Delta p_{j_f}[k_f] \} \right\}
\end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Delta p_{j_f}[n] = \Delta p_{j_f}(t) \big|_{t=n\Delta T} = \Delta p_{j_f}(n\Delta T) = p_{j_f}[n] - \bar{p}_{j_f}$ 是展向第 j_f 个截面的尾流压力波动增量, $C_i[n] = C_i(t) \big|_{t=n\Delta T} = C_i(n\Delta T)$ 是展向第 i 个截面的气动力, $n = 0, 1, \dots, N$ 是离散时间, m 是尾流沿着展向 z 离散的个数, ΔT 是时间步长, h_i 是第 i 截面基准气动力, $g_i^{j_1}$ 、 $q_i^{j_1, j_2}$ 和 $r_i^{j_1, \dots, j_L}$ 是第 1、2 和 L 阶离散 Volterra 核, 表示 $j_1, j_2, \dots, j_L$ 等截面的尾流压力波动输入对展向第 i 截面气动力的影响。

式(4)的核函数可以通过脉冲法或阶跃法逐

一识别^[26-27], 也可以通过已知实验和飞行数据用优化法识别^[23]。一旦核函数确定, 就可以通过式(4)预测任何上游波动引起的叶片气动力响应。对于非线性系统, 二阶核比一阶核小一个数量级, 一阶核通常足以预测非线性响应^[28], 因此本文只用了一阶 Volterra 降阶模型:

$$C_i[n] = h_i + \sum_{j_1=1}^m \left\{ \sum_{k=0}^n g_i^{j_1}[n-k] \Delta p_{j_1}[k] \right\} \quad (5)$$

式(5)的矩阵形式为:

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_i \\ \vdots \\ H_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1^1 & \cdots & G_1^{j_1} & \cdots & G_1^m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_i^1 & \cdots & G_i^{j_1} & \cdots & G_i^m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_m^1 & \cdots & G_m^{j_1} & \cdots & G_m^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_{j_1} \\ \vdots \\ \Delta p_m \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned}
C_i &= \begin{bmatrix} C_i(1) \\ C_i(2) \\ \vdots \\ C_i(n) \end{bmatrix} & H_i &= \begin{bmatrix} h_i(1) \\ h_i(2) \\ \vdots \\ h_i(n) \end{bmatrix} & \Delta p_{j_1} &= \begin{bmatrix} \Delta p_{j_1}(1) \\ \Delta p_{j_1}(2) \\ \vdots \\ \Delta p_{j_1}(n) \end{bmatrix} & G_i^{j_1} &= \begin{bmatrix} g_i^{j_1}(1) & 0 & \cdots & 0 \\ g_i^{j_1}(2) & g_i^{j_1}(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_i^{j_1}(n) & g_i^{j_1}(n-1) & \cdots & g_i^{j_1}(1) \end{bmatrix} \\
\mathbf{C} &= \mathbf{H} + \mathbf{G} \times \mathbf{P} & & & & & (7)
\end{aligned}$$

于是有:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} - \mathbf{H} = \mathbf{G} \times \mathbf{P} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{Y}$ 为叶片气动力响应增量, $\mathbf{C}$ 为叶片气动力响应, $\mathbf{H}$ 为叶片气动力基准响应, $\mathbf{G}$ 为脉冲响应矩阵, $\mathbf{P}$ 为尾流激励总压增量。

通过分析式(5)可以发现: 一阶 Volterra 级数的尾流激励叶片气动力降阶模型与载荷识别理论中结构响应有着相同的时域卷积形式。因此, 本文尝试通过一阶 Volterra 级数建立尾流波形激励下的叶片气动力降阶模型, 并基于该模型用时域反卷积载荷辨识方法识别上游尾流波形。需要指出的是, 一阶 Volterra 级数降阶模型适用于弱非线性问题, 对于强非线性问题应当采用高阶 Volterra 级数法。但是由于高阶 Volterra 级数法核函数计算代价太大, 有时甚至超过直接采用 CFD 方法进行识别。因此如果遇到较强非线性问题, 应

当使用谐波平衡法、POD 法、神经网络等方法建立气动力降阶模型和流场识别方法。

上述方法中, 运用行波法将进口处上游尾流波形的数学表达进行了简化。当上游尾流波形沿着进口运动不满足匀速条件时, 需要用傅里叶级数等将连续时变的进口条件转化成有限个时变条件, 进而建立气动力降阶模型。

1.2 基于 Tikhonov 正则化方法的尾流波形识别

根据载荷识别理论^[17], 当已知叶片气动力响应 $\mathbf{Y}$ 和脉冲响应 $\mathbf{G}$ 时, 通过对式(8)逆变换 $\mathbf{P} = \mathbf{G}^{-1} \times \mathbf{Y}$, 就可以求得尾流总压波形 $\mathbf{P}$ 。然而, 实际测量中, 仪器的识别精度和信号噪声等都会导致数据有一定误差, 上述尾流波形的求解存在不适定问题, 因此, 需要采用基于 Tikhonov 正则化方法求解尾流总压波形, 给不适定逆问题增加一个合适的边界约束, 使问题变得适定, 提升识别结果的稳定性。基于 Tikhonov 正则化的动态载荷识别方法主要有以下 3 个步骤: ①建立离散线性

系统的方程;②选取正则化参数;③采用 Tikhonov 正则化方法求解:

$$R = \operatorname{argmin}\{\|G \times P - Y\|_2^2 + a^2 \|P\|_2^2\} \quad (9)$$

式中 $\|\cdot\|$ 为向量的 2 范数;常数 $a > 0$ 为正则化参数,主要控制残差范数 $\|G \times P - Y\|$ 和解的范数 $\|P\|$ 之间的相对大小。

求解式(9),可得 Tikhonov 正则化解:

$$P = (G^T \times G + a^2 I)^{-1} G^T \times Y \quad (10)$$

式中 I 为单位矩阵, a 为正则化参数。

根据以上思路,获得上游尾流波形的识别方法如下:

- 1) 识别各个截面脉冲尾流波形下叶片的气动力响应;
- 2) 构造尾流激励和叶片气动力响应关系的 Volterra 级数降阶模型;
- 3) 按照时域反卷积算法,采用 Tikhonov 正则化方法识别尾流波形。

本文的方法适用于上游尾流波形的识别,也适用于背压波形的识别。识别所用气动力响应可以是叶片升力、阻力和力矩,也可以是任意一点压力测量值或导出量。这里建议采用静叶和机匣等位置的压力数据作为测量值,因为这些部件为非旋转部件,安装设备容易,为后续间接测量方法的实际应用提供便利。

1.3 Tikhonov 正则化参数的选择

用 Tikhonov 正则化技术改善逆问题求解的病态特性时,正则化参数的选取至关重要。若参数选择不合理,不仅求解结果不可靠,还可能破坏正则化的适定条件。文献中有多种正则化参数确定准则,本文采用“L”曲线法选择正则化参数^[29]。

“L”曲线准则基本思想为:选择合适的正则化参数 a ,使得不同 a 值下的解范数 $\|P\|_2$ 与残差范数 $\|G \times P - Y\|_2$ 形成有效折中,其主要思想是:以 $\|P\|_2$ 为纵坐标,以 $\|G \times P - Y\|_2$ 为横坐标,绘制曲线,曲线上的点与正则化参数 a 一一对应;通常这条曲线会呈现出“L”形;在“L”曲线的角点,解范数和残差范数达到有效的平衡,该点对应的 a 便为最优的正则化参数。

2 上游尾流波形识别方法验证

2.1 验证用到的叶片算例

采用上游尾流激励下二维叶片的 CFD 模型为对象,验证本文的上游尾流波形识别方法。二

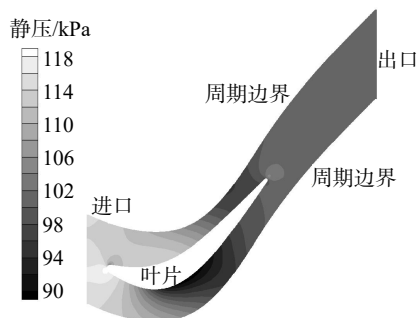


图 3 二维叶片 CFD 模型

Fig. 3 2D blade CFD model

维叶片流场 CFD 模型如图 3 所示。采用进口总压力波动为输入,表征尾流波形,进口基准总压为 120 500 Pa,出口基准压力为 101 325 Pa,理想气体,Spallart-Allmaras 黏性模型,叶片壁为固壁,总压波形以 10 m/s 的速度沿进口移动,通过用户子程序定义总压波形的移动。

2.2 基于 Volterra 级数的尾流激励叶片气动力降阶模型

采用阶跃载荷法识别基于 Volterra 级数的尾流激励叶片气动力降阶模型。Raveh 等^[27]比较了用脉冲法和阶跃法识别的 Volterra 降阶模型的核函数,发现阶跃法的鲁棒性更好,因此本文采用了阶跃法。图 4 显示了进口总压脉冲扰动对叶片升力影响的核函数。从图 4 可以看出,该核函数包含 3 个阶段:第 1 阶段脉冲压力刚刚进入流场,脉冲压力需要一定的时间推进到叶片附近,因而没有影响叶片气动力;第 2 阶段脉冲压力在流场进口移动,这时由于流量的增减,叶片升力随之减小,脉冲压力引起流场振荡,进而对叶片气动力有较大的影响;第 3 阶段,脉冲压力移出流场进口,流场阻尼自由振动,振幅逐渐衰减至零。

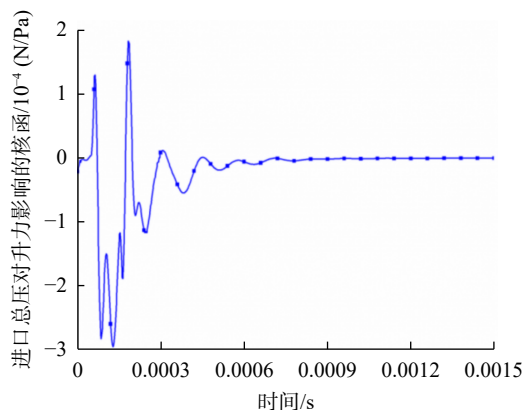


图 4 进口总压脉冲下叶片气动力的核函数

Fig. 4 Kernel of blade aerodynamic force due to inlet total pressure pulse

将识别的核函数代入式(8), 得到尾流激励的叶片气动力降阶模型。分别采用降阶模型和 CFD 计算了图 5 所示进口总压波动下叶片升力, 计算结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出, 降阶模型(图中用 ROM 表示)与 CFD(图中用 CFD 表示)计算得到的升力相同, 这说明本文用一阶 Volterra 级数降阶模型表征尾流激励下叶片气动力的方法是可行的, 阶跃法识别的核函数也是准确的。

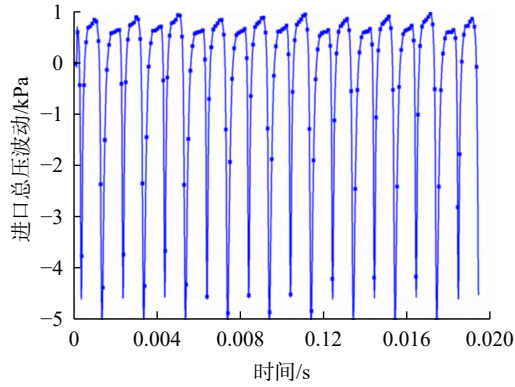


图 5 进口总压波动

Fig. 5 Inlet total pressure wave

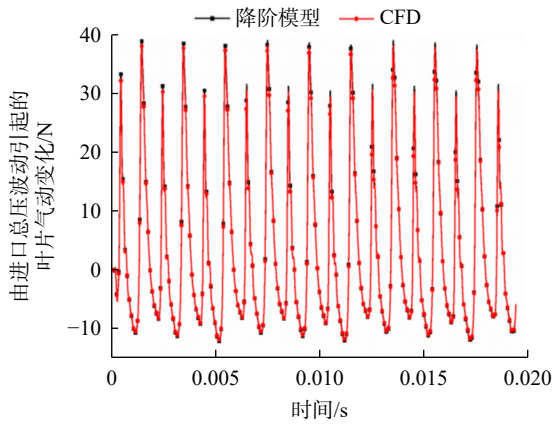
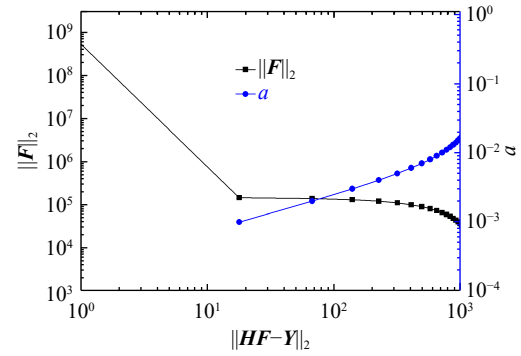


图 6 进口总压波动下叶片的气动力

Fig. 6 Aerodynamic force of the blade due to the inlet total pressure wave

2.3 正则化参数的选取

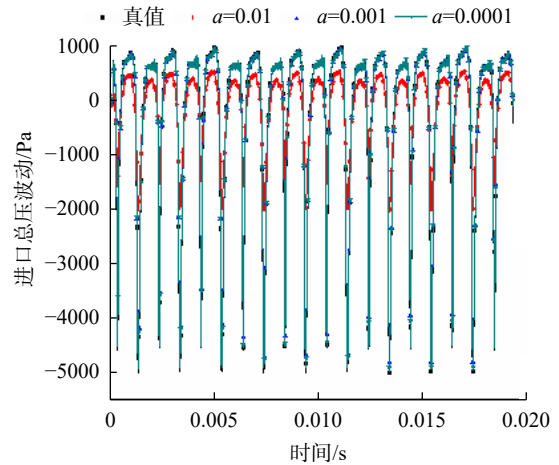
由基于 Tikhonov 正则化动态载荷识别法可知, 将图 6 的叶片气动力和图 4 的核函数代入式(10)就可以识别进口总压波动。为了保证载荷识别的稳定性, 采用正则化方法计算求逆过程。为此需要确定正则化参数。采用文中第 1.3 节给出的“L”曲线准则法确定正则化参数 a , 计算得到的“L”曲线和对应的正则化参数 a 见图 7, 从图中可以看到“L”曲线折角处对应的正则化参数 a 为 9.88×10^{-3} 。

图 7 采用“L”曲线法求得 $a=9.88 \times 10^{-3}$ Fig. 7 $a=9.88 \times 10^{-3}$ obtained by L-curve method

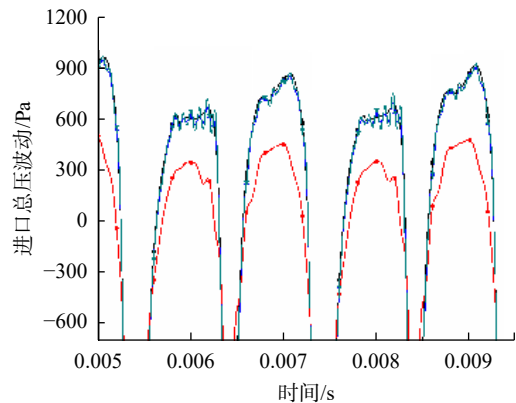
2.4 尾流进口总压波形的识别

将上面求出的叶片气动力响应、脉冲传递矩阵和正则化参数 $a=9.88 \times 10^{-3}$ 代入式(10), 就可以求解尾流进口总压波形。图 8 给出了尾流进口总压波形的识别结果(图中标为 $a=0.01, 0.001$ 和 0.0001)。从图中可以看出尾流波形同施加在进口的尾流波形(图中标为真值)基本一致, 这说明本文的方法能够准确地识别出尾流波形。

从图中也可以看出, Tikhonov 正则化方法的求解精度与参数 a 的选取密切相关, 为了获得更



(a) 总压的识别结果



(b) 上部放大

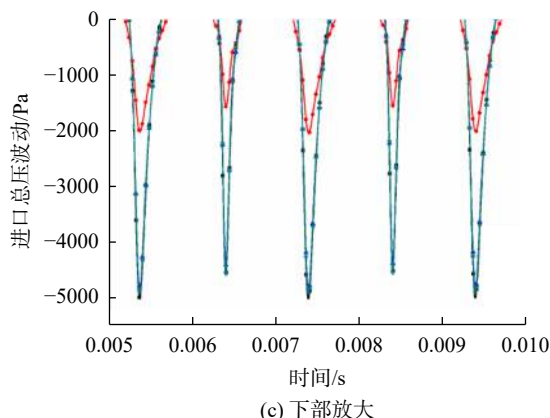


图 8 识别到的上游尾流总压波形

Fig. 8 Identified upstream wake total pressure wave

接近真实的解, a 的值应该越小越好, 而从数值稳定的角度, a 的值应该越大越好。综合来看, 采用“L”曲线法则得到的正则化系数 $a=9.88 \times 10^{-3}$ 识别的尾流波形精度最高。

3 结 论

尾流背压是影响涡轮发动机性能的关键, 然而发动机内部结构复杂, 直接进行发动机尾流背压波形测量是非常困难的。为解决这一问题, 本文提出通过载荷识别方法进行尾流背压波形的间接识别, 对发动机流动状态的实验和检测具有十分重要的意义。

本文研究了一种基于 Volterra 级数降阶模型的发动机尾流背压波形间接测试方法。二维叶片的算例表明, 一阶 Volterra 级数降阶模型能够表征尾流激励下叶片气动力, 阶跃法识别降阶模型的核函数可行。基于 Volterra 级数降阶模型, 采用 Tikhonov 正则化方法可以准确地识别尾流波形。正则化系数 $a=9.88 \times 10^{-3}$ 时 Tikhonov 正则化方法的尾流波形识别精度最高。

由于 Volterra 级数降阶模型的限制, 该方法适用于弱非线性问题, 对于强非线性问题需要研究谐波平衡法降阶模型、神经网络气动力降阶模型、POD 等降阶模型的识别方法。

参考文献:

[1] Hsu C N. A study on fluid self-excited flutter and forced response of turbomachinery rotor blade[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014: 437158.

[2] Kou Haijun, Lin Jiansheng, Zhang Junhong, et al. Dynamic and fatigue compressor blade characteristics during fluid-structure interaction: Part I blade modelling and vibration analysis[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2017, 76: 80-98.

[3] Amoo L M. On the design and structural analysis of jet engine fan blade structures[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2013, 60: 1-11.

[4] Rastogi V, Bhagi L K, Kumar V. Dynamic modeling of under-plateform damper used in turbomachinery[J]. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2012, 61: 536-545.

[5] Sayma A I, Vahdati M, Imregun M. An integrated nonlinear approach for turbomachinery forced response prediction. part i: formulation[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2000, 14(1): 87-101.

[6] Kirschmeier B, Bryant M. Experimental investigation of wake-induced aeroelastic limit cycle oscillations in tandem wings[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2018, 81: 309-324.

[7] Huang X Q, He L, Bell D L. Influence of upstream stator on rotor flutter stability in a low pressure steam turbine stage[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 2006, 220(1): 25-35.

[8] 杨智春, 贾有. 动载荷的识别方法[J]. *力学进展*, 2015, 45(1): 29-54.

Yang Zhichun, Jia You. The identification of dynamic loads[J]. *Advances in Mechanics*, 2015, 45(1): 29-54. (in Chinese)

[9] 胡寅寅, 率志君, 李玩幽, 等. 设备载荷识别与激励源特性的研究现状[J]. *噪声与振动控制*, 2011, 31(4): 1-5, 15.

Hu Yinyin, Shuai Zhijun, Li Wanyou, et al. Status quo of study on machine's load identification technique[J]. *Noise and Vibration Control*, 2011, 31(4): 1-5, 15. (in Chinese)

[10] 许锋, 陈怀海, 鲍明. 动载荷识别的广义域模态模型及其精度分析研究[J]. *计算力学学报*, 2003, 20(2): 218-222.

Xu Feng, Chen Huaihai, Bao Ming. Study on the general domain based modal-model of force identification and its accuracy analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2003, 20(2): 218-222. (in Chinese)

[11] 周盼, 张权, 率志君, 等. 动载荷识别时域方法的研究现状与发展趋势[J]. *噪声与振动控制*, 2014, 34(1): 6-11.

Zhou Pan, Zhang Quan, Shuai Zhijun, et al. Review of research and development status of dynamic load identification in time domain[J]. *Noise and Vibration Control*, 2014, 34(1): 6-11. (in Chinese)

[12] 吴肖, 曾捷, 胡子康, 等. 变截面悬臂梁结构动载荷辨识方法[J]. *航空学报*, 2020, 41(9): 223806.

Wu Xiao, Zeng Jie, Hu Zikang, et al. Dynamic load identification method for variable cross-section cantilever structure[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(9): 223806. (in Chinese)

[13] 袁向荣, 卜建清, 满红高, 等. 移动荷载识别的函数逼近法[J]. *振动与冲击*, 2000, 19(1): 58-60, 70.

Yuan Xiangrong, Bu Jianqing, Man Honggao, et al. Function approaching method in moving load identification[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2000, 19(1): 58-60, 70. (in Chinese)

[14] 张方, 朱德懋. 动态载荷时域识别的级数方法[J]. *振动工程学报*, 1996, 9(1): 1-8.

Zhang Fang, Zhu Demao. Identification of dynamic load based on series expansion[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1996, 9(1): 1-8. (in Chinese)

[15] 张方, 朱德懋, 张福祥. 动载荷识别的时间有限元模型理论及其应用[J]. *振动与冲击*, 1998(2): 4-7, 96.

Zhang Fang, Zhu Demao, Zhang Fuxiang. The theory and application of time finite element model for dynamic load identification[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 1998(2): 4-7, 96. (in Chinese)

[16] 饶柱石, 施勤忠, 荻原一郎. 基于逆系统分析法的多输入-

- 多输出系统动态载荷的优化估计[J]. 振动与冲击, 2000, 19(2): 9-12, 16.
- Rao Zhushi, Shi Qinzong, Di Yuanyilang. Inverse system analysis based optimal estimation of dynamic loads for multiple-input multiple-output system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2000, 19(2): 9-12, 16. (in Chinese)
- [17] 高广磊, 刘斌, 李军, 等. 船体梁总纵弯曲载荷识别方法及试验验证[J]. 武汉理工大学学报 (交通科学与工程版), 2024, 48(1): 67-71.
- Gao Guanglei, Liu Bin, Li Jun, et al. Identification method and experimental verification of longitudinal bending load of hull beam[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2024, 48(1): 67-71. (in Chinese)
- [18] Zhang Jun, Liu Zhao, Li Lizhou, et al. Aerodynamic reduced-order model of shape-change blade subjected to upstream wake[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2020, 33(5): 04020055.
- [19] 罗骁, 李立州, 张新燕, 等. 尾流激励下的叶片气动力快速分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(23): 139-145.
- Luo Xiao, Li Lizhou, Zhang Xinyan, et al. Fast analysis of blade aerodynamic force under wake excitation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(23): 139-145. (in Chinese)
- [20] 张珺, 李立州, 原梅妮. 径向基函数参数化翼型的气动力降阶模型优化[J]. 应用数学和力学, 2019, 40(3): 250-258.
- Zhang Jun, Li Lizhou, Yuan Meini. Optimization of RBF parameterized airfoils with the aerodynamic ROM[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2019, 40(3): 250-258. (in Chinese)
- [21] Li Lizhou, Zhang Xinyan, Zhang Jun, et al. Efficient ROM method for calculating blade aerodynamic forces to upstream and downstream perturbations[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2019, 32(3): 04019011.
- [22] Li Lizhou, Zhang Jun, Luo Xiao, et al. An aerodynamic ROM of the blade subjected to wake based on Fourier method for flow[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2019, 89(4/5): 162-179.
- [23] Li Lizhou, Yang Minglei, Luo Xiao, et al. A spline ROM of blade aerodynamic force to upstream wake[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 84: 650-660.
- [24] 李立州, 杨明磊, 张珺, 等. 尾流激励的叶片气动力降阶模型. 计算力学学报, 2018, 35, (3): 299-303.
- Li Lizhou, Yang Minglei, Zhang Jun, et al. Aerodynamic ROM of blade due to upstream wake[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35(3): 299-303. (in Chinese)
- [25] 罗骁, 张新燕, 张珺, 等. 基于谐波平衡法的尾流激励的叶片振动降阶模型方法[J]. 应用数学和力学, 2018, 39(8): 892-899.
- Luo Xiao, Zhang Xinyan, Zhang Jun, et al. A reduced-order model method for blade vibration due to upstream wake based on the harmonic balance method[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2018, 39(8): 892-899. (in Chinese)
- [26] Balajewicz M, Nitzsche F, Feszty D. Application of multi-input Volterra theory to nonlinear multi-degree-of-freedom aerodynamic systems[J]. AIAA Journal, 2010, 48(1): 56-62. [LinkOut]
- [27] Raveh D, Mavris D. Reduced-order models based on CFD impulse and step responses: AIAA-2001-1527[R]. Anaheim, US: 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2001.
- [28] Silva W. Reduced-order models based on linear and nonlinear aerodynamic impulse responses: AIAA-1999-1262 [R]. Louisiana, US: 40th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, 1999.
- [29] Hansen P C. Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion[M]. Philadelphia, US: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

(编辑: 张 雪)