

文章编号: 1000-8055(2026)08-20250313-09

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20250313

激励频率对失谐叶盘频响特性的影响

房明昌¹, 韩 乐², 吴亚光³

- (1. 北京机电工程总体设计部, 北京 100039;
2. 北京航空航天大学 航空发动机研究院, 北京 102206;
3. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 102206)

摘 要: 采用一种将基础失谐模型(FMM)、影响系数法和模态叠加法相结合的叶盘强迫振动响应分析方法, 在考虑气动阻尼影响的条件下, 对多种类型的失谐叶盘在行波激励下的频响特征进行了研究, 通过分析不同失谐叶盘的频响曲线, 总结行波激励频率对失谐叶盘强迫振动响应的影响规律。结果表明: 在典型频率范围内, 协调叶盘在行波激励下的强迫振动响应在叠加随机失谐后普遍增大, 且在峰值附近出现“响应跳变”现象; 进一步叠加交替错频后, 叶盘振动响应明显减小, 且其频响曲线表现出“多峰”和“响应跳变”现象。

关 键 词: 叶盘; 强迫响应; 失谐; 频率响应; 气动阻尼

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Effect of excitation frequency on frequency response characteristics of mistuned blisk

FANG Mingchang¹, HAN Le², WU Yaguang³

- (1. Beijing System Design Institute of Electro-Mechanic Engineering, Beijing 100039, China;
2. Research Institute of Aero-Engine, Beihang University, Beijing 102206, China;
3. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 102206, China)

Abstract: The blisk forced response analysis method combining fundamental mistuning model (FMM), influence coefficient method, and modal superposition method was adopted. Considering the influence of aerodynamic damping, the method was used to study the frequency response characteristics of various mistuning blisks under traveling wave excitation. The influence of traveling wave excitation frequency on the forced responses of mistuning blisks was summarized by analyzing the frequency response curves of different mistuning blisks. The results showed that the forced response of tune blisk generally increased after the superposition of random mistuning under traveling wave excitation in typical frequency range, and there was a “response jump” near the peak. After further superposition of alternating mistuning, the forced response significantly decreased, and frequency response curves exhibited “multi peak” and “response jump”.

Keywords: blisk; forced response; mistuning; frequency response; aerodynamic damping

航空发动机压气机叶盘通常被设计为各个扇区完全相同的周期结构, 其典型模态振型可以用

各个扇区的具有不同相位的相似运动来表示。在有限元分析中, 设计人员采用仅包含单个叶盘扇

收稿日期: 2025-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(52306034); 中央高校基本科研业务费专项资金资助; 航空科学基金(20220015051002)

作者简介: 房明昌(1996—), 男, 工程师, 博士, 主要从事航空发动机结构强度与振动研究。E-mail: fangmingchang@buaa.edu.cn

通信作者: 韩乐(1989—), 男, 助理研究员, 博士生, 主要从事叶轮机气动弹性研究。E-mail: hanle@buaa.edu.cn

引用格式: 房明昌, 韩乐, 吴亚光. 激励频率对失谐叶盘频响特性的影响[J]. 航空动力学报, 2026, 41(8): 20250313. FANG Mingchang, HAN Le, WU Yaguang. Effect of excitation frequency on frequency response characteristics of mistuned blisk[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(8): 20250313.

区的网格模型并结合循环对称边界条件,就足以准确预测这种具有周期性特性的叶盘,即协调叶盘的振动特性。

对于这种周期结构,即使是非常微小的随机偏差也会对结构的振动特性产生显著影响,其模态振型可能被集中在该结构的某一局部区域中,这种现象被称为局部化,其最早是由 Anderson^[1]在固体物理学领域发现的。

在实际工程应用中,各个扇区之间由于各种原因往往存在一些微小的随机偏差,一般将其称为“随机失谐”,并将另一种人为改变叶片模态频率的有意失谐称为“错频”。两种失谐均会对叶盘的模态特性产生显著影响,包括模态频率和振型。在相同的气动力行波激励条件下,失谐叶盘中个别叶片的强迫响应与协调叶盘相比会显著增大,较高的振动应力会使得叶片更容易发生高循环疲劳失效。

因此,在无法采用简化的单扇区网格模型来预测失谐叶盘的振动特性的情况下,构建高效、准确的失谐叶盘分析模型并分析其振动特性对于提高航空发动机的可靠性有着重要意义。

叶盘振动问题从 20 世纪 60 年代末开始受到研究人员的重视,Whitehead^[2]、Wagner^[3]、Dye 等^[4]和 Ewins^[5-8]分别完成了早期的一些重要工作,Srinivasan^[9-10]和 Slater 等^[11]分别对与叶盘振动问题相关的重点研究工作进行了分析和整理,对主要研究进展进行了说明。Castanier 和 Pierre^[12]回顾了失谐叶盘振动问题的研究进展,总结了常用的几类失谐叶盘建模方法,并对该领域未来的潜在发展方向进行了预测。

2002 年,Feiner 和 Griffin^[13-15]推导出了基础失谐模型(fundamental mistuning model, FMM),其主要针对以叶片振动为主导的叶盘模态族相关振动问题。Wang 和 Fu 等^[16-17]采用 FMM 计算得到了压气机叶片在考虑叶盘耦合作用下的气动阻尼,分析了不同错频模式对叶片气动弹性稳定性的影响。Fang 等^[18-19]基于 FMM 发展了一种针对失谐叶盘的强迫响应快速计算方法,并采用该方法计算分析了 6 种典型错频模式对叶盘强迫响应的影响规律,发现错频可以通过降低失谐敏感性和改善气动阻尼来减弱随机失谐叶盘的振动局部化问题。然而,目前 Fang 等人在分析考虑气动阻尼的失谐叶盘强迫响应时,仅对比了各叶盘在不同频率行波激励下的响应最大值,未给出叶盘在典型激

励频率范围内的响应变化情况,缺少对协调叶盘和失谐叶盘频响规律的研究,对错频减小叶盘强迫响应的机制理解还不够全面。

本文沿用参考文献[18]中提出的基于 FMM 的叶盘强迫响应分析方法,在考虑气动阻尼影响的条件下,采用模态叠加法计算协调叶盘和随机失谐叶盘在典型激励频率范围内的频响特征,并以含两种和三种叶片频率的交替错频为例,分析错频对叶盘频响的影响规律。

1 理论方法

假设叶盘的振动均按照简谐形式,失谐叶盘在协调叶盘模态坐标系中的运动方程^[13]为

$$\left[(\Lambda + \Delta \hat{\mathbf{K}}) - \omega^2 (\mathbf{I} + \Delta \hat{\mathbf{M}}) \right] \mathbf{q} e^{i\omega t} = \hat{\mathbf{F}}_a e^{i\omega t} + \hat{\mathbf{F}}_e \quad (1)$$

式中 Λ 是协调叶盘模态频率的对角矩阵, $\Delta \hat{\mathbf{M}}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{K}}$ 分别是质量矩阵和刚度矩阵的失谐量, $\mathbf{I}$ 是单位矩阵, ω 是叶盘的模态频率, $\mathbf{q}$ 是叶盘振动幅值, $\hat{\mathbf{F}}_a$ 是模态气动弹性力幅值,即叶盘自身振动产生的非气动力幅值, $\hat{\mathbf{F}}_e$ 是模态激振力。

基于基础失谐模型,叶盘结构刚度和质量矩阵的变化在模态坐标系中可以表示成失谐矩阵的形式^[13],即

$$\left[(\Lambda + \hat{\mathbf{R}}) - \omega^2 \mathbf{I} \right] \mathbf{q} e^{i\omega t} = \hat{\mathbf{F}}_a e^{i\omega t} + \hat{\mathbf{F}}_e \quad (2)$$

式中模态坐标系下的失调矩阵 $\hat{\mathbf{R}} = \Delta \hat{\mathbf{K}} - \omega^2 \Delta \hat{\mathbf{M}}$ 。

在求解失谐叶盘的模态时,忽略模态激振力 $\hat{\mathbf{F}}_e$,同时采用影响系数法^[20]对模态气动弹性力进行变换,得到

$$\left[(\Lambda + \hat{\mathbf{R}}) - \omega^2 \mathbf{I} \right] \mathbf{q} e^{i\omega t} = \mathbf{A} \mathbf{q} e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$(\Lambda + \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}) \mathbf{q} = \omega^2 \mathbf{q} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{A}$ 是气动力影响系数矩阵。求解矩阵 $(\Lambda + \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A})$ 的复特征值 λ 和复特征向量 ϕ ,即失谐叶盘第 1 阶模态族的模态频率和振型。

接下来,基于上面计算得到的模态参数,采用模态叠加法可以计算得到失谐叶盘在等效行波激励下的模态响应。失谐叶盘某一模态的响应可以通过下式计算得到

$$q_i = \frac{F_{0,i}}{\sqrt{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega_i \omega)^2}} \cdot e^{i(\omega t + \theta)} \quad (5)$$

式中 $F_{0,i}$ 为行波激励的模态力幅值,下标 0 表示幅

值,下标*i*表示第*i*阶模态, $\theta=\arctan\left(\frac{2\zeta\omega_i\omega}{\omega_i^2-\omega^2}\right)$,阻尼比 $\zeta=\zeta_s+\zeta_{\text{aero}}$, ζ_s 为结构阻尼比,取 0.2%, ζ_{aero} 为气动阻尼。

将失谐叶盘各阶模态的强迫响应累加求和可以得到其各个叶片的强迫响应,如式(6)所示。

$$u=\sum_{i=1}^N\phi_iq_i$$

(6)

式中*u*为表示叶片响应的复向量, ϕ_i 为第*i*阶模态幅值向量,*q_i*为第*i*阶模态响应。

式(6)中的强迫响应是指叶片的模态响应,其直接反映了叶片该阶模态的振动响应大小,叶片真实振动情况可由该模态响应和振型相乘得到。

2 整体叶盘

构建某型轴流压气机第 1 级转子整体叶盘的有限元模型,通过网格无关性检查确定整体叶盘模型的单元数为 523 478,节点数为 668 491,如图 1 所示;单个叶片网格模型的单元数为 3 211,节点数为 4 258,如图 2 所示。整体叶盘和叶片的模态频率等参数基本不再随网格数量的增多而变化。

叶盘的主要设计参数和材料特性见表 1。

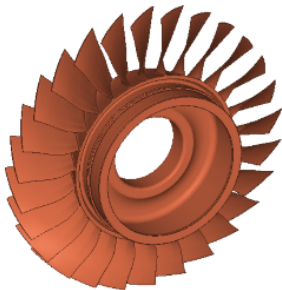


图 1 协调叶盘模型
Fig. 1 Tuned blisk model

表 1 叶盘设计参数和材料特性系数

Table 1 Design parameters and material characteristics of the blisk

参数	数值
叶片数	27
轮毂直径/叶尖直径	0.537
盘心直径/叶尖直径	0.246
转速/(r/min)	15 000
密度/(kg/m ³)	4 530
泊松比	0.34
弹性模量/GPa	105.5

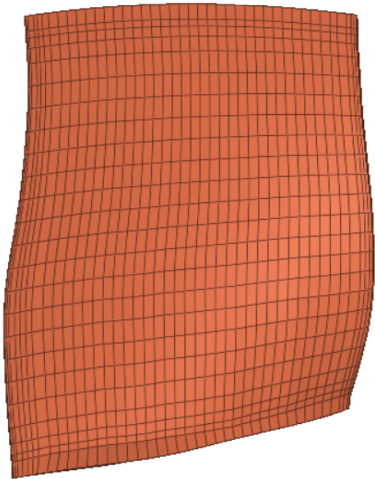


图 2 叶片模型
Fig. 2 Blade model

2.1 模态特性

对于叶片部分网格模型,在叶根给定固支边界条件,约束根部节点在所有方向的位移为 0,开展考虑预应力的模态分析得到叶片前 3 阶模态频率和振型,如图 3 所示。

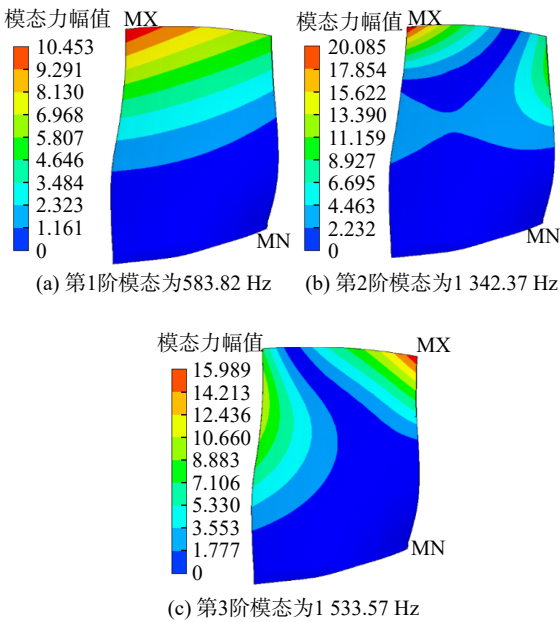


图 3 叶片模态振型

Fig. 3 Modal frequencies and shapes of the blade

对于协调叶盘,取 1 个叶盘扇区网格模型为计算对象,在叶盘后侧安装边施加固支边界条件,开展考虑预应力的模态分析,得到协调叶盘前 3 阶模态族的模态频率如图 4 所示,第 1 阶模态族的各阶模态频率基本相同,且与第 2 阶和第 3 阶模态族的模态频率差异较大,满足基础失谐模型的基本要求。

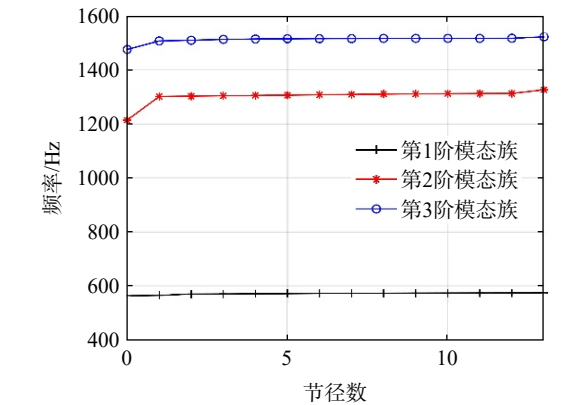


图 4 协调叶盘模态频率
Fig. 4 Modal frequencies of the tuned blisk

以叶盘第 1 阶模态族为分析对象，其模态振型以叶片振动为主，轮盘振动很小，这一特征十分符合应用 FMM 的基本假设。此外，其模态振型还具有明显的节径型分布特征，部分典型模态的振型如图 5 所示。

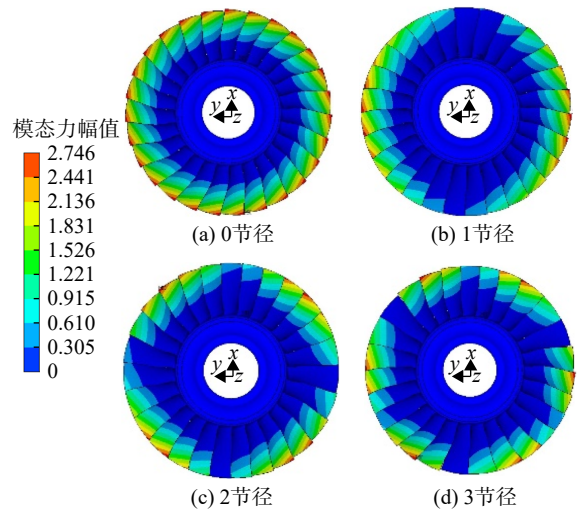


图 5 协调叶盘模态振型
Fig. 5 Mode shapes of the tuned blisk

2.2 气动特性

接下来，构建包含该整体叶盘的 3.5 级压气机流场网格模型，如图 6 所示，通过网格无关性检查得到单通道网格数量约为 110 万，流动参数基本不再随网格数量的增多而改变。近壁面的网格厚度适用于所采用的 Spalart-Allmaras 湍流模型的要求，工作介质为理想气体。在压气机为 100% 转速下，进口给定总压为 101 325 Pa，总温为 288.15 K，进气方向沿压气机轴向，出口给定平均静压，压力取值范围根据实际计算收敛情况确定，计算得到压气机特性并取近最高效率点进行非定常流

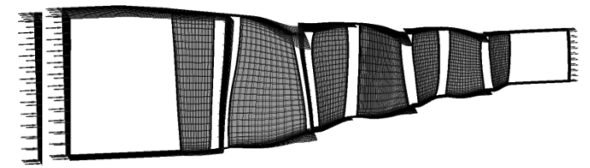


图 6 流场模型
Fig. 6 Fluid field model

动计算。
非定常流动计算时，取第 1 级转子叶片构建单排 7 通道流场模型，根据定常流动计算得到的 R1 进、出口结果给定进、出口边界条件。相邻通道之间的交界面给定一般连接边界条件，其他边界条件设置与定常流动计算相同，令位于中间第 4 个通道的叶片按照其第 1 阶模态振动，叶片最大振幅为 1.4 mm，其他叶片保持静止。1 个叶片振动周期被划分为 60 个时间步。待监测点的流动参数近似以恒定幅值谐波振荡后，提取 1 个振动周期内叶片表面气动力。

通过影响系数法^[20]计算得到叶片气动力影响系数，见表 2，并构建气动力影响系数矩阵。

表 2 叶片的气动力影响系数
Table 2 Aerodynamic influence coefficients of the blades
(N/m)

叶片编号 n	实部 a_r^n	虚部 a_i^n	气动力幅值
25	1 757.08	5 836.44	6 095.19
26	1 999.11	1 678.09	2 610.06
27	124 494.67	75 274.69	145 482.65
1	-13 532.99	-341 991.49	342 259.15
2	4 144.02	110 597.65	110 675.26
3	2 637.27	19 010.43	19 192.49
4	2 457.24	11 044.87	11 314.91

3 叶盘频响分析

3.1 协调叶盘

根据上述模态特性和气动特性计算结果，采用模态叠加法计算该叶盘模型在不同节径等效行波激励下的强迫响应。

激励频率的取值范围为 550~630 Hz，其以协调叶盘第 1 阶模态族的模态频率为基准，考虑失谐叶盘的叶片频率变化范围，覆盖叶盘失谐前、后的各阶模态频率，频率步长为 0.01 Hz。

在任一节径行波激励和激励频率下，以叶盘的 27 个叶片中响应最大值为该叶盘在该激励条

件下的响应幅值,进而给出叶盘在某一节径行波激励下的强迫响应随激励频率的变化情况,即频响曲线。协调叶盘在不同节径(nodal diameter)行波激励下的频响曲线如图7所示。

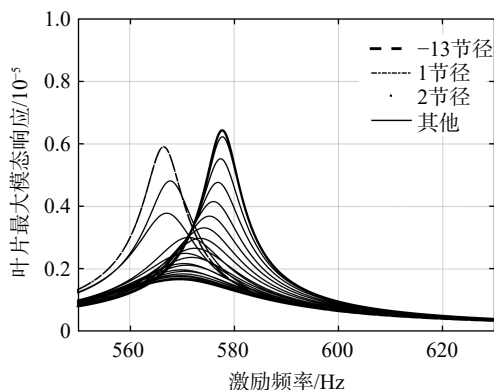


图7 协调叶盘频响曲线

Fig. 7 Tuned blisk frequency response curves

在任一节径的行波激励下,单个频响曲线均表现出明显的“单峰”特征,即当激励频率等于对应节径模态的模态频率,即共振,时达到最大值。在同一激励条件下,协调叶盘结构的周期性特征使得叶盘的27个叶片的强迫响应幅值相同。

不同节径行波激励下的响应最大值与对应节径叶盘模态的气动阻尼成反比,这与参考文献[18]中的分析结论一致。因此当整体叶盘出现强迫振动问题时,可以考虑通过增大叶盘对应阶模态的气动阻尼来减小强迫响应。

3.2 随机失谐叶盘

本文在分析失谐叶盘频响特性时,重点关注随机偏差与错频的相对大小关系,根据后文选定的错频量确定随机失谐的频率偏差,不大于1%。在工程应用时可以根据分析对象的叶片模态频率实际随机偏差进行计算分析。

通过随机函数生成了1000组绝对值在1%以内且符合正态分布的随机数,每组包含27个随机数,代表1个随机失谐叶盘的27个叶片模态频率偏差量,如图8所示。

图8中前100组随机失谐的分布特征与全部1000组随机失谐的分布特征基本一致。以2节径行波激励为例,计算得到1000组随机失谐叶盘在给定激励频率范围内的频响曲线,如图9所示。以前100组随机失谐为代表进行频响曲线计算足以覆盖随机失谐叶盘的典型特征。

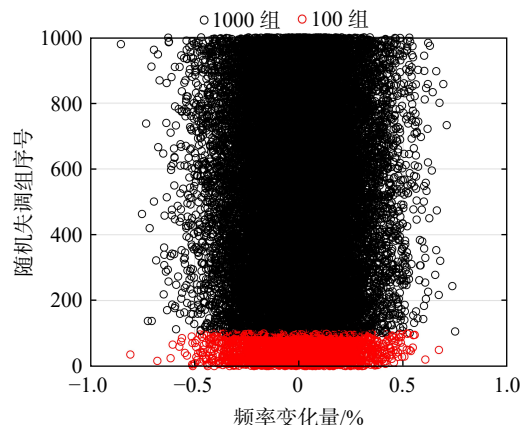


图8 随机失谐分布

Fig. 8 Random mistuning distribution

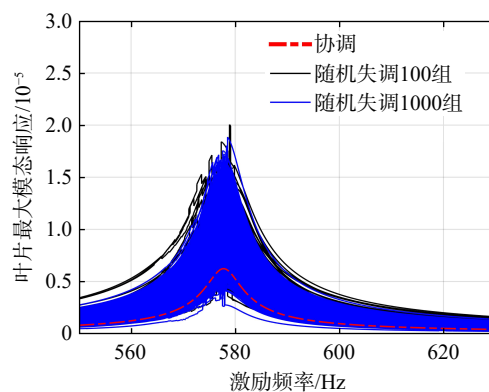


图9 随机失谐叶盘频响曲线(2节径行波激励)

Fig. 9 Random mistuned blisk frequency response curves (2 nodal diameter travel wave excitation)

接下来,以前100组随机失谐为例,进一步计算得到随机失谐叶盘在-13节径、-6节径、9节径节径行波激励下的频响曲线,如图10所示。

对比分析随机失谐叶盘和协调叶盘的频响曲线可以发现以下特征:

1) 随机失谐破坏了协调叶盘的周期性,各个叶片的响应幅值不再相同,叶盘的振动在相同激励输入下向部分叶片集中,即振动局部化,因此随机失谐叶盘在任一节径行波激励下的强迫响应最大值均明显大于协调叶盘。

2) 随机失谐叶盘的频响曲线在响应峰值附近出现了“响应跳变”现象,但其包络的变化趋势仍与同一节径行波激励下的协调叶盘基本一致,一方面仍呈现“单峰”特征,且峰值频率基本相同,另一方面不同节径行波激励下的最大强迫响应相对大小关系与协调叶盘基本一致。

根据模态叠加法的原理分析导致“响应跳变”现象的原因:失谐叶盘在行波激励下的模态响

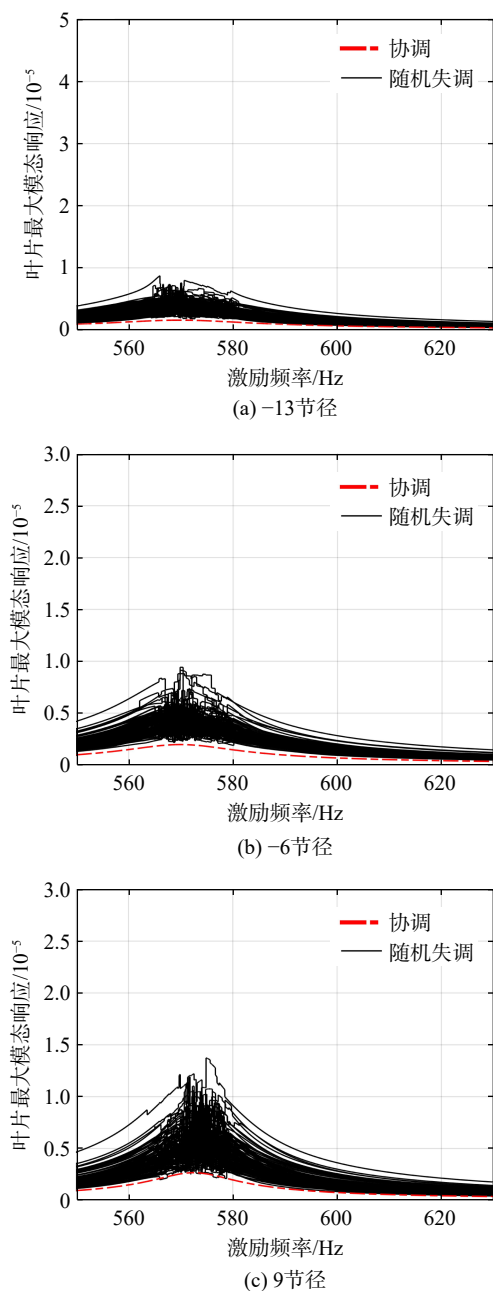


图 10 随机失谐叶盘频响曲线

Fig. 10 Random mistuned blisk frequency response curves

应是由失谐叶盘的多个模态的响应求和得到, 其中某阶模态在激励频率经过其模态频率(共振点)时, 相位发生从 $90^\circ \sim -90^\circ$ 的跳变, 该阶模态在叶片实际响应中的贡献发生反转, 导致叶片响应发生跳变, 这一现象是由本文所采用的数值计算方法所导致的, 不能体现真实失谐叶盘的振动特点, 但局部的跳变并不影响图中对叶片总体响应水平的表征, 仍能体现失谐叶盘单个叶片响应最大值随行波激励频率的变化规律。交替错频叶盘的“响应跳变”机理相同, 后文不再赘述。

4 交替错频对叶盘频响的影响

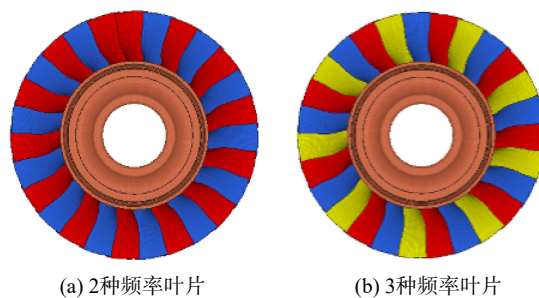
4.1 交替错频叶盘

在实际应用中, 通常可以通过去除叶尖部分网格, 即改变叶尖厚度的方式来改变叶片模态频率。图 2 中的叶片网格模型沿厚度方向有两层网格, 仅对其中一层网格进行操作。从叶尖开始沿叶高方向向下依次去除 2 层和 4 层网格, 得到 2 种错频叶片网格模型, 分别开展考虑预应力的模态分析得到它们的第 1 阶模态频率, 分别为 601 Hz 和 620 Hz, 对应原始叶片频率 (583 Hz) 变化量分别为 3.09% 与 6.35%。

用 2 种错频叶片网格模型对原叶盘网格模型的部分叶片进行替换, 构建了分别含 2 种和 3 种频率叶片的交替错频叶盘, 如图 11 所示, 蓝色、黄色和红色叶片分别表示原始叶片、单个叶片模态频率变化量 3.09% 和 6.35%。

在不考虑随机失谐的情况下, 计算得到上述 2 种交替错频叶盘在不同节径行波激励下的频响曲线, 如图 12 所示。

同时, 以含 3 种叶片频率的交替错频叶盘为例, 对比协调叶盘和交替错频叶盘在 -13 节径、-6 节径、2 节径、9 节径行波激励下的频响曲线, 如图 13 所示。

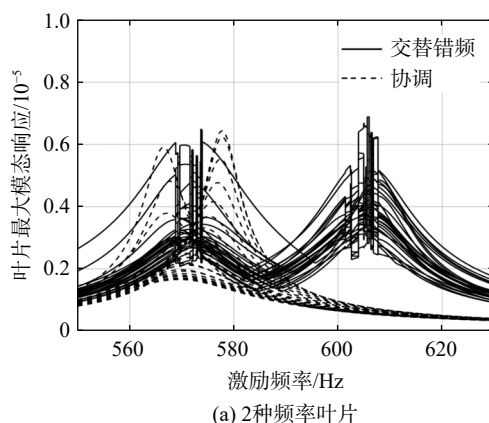


(a) 2种频率叶片

(b) 3种频率叶片

图 11 含 2 种或 3 种频率叶片的交替失谐叶盘

Fig. 11 Alternating mistuned blisks with 2 or 3 blade frequency types



(a) 2种频率叶片

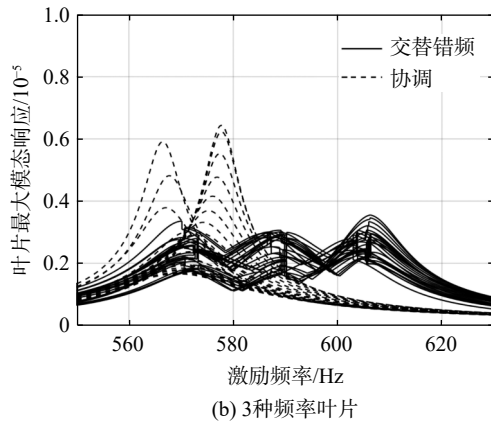


图 12 不同行波激励下的交替错频叶盘频响曲线

Fig. 12 Alternating mistuned blisks frequency response curves under different travel wave excitation

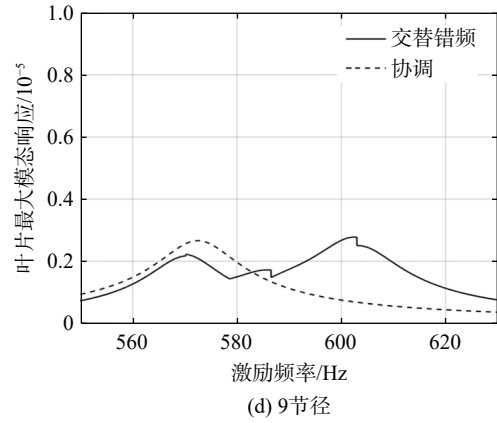
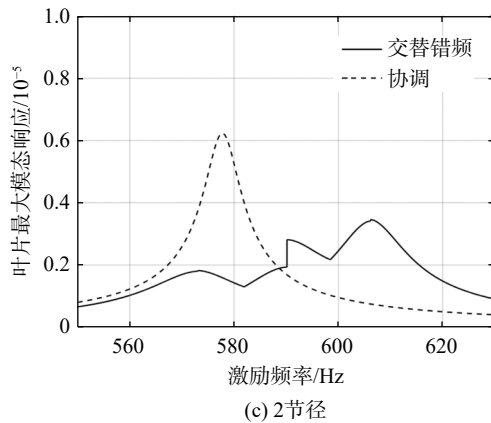
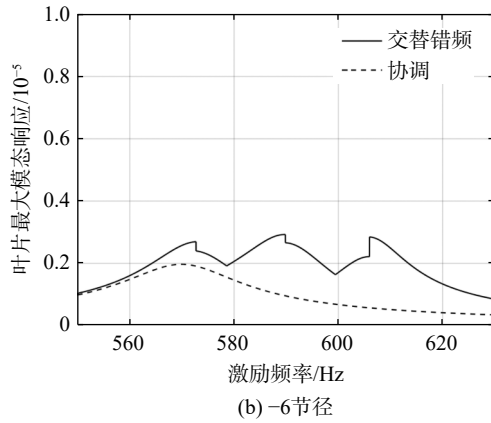
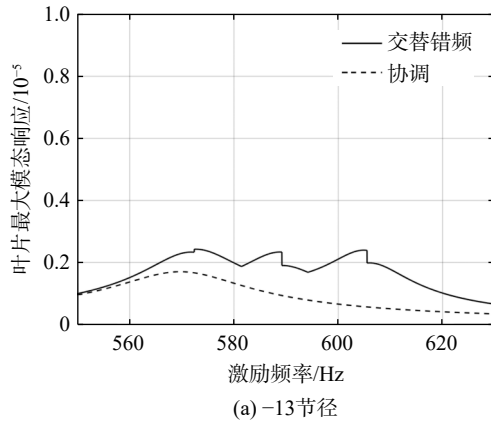


图 13 交替错频叶盘和协调叶盘的频响曲线对比

Fig. 13 Frequency response curves of alternating mistuned blisk and tuned blisk



对比分析交替错频叶盘和协调叶盘的频响曲线可以发现以下特征:

1) 交替错频叶盘的频响曲线表现出明显的“多峰”特征, 峰的数量与交替错频叶盘包含的叶片频率种数一致, 不同峰的强迫响应峰值基本一致。这是由于交替错频叶盘的 1 阶模态族根据叶片频率种数被划分为多个对应不同模态频率的子模态族, 每个子模态族中的各阶模态频率接近, 且模态振型由其模态频率对应的部分叶片振型表征, 存在与协调叶盘相似的节径特征。因此, 对于每个子模态族, 在与行波激励节径吻合的子模态的模态频率下分别发生“共振”, 响应幅值达到极大值。

2) 含 2 种频率叶片的交替错频对气动阻尼的改善效果较小, 错频导致的振动局部化起主要作用。因此, 含 2 种频率叶片的交替错频叶盘的叶片最大模态响应略大于协调叶盘。

3) 含 3 种频率叶片的交替错频叶盘对气动阻尼的改善效果较好, 超过了错频导致的振动局部化影响。因此, 含 3 种频率叶片的交替错频叶盘的叶片最大模态响应明显小于协调叶盘和含 2 种叶片频率的交替错频叶盘。

4) 与协调叶盘相比, 交替错频叶盘在不同节径行波激励下的响应向平均值集中, 即部分节径行波激励下的原本较小的响应增大, 较大的响应减小, 互相之间的差异减小。

4.2 叠加交替错频的随机失谐叶盘

在文中第 3.2 节的前 100 组随机失谐基础上, 叠加文中第 4.1 节提出的含 3 种叶片频率的交替错频得到 100 组叠加了交替错频的随机失谐叶盘, 计算得到它们在不同节径行波激励下的频响曲线,

如图 14 所示。

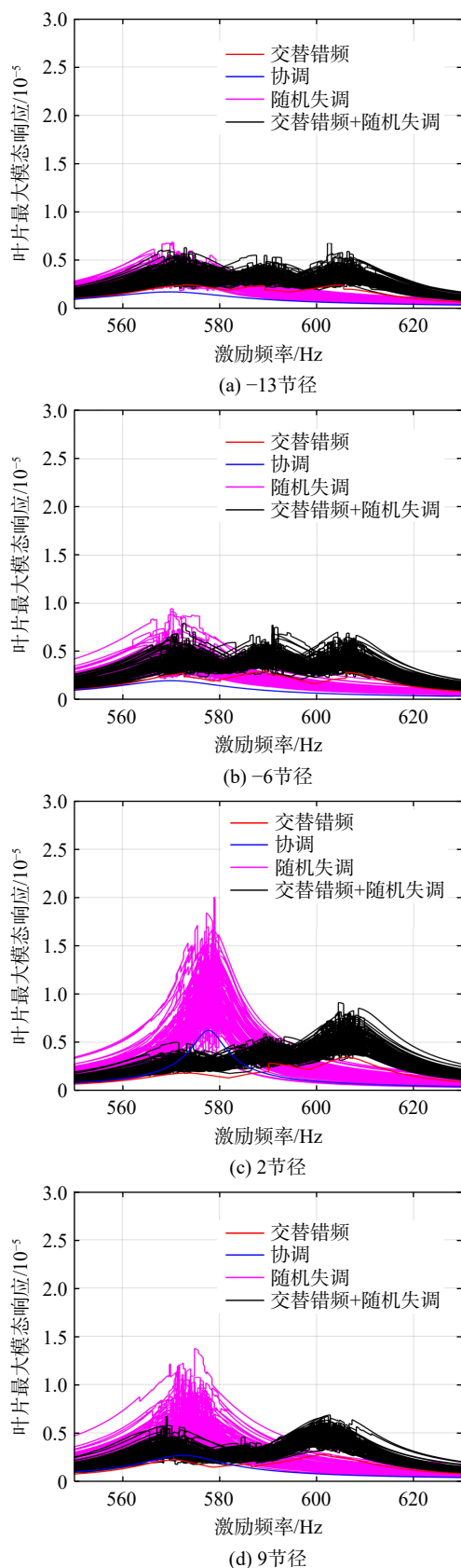


图 14 交替错频叶盘和协调叶盘的频响曲线对比

Fig. 14 Frequency response curves of alternating mistuned blisk and tuned blisk

对比分析协调叶盘、交替错频叶盘、随机失谐叶盘和叠加交替错频随机失谐叶盘的频响曲线,可以发现以下特征:

1) 在不同节径行波激励下,叠加交替错频的随机失谐叶盘的频响曲线分布规律与同一节径行波激励下的交替错频叶盘相似,仍表现出明显的“多峰”特征且峰值频率基本相同。

2) 在随机失谐叶盘响应较大的行波激励下,即 2 节径和 9 节径行波激励,叠加交替错频的随机失谐叶盘的响应明显小于随机失谐叶盘,且峰值频率发生偏移,这表明叠加交替错频一方面可以减小随机失谐叶盘的强迫响应,另一方面可以令响应峰值点避开原激励频率,进一步减小叶盘的实际响应水平。

3) 受到随机失谐导致的振动局部化的影响,叠加交替错频的随机失谐叶盘的响应仍均明显大于协调叶盘和交替错频叶盘,且在随机失谐叶盘响应较小的行波激励下,即-13 节径和-6 节径行波激励,与随机失谐叶盘的响应水平基本一致。

5 结 论

本文采用基于基础失谐模型的叶盘强迫响应分析方法,在考虑气动阻尼的条件下,计算得到了协调叶盘、随机失谐叶盘和交替错频叶盘的频响曲线,通过进一步分析明确了不同类型叶盘的频响特征,具体结论如下:

1) 叠加随机失谐后,协调叶盘在行波激励下的强迫响应普遍增大,但频响曲线变化趋势相似,具体表现为随机失谐叶盘的频响曲线仍保持“单峰”特征,且峰值频率和不同节径下的峰值相对大小关系与协调叶盘基本一致,即与对应节径模态的气动阻尼成反比。

2) 叠加交替错频的随机失谐叶盘频响曲线变化趋势与交替错频叶盘相似,表现出“多峰”特征,峰数与其包含的不同频率叶片种数一致,但其响应水平相较于协调叶盘和交替错频叶盘均明显增大。

3) 叠加交替错频后,协调叶盘和随机失谐叶盘在部分节径行波激励(以 2 节径为代表,响应相对较大)下的响应明显减小,这与交替错频对叶盘气动阻尼的改善效果密切相关。

4) 在实际工程应用中解决叶盘强迫振动问题时,叠加交替错频的方法仅适用于当前行波激励节径数对应的模态气动阻尼相对较小的情况。

此外, 交替错频导致的峰值频率偏移可以进一步减小当前激励频率下的响应。

上述分析结果是由文中的分析案例得出, 但有一定的普适性, 可为工程设计提供借鉴。

参考文献:

- [1] ANDERSON P W. Absence of diffusion in certain random lattices [J]. *Physical Review*, 1958, 109(5): 1492.
- [2] WHITEHEAD D S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachinery blades induced by wake[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1966, 8(1): 15-21.
- [3] WAGNER J T. Coupling of turbomachine blade vibrations through the rotor[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1967, 89(3): 502-512.
- [4] DYE R C F, HENRY T A. Vibration amplitudes of compressor blades resulting from scatter in blade natural frequencies[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1969, 91(3): 182-188.
- [5] EWINS D J. The effects of mistuning upon the forced vibrations of blisks[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1969, 9(1): 65-79.
- [6] EWINS D J. A study of resonance coincidence in bladed discs[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1970, 12(5): 305-312.
- [7] EWINS D J. Vibration characteristics of bladed disc assemblies[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1973, 15(3): 165-186.
- [8] EWINS D J. Vibration modes of mistuned blisks[J]. *Journal of Engineering for Power*, 1976, 98(3): 349-355.
- [9] SRINIVASAN A V. Vibrations of bladed-disk assemblies: a selected survey[J]. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1987, 106(2): 165-168.
- [10] SRINIVASAN A V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119(4): 742-775.
- [11] SLATER J, MINKIEWICZ G, BLAIR A. Forced response of blisk assemblies: a survey[J]. *Shock and Vibration Digest*, 1999, 31(1): 17-24.
- [12] CASTANIER M P, PIERRE C. Modeling and analysis of mistuned blisk vibration: status and emerging directions[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2006, 22(2): 384-396.
- [13] FEINER D M, GRIFFIN J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(10): 597-605.
- [14] FEINER D M, GRIFFIN J H. Mistuning identification of bladed disk using a fundamental mistuning model: Part I theory[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004, 126(1): 150-158.
- [15] FEINER D M, GRIFFIN J H. Mistuning identification of bladed disk using a fundamental mistuning model: Part II application[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004, 126(1): 159-165.
- [16] WANG Y R, FU Z Z, JIANG X H, et al. A mistuning effects on aero-elastic stability of axial compressor rotor blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2015, 137(10): 102504.1-102504.12.
- [17] FU Z Z, WANG Y R. Mistuning and structural coupling effects on flutter of turbomachinery blades[R]. Zhuhai Guangdong: International Conference on Structural Engineering, Vibration and Aerospace Engineering, 2013.
- [18] FANG M C, WANG Y R. Intentional mistuning effect on the blisk vibration with aerodynamic damping[J]. *AIAA Journal*, 2022, 60(6): 3884-3893.
- [19] 房明昌, 王延荣. 考虑气动阻尼的失谐叶盘强迫响应分析[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(10): 2224-2232.
FANG Mingchang, WANG Yanrong. Forced response analysis of the mistuned bladed disk with aerodynamic damping[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(10): 2224-2232. (in Chinese)
- [20] HANAMURA Y, TANAKA H, YAMAGUCHI K. A simplified method to measure unsteady force acting on the vibrating blades in cascade[J]. *Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers*, 1980, 23(180): 880-887.

(编辑: 陈 越)