

文章编号: 1000-8055(2026)00-20250352-14

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20250352

## 考虑孔隙及各向异性的增材制造 高温合金本构建模

范永升<sup>1,2</sup>, 马小博<sup>1</sup>, 王梦磊<sup>1</sup>, 石多奇<sup>1,2</sup>, 杨晓光<sup>1,2</sup>, 董成利<sup>3,4,5</sup>

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 102206;  
2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 102206;  
3. 中国航发北京航空材料研究院 材料检测与评价重点实验室, 北京 100095;  
4. 中国航发北京航空材料研究院 航空材料检测与评价重点实验室, 北京 100095;  
5. 中国航发北京航空材料研究院 先进高温结构材料科技重点实验室, 北京 100095)

**摘 要:** 针对金属增材制造构件中各向异性与孔隙损伤协同演化的力学响应行为, 建立了一种耦合各向异性与孔隙演化机制的宏观本构模型。模型融合各向异性屈服准则、非线性混合硬化机制与多孔介质损伤演化理论, 系统描述了复杂加载路径下的增材制造高温合金的屈服行为、应变硬化与孔隙演化过程。通过数值模拟与试验数据对比, 验证所提模型在单调拉伸、循环加载及各构建方向下均具有良好的预测精度, 能够准确反映包辛格效应主导的非对称循环响应特征及孔隙缺陷演化的控制作用。研究结果表明: 模型对增材制造高温合金 V 向与 H 向试样的单调拉伸响应预测误差与循环载荷下的应力幅值预测偏差均小于 5%, 同时有效量化了孔隙演化对力学性能的影响, 预测得出当孔隙率从 0.004% 增至 0.010% 时, 材料延性下降约 15%。具有良好的工程实用性与推广潜力。

**关 键 词:** 增材制造高温合金; 各向异性; 本构建模; 混合硬化; 孔隙演化

中图分类号: V252.2

文献标志码: A

## Constitutive modelling for additive manufacturing superalloys considering the porosity and anisotropy

FAN Yongsheng<sup>1,2</sup>, MA Xiaobo<sup>1</sup>, WANG Menglei<sup>1</sup>, SHI Duoqi<sup>1,2</sup>,  
YANG Xiaoguang<sup>1,2</sup>, DONG Chengli<sup>3,4,5</sup>

- (1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 102206, China;  
2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength,  
Beihang University, Beijing 102206, China;  
3. Key Laboratory of Material Testing and Evaluation, Beijing Institute of Aeronautical Materials,  
Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;  
4. Key Laboratory of Aeronautical Material Testing and Evaluation,  
Beijing Institute of Aeronautical Materials,  
Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;

收稿日期: 2025-07-24

基金项目: 国家自然科学基金(12472063, 12172021); 油气重大专项(2025ZD1401601); 中央高校基本科研业务费

作者简介: 范永升(1993—), 男, 副教授, 博士, 主要从事航空发动机结构强度与寿命研究。E-mail: fanys@buaa.edu.cn

通信作者: 董成利(1982—), 男, 研究员, 博士, 主要从事飞机及发动机材料力学性能的试验验证与应用评价研究。

E-mail: dcdong@buaa.edu.cn

引用格式: 范永升, 马小博, 王梦磊, 等. 考虑孔隙及各向异性的增材制造高温合金本构建模[J]. 航空动力学报, 2026, 41(X): 20250352. FAN Yongsheng, MA Xiaobo, WANG Menglei, et al. Constitutive modelling for additive manufacturing superalloys considering the porosity and anisotropy[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(X): 20250352.

5. Science and Technology on Advanced High Temperature Structural Materials Laboratory, Beijing Institute of Aeronautical Materials, Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China)

**Abstract:** A macroscopic constitutive model was developed to characterize the coupled evolution of anisotropy and porosity-induced damage in the mechanical response of metal additive manufacturing (AM) components. The model integrated an anisotropic yield criterion, a nonlinear mixed hardening mechanism, and a porous media damage theory to systematically describe the yield behavior, strain hardening, and damage evolution under complex loading paths. Numerical simulations were performed and compared with experimental data under monotonic tension, cyclic loading, and various build orientations. The results demonstrated that the model exhibited prediction errors of less than 5% for monotonic tensile responses of both H and V-oriented specimens made of additively manufactured high-temperature alloy, with stress amplitude deviations under cyclic loading not exceeding 4%. Furthermore, it effectively quantified the influence of pore evolution on the mechanical properties, predicting approximately 15% reduction in material ductility when porosity increased from 0.004% to 0.010%. The proposed model demonstrated strong potential for engineering application and broader implementation.

**Keywords:** additive manufacturing of superalloys; anisotropy; constitutive modelling; mixed hardening; pore evolution

增材制造(additive manufacturing, AM), 也称为 3D 打印, 通过逐层添加材料的方式来构建三维物体。其设计自由度高、可制造复杂结构、材料利用率高、缩短产品开发周期等核心优势, 使其在高端装备制造领域, 特别是对轻量化、集成化、定制化要求极高的航空航天、能源动力(如燃气轮机)、生物医疗植入体等领域, 展现出巨大的应用潜力和革命性影响<sup>[1-6]</sup>。

然而, AM 工艺固有的逐层熔化过程, 不可避免地导致材料在微观组织<sup>[7]</sup>(如柱状晶/等轴晶的择优取向)、织构、残余应力分布(高梯度与复杂状态)及宏观力学性能(强度、塑性、韧性等)上呈现出显著的各向异性<sup>[8-11]</sup>。这种各向异性与 AM 过程中伴生的固有缺陷(尤以孔隙缺陷最为突出, 包括未熔合孔<sup>[12]</sup>、气孔<sup>[13]</sup>、匙孔<sup>[14-15]</sup>等)相互耦合, 深刻影响着最终部件的服役性能。具体而言, AM 工艺固有特性带来的材料本身的各向异性不可忽略同时孔隙缺陷作为应力集中源, 显著劣化部件的静态机械性能(如抗拉强度、延伸率)、疲劳强度(加速裂纹萌生与扩展)、单调应力-应变响应, 并可能改变其热物理性质(如导热率)因此其带来的影响也不可忽略<sup>[16-17]</sup>。

在此背景下, 构建能够反映 AM 构件真实力学行为的本构模型, 对于实现高性能增材构件的结构设计、性能预测及服役评估具有重要意义。然而, 目前主流的本构建模方法多数仍基于传统各向同性材料假设<sup>[18-21]</sup>, 未能充分考虑 AM 材料

内部复杂的缺陷演化机制与各向异性响应特征。已有研究尝试从微观尺度建模入手, 通过晶体塑性理论或基于代表性体积单元(representative volume element, RVE)方法刻画材料内部结构对力学行为的影响<sup>[22-24]</sup>, 但此类方法存在建模复杂、计算成本高、参数依赖强等不足, 难以在宏观有限元分析中高效实施。因此, 亟须一种能够兼顾多尺度特征、具备良好工程可实施性的宏观本构建模方法<sup>[25]</sup>。

为此, 本研究中聚焦于金属增材制造材料在典型加载条件下的本构响应特性, 构建了一种耦合各向异性屈服行为与孔隙演化机制的宏观本构模型。该模型综合引入了 Hill 各向异性准则、非线性混合硬化机制(并嵌入 GTN(Gurson-Tvergaard-Needleman))多孔介质损伤模型, 用以描述 AM 构件在复杂应力状态下的屈服行为、硬化演化与孔隙演变过程。旨在为增材制造构件的本构建模与性能预测提供一种可推广、可扩展且具有工程实用性的理论工具, 并为实现面向多尺度协同的增材构件设计与服役可靠性评估提供坚实的理论基础与数值支撑。

## 1 本构模型

### 1.1 应变分解

本文主要目标是将孔隙、各向异性的机制引入传统的混合硬化本构关系中。作为对该方法的初步探索本文以小变形为例, 开展后续数值仿真

工作,以简化问题的复杂性<sup>[25-30]</sup>。

将材料变形过程中的总应变分解为弹性部分和塑性部分

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1)$$

因此总应变增量  $d\boldsymbol{\varepsilon}$  可以分解为弹性应变增量  $d\boldsymbol{\varepsilon}^e$  和塑性应变增量  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  两部分,则有:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (2)$$

弹性部分仍服从胡克定律,并结合式 (2),则应力增量可表示为:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D}^e (d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (3)$$

式中  $\mathbf{D}^e$  为弹性矩阵可以写为:

$$\mathbf{D}^e = \lambda \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2G \mathbf{I}^{\text{dev}} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位向量,  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$  为拉梅常数;  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  为切变模量;  $\nu$  为泊松比;  $E$  为弹性模量。

## 1.2 屈服准则

结合经典的 GTN 模型<sup>[31-34]</sup>,并将 Hill 等效应力引入屈服函数中,可以构造新的屈服势函数如下所示:

$$\Phi = \frac{f^2(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\alpha}')}{\sigma_m^2} + 2q_1\varphi^* \times \cosh\left(\frac{-3q_2\sigma_h}{2\sigma_m}\right) - (1 + q_3\varphi^{*2}) = 0 \quad (5)$$

式中  $f(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\alpha}')$  是屈服函数;  $\sigma_h$  是宏观静水应力;  $\sigma_m$  是基体等效应力;  $\varphi^*$  为等效孔隙体积分;  $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$  为孔隙修正参数。在连续介质力学框架下,此屈服函数定义了应力空间中的一个曲面,称为屈服面。材料宏观的力学状态可由  $\Phi$  的值来判定:当  $\Phi < 0$  时,表示当前应力点位于由式(5)所定义的屈服面内部,材料仅发生弹性变形;当  $\Phi = 0$  时,表示当前应力点正好位于屈服面上,材料开始或正在发生塑性变形。

因此,屈服准则可表述为:

$$\begin{cases} \Phi < 0 & \text{弹性变形} \\ \Phi = 0 & \text{塑性变形} \end{cases} \quad (6)$$

屈服准则作为发生屈服的必要条件,可用来判断材料何时开始发生塑性流动。但屈服面后继续加载将会出现塑性流动,而正则化假设可用来判断塑性流动方向。选取关联性流动法则,假设塑性应变率张量的方向(考虑在主应力空间中)垂

直于屈服面上载荷点处的切线方向。采用屈服函数  $f$  可表示为:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (7)$$

式中塑性应变增量(塑性应变率)的方向由  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$  确定,大小由塑性乘子  $d\lambda$  确定。采用一致性条件,确保材料在塑性变形过程中应力状态始终位于屈服面上即当材料达到屈服状态后,进一步的加载应使应力状态沿着屈服面滑移,而不会进入屈服面之外的区域。通过一致性条件可以确定塑性乘子,进而获得等效塑性应变增量。屈服函数表达式如下:

$$f(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\alpha}') = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}'_{ij} - \boldsymbol{\alpha}'_{ij}) \cdot \mathbf{M}_{ijkl} \cdot (\boldsymbol{\sigma}'_{kl} - \boldsymbol{\alpha}'_{kl})} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{M}_{ijkl}$  为 Hill 各向异性矩阵是 4 阶张量,下标  $i$ 、 $j$ 、 $k$ 、 $l$  是取值范围,为 1~3,它们的组合代表了张量在特定方向上的分量<sup>[35]</sup>:

$$\mathbf{M}_{ijkl} = \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & H+F & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F+G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2M \end{bmatrix} \quad (9)$$

宏观静水应力  $\sigma_h$  为:

$$\sigma_h = \sigma_{ii}/3 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

等效应力  $\sigma_m$  为:

$$\sigma_m = \sigma_{y0} + r(p) \quad (11)$$

式中  $\sigma_{y0}$  为初始屈服应力;  $r(p)$  为各向同性硬化函数。

## 1.3 硬化准则

材料进入屈服后的硬化准则采用混合硬化准则,包含各向同性硬化与运动硬化两部分。各向同性硬化部分写为:

$$dr(p) = Q(1 - e^{-bdp}) \quad (12)$$

式中  $b$  和  $Q$  为材料参数,此式给出了指数形式的硬化关系,塑性应变逐步增加并趋于饱和,  $b$  控制饱和和速率。  $dp$  为等效塑性应变增量。

背应力的演化方程为:

$$d\boldsymbol{\alpha} = C \frac{1}{\sigma_m} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) dp - \gamma \boldsymbol{\alpha}_k dp \quad (13)$$

式中右边第 1 项是线性 Ziegler 硬化准则<sup>[36]</sup>; 第 2 项为动态恢复项。

#### 1.4 孔隙演化

在 GTN 本构模型中, Tvergaard 和 Needleman 在模型中所引入的修正等效孔隙率表达式, 在一定程度上有效刻画了孔隙损伤从稳定扩展到失稳断裂的转变过程。然而, 传统的分段线性形式在处理低初始孔隙率(如孔隙率  $10^{-5} \sim 10^{-4}$  数量级)存在显著局限性: 当孔隙率接近临界孔隙率, 等效孔隙率会快速跃升至 1, 导致屈服函数在临界孔隙率处一阶导数不连续, 从而在应力-应变响应中出现明显的斜率突变, 降低了数值计算的稳定性与物理合理性。

为缓解该问题, 并提升模型在细观尺度损伤累积过程中的连续性表达能力, 本文引入一种指数型修正函数对等效孔隙率进行重构。该修正表达式在保持等效孔隙率小于等于 1 的前提下, 保证屈服函数在临界孔隙率处连续可导, 进而确保了屈服函数及其对应的损伤演化变量在整个演化区间内的数值平滑性。改进形式如下所示:

$$\varphi^* = \begin{cases} \varphi & \varphi \leq \varphi_c \\ \varphi_c + k(\varphi - \varphi_c)^n & \varphi > \varphi_c \end{cases} \quad (14)$$

$$k = \frac{\varphi_u^* - \varphi_c}{(\varphi_f - \varphi_c)^n} \quad (15)$$

式中  $k$  表征了孔隙相互聚集后材料承载性能的快速下降过程;  $\varphi_c$  为孔隙聚集临界体积分数(用来区别性能快速下降前后);  $\varphi_f$  是最终失效对应的体积分数。 $\varphi^*$  由 Tvergaard 和 Needleman 引入以解释由于孔洞聚合导致材料承载能力逐渐下降的现象,  $n$  是指数项, 当  $n = 1$  时, 该方程退化为 Tvergaard 和 Needleman 提出的等效孔隙率表达式。

孔隙体积分数演化由两部分组成, 即原有孔隙的生长与新孔隙的形成

$$d\varphi = d\varphi_{\text{grow}} + d\varphi_{\text{nucl}} \quad (16)$$

由于传统的 GTN 模型主要用于预测材料在拉伸载荷下的延性断裂行为, 该模型在受压或低应力三轴度(甚至负三轴度)条件下的适用性有限, 因为原始模型未能充分考虑在这些应力状态下孔隙的演化行为。而有学者通过对 G20Mn5QT 铸钢缺口圆棒(NRB)试样在单调拉伸和超低周疲劳(ULCF)加载条件下测试得出了在循环加载下, 微空洞会交替受到正水静应力和负水静应力的影

响。在拉伸半载循环下与传统 GTN 模型描写一致, 而在压缩半载循环下, 微空洞的行为不同。负水静应力会使现有的空洞收缩或挤压, 从而降低孔隙率<sup>[37]</sup>。以此现象扩展了传统 GTN 模型孔隙演化表达式, 孔隙的生长如下:

$$d\varphi_{\text{grow}} = \begin{cases} (1 - \varphi) d\epsilon^p: \mathbf{I} & T \geq 0 \\ -(1 - \varphi) d\epsilon^p: \mathbf{I} & T < 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中  $T$  表示应力三轴度表征应力状态的无量纲参数;  $T \geq 0$  表示正应力三轴性;  $T < 0$  表示负应力三轴性。孔隙成核公式

$$\begin{cases} d\varphi_{\text{nucl}} = \frac{\varphi_n}{s_n \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{p - \epsilon_n}{s_n}\right)^2\right] dp & T \geq 0 \\ d\varphi_{\text{nucl}} = 0 & T < 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\varphi_n$  为可形核粒子的体积分数大小;  $\epsilon_n$  为孔洞形核时的平均应变;  $s_n$  为形核应变的标准差。

## 2 本构模型数值积分算法

本章给出了所建立本构关系的数值计算方法, 在有限元分析框架中予以实现。算法分为 3 个步骤: 弹性预测、塑性修正、变量更新。算法的基本任务是: 已知上一时刻  $t_n$  的基本状态变量  $\sigma_n$  和  $\epsilon_n^p$  的条件下, 给定应变增量  $\Delta\epsilon$ , 求解  $t_{n+1}$  时刻的基本状态变量  $\sigma_{n+1}$  和  $\epsilon_{n+1}^p$ , 在一个时间增量步内引入试应力的概念, 当试应力超出屈服面时, 通过塑性校正将其拉回屈服面得到最终的真实应力。在偏应力空间内, 塑性校正项的方向沿着屈服面的径向(满足正则化假设), 因而此方法又被称为径向回退映射法。

### 2.1 弹性预测

首先由弹性力学可知胡克定律的三维应力形式:

$$\sigma = 2G\epsilon^e + \lambda \text{tr}(\epsilon^e) \mathbf{I} \quad (19)$$

将弹性应变分解为

$$\epsilon^e = \epsilon_i^e + \Delta\epsilon^e = \epsilon_i^e + \Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p \quad (20)$$

所以

$$\sigma = 2G(\epsilon_i^e + \Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p) + \lambda \text{tr}(\epsilon_i^e + \Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p) \mathbf{I} \quad (21)$$

因此

$$\sigma = 2G(\epsilon_i^e + \Delta\epsilon) + \lambda \text{tr}(\epsilon_i^e + \Delta\epsilon) \mathbf{I} - 2G\Delta\epsilon^p \quad (22)$$

由式(22)可知, 在弹性预测中, 假定没有塑性



演化, 按弹性计算试应力  $\bar{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}$ :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} = 2G(\epsilon_n^e + \Delta\epsilon) + \lambda \text{tr}(\epsilon_n^e + \Delta\epsilon) I \\ \epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta\epsilon_{n+1} \\ \epsilon_{n+1}^p = \epsilon_n^p \end{cases} \quad (23)$$

## 2.2 塑性修正

通过屈服准则判断是否进入塑性修正阶段:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{f^2(\sigma' - \alpha')}{\sigma_m^2} + 2q_1\phi^* \times \\ &\cosh\left(\frac{-3q_2\sigma_h}{2\sigma_m}\right) - (1 + q_3\phi^{*2}) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

若  $\Phi \leq 0$  说明按照弹性计算试算有效应力正确, 在该增量步中不包含塑性应变。若  $\Phi > 0$  说明按照弹性计算试算有效应力不正确, 在该增量步中包含塑性应变, 因此需要进行塑性修正。通过牛顿-辛普森迭代法求解等效塑性应变, 将屈服函数求关于  $\Delta p$  偏导数, 写为:

$$\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta p} d\Delta p + \dots = 0 \quad (25)$$

$$M = 1 + (q_1\phi^*)^2 - 2q_1\phi^* \cosh\left(\frac{1.5q_2P}{\sigma_m}\right) \quad (26)$$

$$d\Delta p = \frac{\bar{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} - 3G\Delta p - \sigma_m \sqrt{M}}{3G + bQe^{-b\Delta p} \sqrt{M} + \frac{3q_1\phi^* q_2 PbQe^{-b\Delta p}}{2\sqrt{M}\sigma_m}} \quad (27)$$

通过结合式(24)、式(25)、式(27)整理可得:

$$\Delta p^{k+1} = \Delta p^k + d\Delta p \quad (28)$$

通过上式迭代获得最终的该步最终的等效塑性应变增量  $\Delta p$ 。

## 2.3 变量更新

基于等效塑性应变增量  $\Delta p$ , 可以计算相关的塑性流动方向、塑性应变增量、弹性应变增量、应力增量、各向同性硬化增量、背应力增量、孔隙率增量:

$$\begin{cases} n = \frac{3}{2} \left( \frac{\bar{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}} - \alpha'}{\bar{\sigma}_{n+1}^{\text{trial}}} \right) \\ \Delta \epsilon^p = \Delta p n \\ \Delta \epsilon^e = \Delta \epsilon - \Delta \epsilon^p \\ \Delta r = Q(1 - e^{-b\Delta p}) \\ \Delta \alpha = C \frac{1}{\sigma_m} (\sigma - \alpha) dp - \gamma \alpha_k dp \\ \Delta \phi = \Delta \phi_{\text{grow}} + \Delta \phi_{\text{nucl}} \end{cases} \quad (29)$$

更新各变量:

## 3 模型参数获取与模拟验证

### 3.1 试验与有限元建模

本课题组开展试验使用的 AM IN718 高温合金通过选区激光熔化(SLM)工艺制备, 所使用的 IN718 合金粉末由 Höganäs 公司提供。采用配备 YLR-400 和 YLR-700 光纤激光器的 SLM Solutions 公司生产的 SLM280HL 设备制备成形试样, 扫描策略主要包括平行于构建方向(H)与垂直于构建方向(V)。为揭示拉伸变形过程中的缺陷演化规律开展了原位拉伸试验。试验采用集成 nan-Voxel-4000 系统中的单调加载装置, 加载应变率为  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  分别在工程应变为 0%、5%、7%、9% 和 12% 时进行间歇式 X 射线计算机断层扫描(XCT), 以动态监测内部缺陷的演化过程。所选取的应变区间覆盖了初始、弹性、屈服及塑性等典型阶段, 用以获取各阶段的缺陷形貌特征。

除了上述开展的试验外, 还引用了一些文献中的数据用于模型的验证, 具体如表 1 所示。基于本文提出的本构模型, 以下内容中将展示和讨论本构模型在单调加载与循环加载情况下的计算结果。下文的预测模型取代表性体积单元进行单轴受拉数值模拟。模型如图 1 所示。模型为边长 1 mm 的正方体, 单元采用减缩积分的六面体单元(ABAQUS 名称: C3D8R)。加载条件与边界条件如图 1 所示。

表 1 数据来源及试验内容

Table 1 Data sources and experimental details

| 序号 | 材料         | 数据来源方式  | 载荷方式                  |
|----|------------|---------|-----------------------|
| 1  | DMLM IN718 | 文献 [38] | 沿 D、H 和 V 单调拉伸试验      |
| 2  | SLM IN718  | 文献 [39] | 沿 H 和 V 单调拉伸试验与循环加载试验 |
| 3  | SLM IN718  | 本课题组    | 沿 H 和 V 单调拉伸试验        |

### 3.2 单调加载的预测

本节试验数据取自文献 [38]。试验材料是使用 EOS M280 机器的直接金属激光熔化(DMLM)工艺制造的 IN718, 气雾化粉末的直径范围为  $1 \sim 80 \mu\text{m}$ , 总体平均直径为  $35 \mu\text{m}$ , 以棒材和杆材

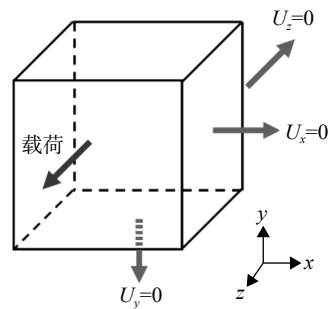


图 1 单个单元有限元模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a single-element finite element model

的形式打印,随后加工成测试样品。准备了 3 种不同方向的 DMLM IN718 样品用于测试。数值模拟结果与试验数据对比见图 2。其中 V、H、D 分别代表沿着垂直于构建方向、平行于构建方向、成 45°构建方向(下文统一使用 V、D、H 表示)。用户自定义材料子程序(user-defined material sub-

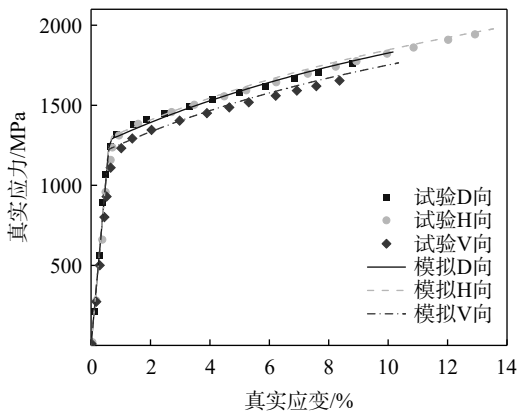


图 2 DMLM IN718 拉伸应力-应变响应<sup>[38]</sup>

Fig. 2 Tensile stress-strain responses of DMLM IN718<sup>[38]</sup>

routine,UMAT)本构模型的材料参数由表 2 所示,数值模拟结果与试验数据基本一致,误差小于 5%,表明所采用的本构模型能够有效描述该材料的方向性力学行为。

表 2 文献 [38] 中 DMLM IN718 的本构模型参数

Table 2 Material Parameters for the DMLM IN718 from Ref. [38]

| 材料参数             | 数值      | 材料参数                | 数值 | 材料参数            | 数值      | 材料参数 | 数值    |
|------------------|---------|---------------------|----|-----------------|---------|------|-------|
| $E/\text{MPa}$   | 205 000 | $\gamma$            | 40 | $\varphi_f$     | 0.000 5 | $H$  | 0.375 |
| $\nu$            | 0.321   | $q_1$               | 0  | $\varphi_n$     | 0.04    | $L$  | 1.5   |
| $Q_0/\text{MPa}$ | 1 290   | $q_2$               | 0  | $\varepsilon_n$ | 0.3     | $M$  | 1.5   |
| $Q/\text{MPa}$   | 500     | $q_3$               | 0  | $s_n$           | 0.1     | $N$  | 1.5   |
| $b$              | 13.5    | $\varphi_0/10^{-5}$ | 1  | $F$             | 0.625   | $n$  | 3     |
| $C/\text{MPa}$   | 800     | $\varphi_c/10^{-4}$ | 1  | $G$             | 0.575   |      |       |

3.3 循环加载的预测

本节中试验数据取自文献 [39]。试验材料使用 EOS INT-M280 系统制备的选区激光熔化(SLM)工艺制造的 IN718,以圆棒的形式打印。数值模拟结果与试验数据对比见图 3 所示。控制轴向应

变为 1% 的循环加载数值模拟结果与试验数据对比见图 4 所示。UMAT 本构模型的材料参数由表 3 所示。图 3 和图 4 展示了 SLM 制备的 IN718 合金在 H 向与 V 向构建方向下的单调拉伸和循环加载响应对比情况,数值模拟结果与试验数据

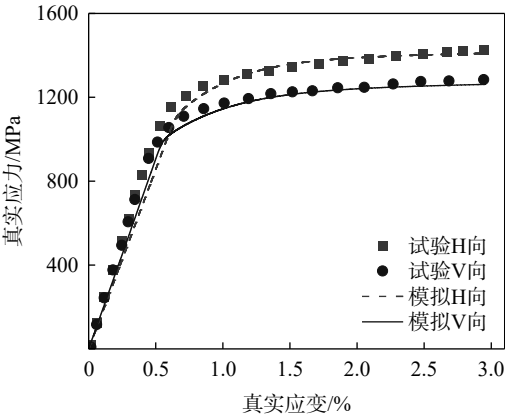


图 3 SLM IN718 拉伸应力-应变响应<sup>[39]</sup>

Fig. 3 Tensile stress-strain responses of SLM IN718<sup>[39]</sup>

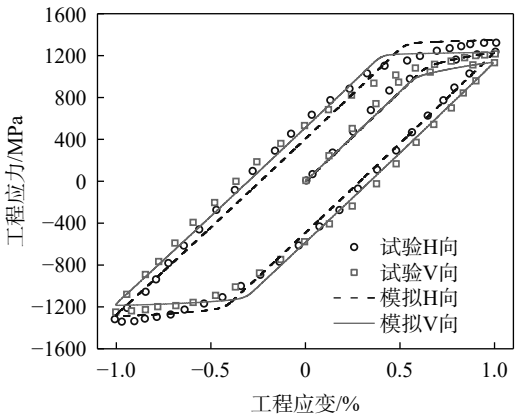


图 4 SLM IN718 循环载荷应力-应变响应<sup>[39]</sup>

Fig. 4 Cyclic stress-strain responses of SLM IN718<sup>[39]</sup>

表 3 文献 [39] 中 SLM IN718 的材料本构模型参数  
Table 3 Material Parameters for the SLM IN718 from Ref. [39]

| 材料参数             | 数值      | 材料参数                | 数值  | 材料参数            | 数值      | 材料参数 | 数值   |
|------------------|---------|---------------------|-----|-----------------|---------|------|------|
| $E/\text{MPa}$   | 180 000 | $\gamma$            | 100 | $\varphi_f$     | 0.000 5 | $H$  | 0.85 |
| $\nu$            | 0.321   | $q_1$               | 0   | $\varphi_n$     | 0.04    | $L$  | 1.5  |
| $Q_0/\text{MPa}$ | 1 030   | $q_2$               | 0   | $\varepsilon_n$ | 0.3     | $M$  | 1.5  |
| $Q/\text{MPa}$   | 250     | $q_3$               | 0   | $s_n$           | 0.1     | $N$  | 1.5  |
| $b$              | 40      | $\varphi_0/10^{-5}$ | 1   | $F$             | 0.4     | $n$  | 3    |
| $C/\text{MPa}$   | 500     | $\varphi_c/10^{-4}$ | 1   | $G$             | 0.5     |      |      |

基本一致, 误差小于 5%, 表明所采用的本构模型能够有效描述该材料的方向性力学行为和循环响应特征。

### 3.4 考虑孔隙演化的单调拉伸预测

试验数据取自于本课题组, 材料与试验已经在文中第 1 章介绍, 数值模拟结果与试验数据对比见图 5 所示孔隙率的演化数值模拟结果与试验数据对比见图 6 所示。UMAT 本构模型的材料参数如表 4 所示。

图 5 和图 6 的对比结果表明, 所采用的模型能够较准确地预测 SLM IN718 合金在不同构建

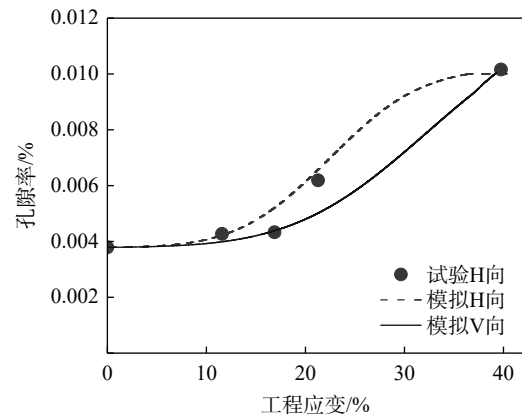
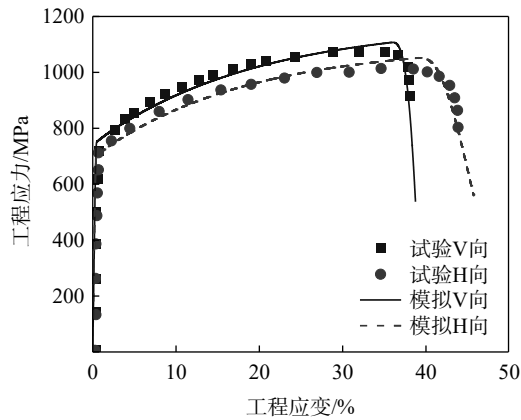
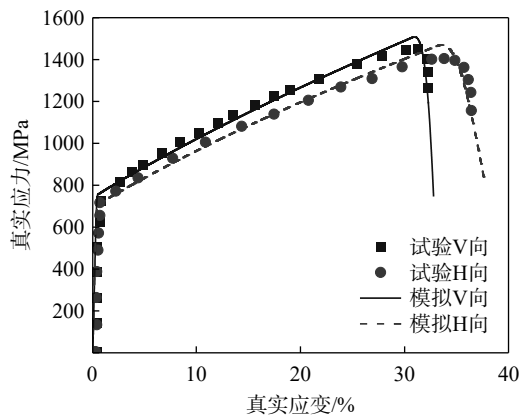


图 6 SLM IN718 合金孔隙率演化

Fig. 6 Evolution of porosity in SLM IN718 alloy



(a) 工程应力-应变曲线



(b) 真实应力-应变曲线

图 5 SLM IN718 拉伸载荷应力应变响应

Fig. 5 Tensile stress-strain responses of SLM IN718

方向(V 与 H)下的拉伸力学响应及孔隙率演化过程。模型不仅成功再现了应力-应变曲线中屈服、软化及断裂前的特征, 还有效捕捉了孔隙率随应变增长的非线性演化趋势, 显示出良好的模拟精度与稳定性, 对于不同构建方向材料延性下降约 15% 的行为能够准确描述。此外, 不同构建方向下力学性能和孔隙演化行为的差异, 进一步验证了增材制造材料的各向异性特征。整体来看, 该模型在描述 SLM 合金的孔隙演化与失效机制方面具有较强的适用性和工程参考价值。

### 3.5 圆棒试样拉伸失效行为模拟

在基于所开发的 UMAT 本构模型, 建立如图 7 的标准试件几何模型。标准试件一端固定一端设置位移控制的拉伸。分别仿真模拟增材制造 IN718 沿着 H 向与 V 向的单调拉伸。H 向的单调拉伸的应力云图、孔隙率云图、等效塑性应变云图如图 8、图 9、图 10 所示。V 向的单调拉伸的应力云图、孔隙率云图、等效塑性应变云图如图 11、图 12、图 13 所示。

通过分析沿 H 向与 V 向的单调拉伸行为进行了数值模拟。结合应力、孔隙率及等效塑性应变演化的数值结果, 可得如下结论:

表 4 SLM IN718 材料参数(课题组)  
Table 4 Material Parameters for the SLM IN718 (research group)

| 材料参数             | 数值      | 材料参数                | 数值   | 材料参数            | 数值        | 材料参数 | 数值  |
|------------------|---------|---------------------|------|-----------------|-----------|------|-----|
| $E/\text{MPa}$   | 205 000 | $\gamma$            | 100  | $\varphi_f$     | 0.000 101 | $H$  | 0.6 |
| $\nu$            | 0.321   | $q_1$               | 1.5  | $\varphi_n$     | 0.04      | $L$  | 1.5 |
| $Q_0/\text{MPa}$ | 710     | $q_2$               | 1    | $\varepsilon_n$ | 0.3       | $M$  | 1.5 |
| $Q/\text{MPa}$   | 400     | $q_3$               | 2.25 | $s_n$           | 0.1       | $N$  | 1.5 |
| $b$              | 5.5     | $\varphi_0/10^{-5}$ | 3.79 | $F$             | 0.341     | $n$  | 3   |
| $C/\text{MPa}$   | 400     | $\varphi_c/10^{-5}$ | 9.30 | $G$             | 0.5       |      |     |

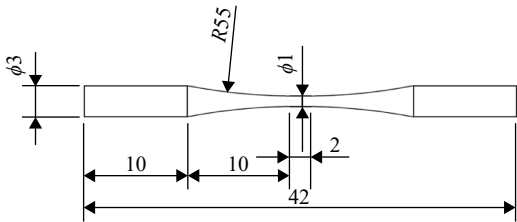


图 7 单调拉伸试样几何模型(单位: mm)  
Fig. 7 Geometric model of the tensile specimen (unit: mm)

1) 加载方向对应力分布与局部应力集中行为具有显著影响。从图 8(H 向)与图 11(V 向)的 Mises 应力云图可以明显看出, 两种加载条件下试样内部的应力分布存在显著差异。在 H 向(水平方向)加载时, 应力集中现象尤为突出。云图

显示, 高应力区域分布狭窄, 局部应力峰值显著较高, 表明载荷主要由截面中有限的区域承担, 极易在该区域达到材料的损伤阈值。这种高度的应力集中是导致 H 向试样过早发生局部失效的关键因素。而在 V 向(垂直方向)加载时, 应力分布则相对均匀。云图表明, 高应力区分布范围更宽, 应力峰值明显低于 H 向加载条件, 局部应力集中效应得到有效缓解, 使得试样中部截面能够更均匀地承担载荷, 从而延缓了局部失效的发生。该应力分布特性的差异与图 14(a)中的平均工程应力-应变曲线相互印证: H 向试样更高的局部应力峰值与其宏观上更高的屈服强度相对应, 而 V 向均匀的应力分布则为其更好的塑性变形能力提

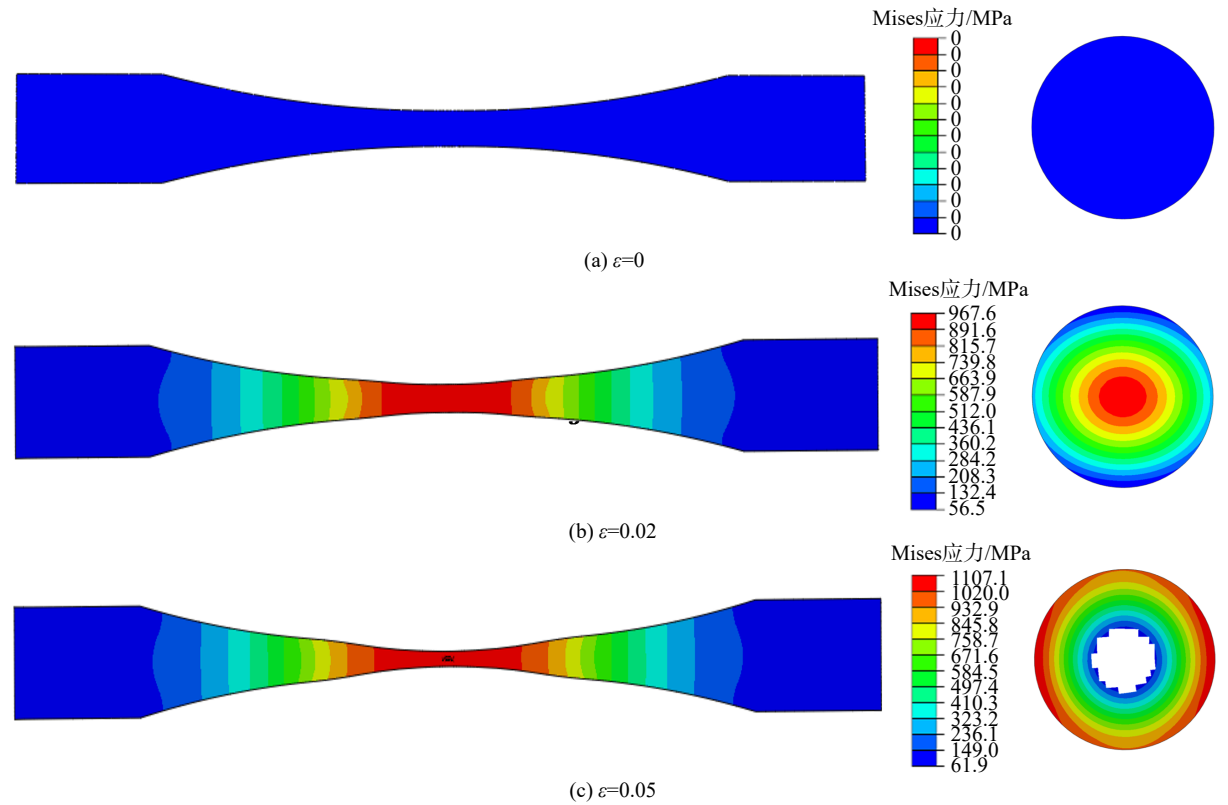


图 8 H 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸 Mises 应力云图  
Fig. 8 Monotonic tensile Mises stress contour map of H-oriented additive IN718 alloy at different stages



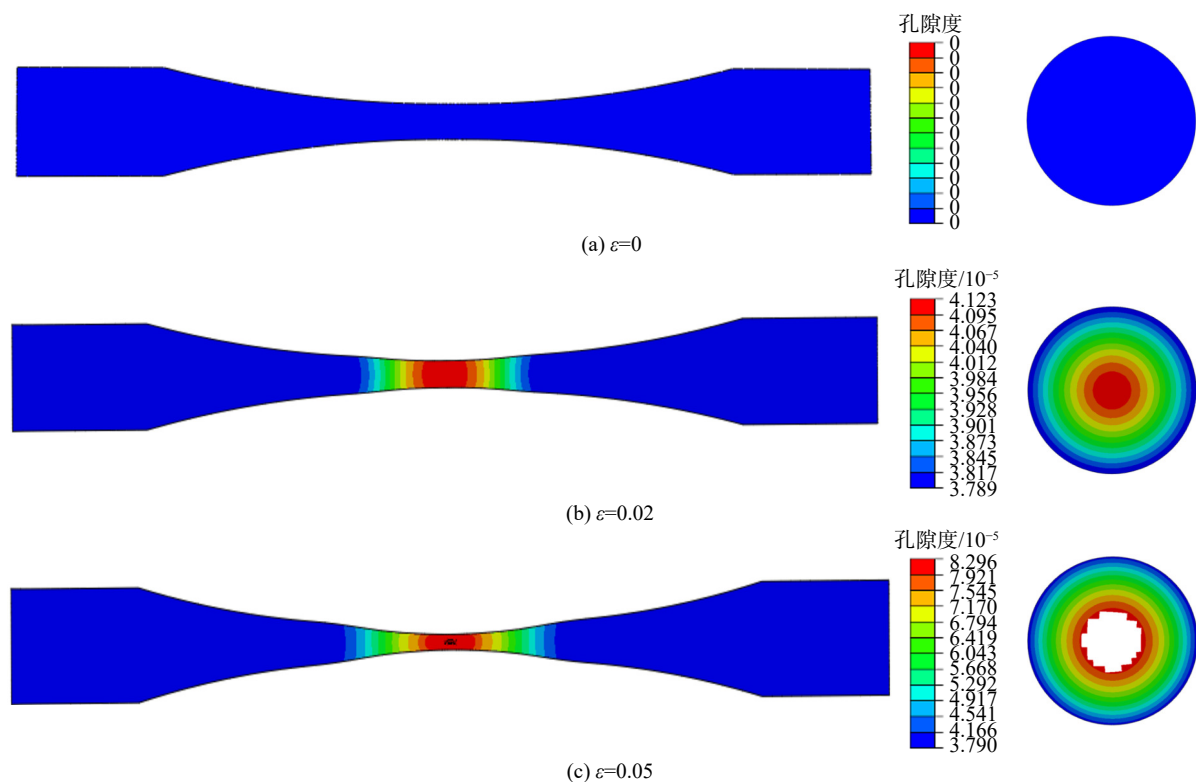


图 9 H 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸孔隙率云图

Fig. 9 Monotonic tensile porosity cloud map of H-oriented additive IN718 alloy at different stages

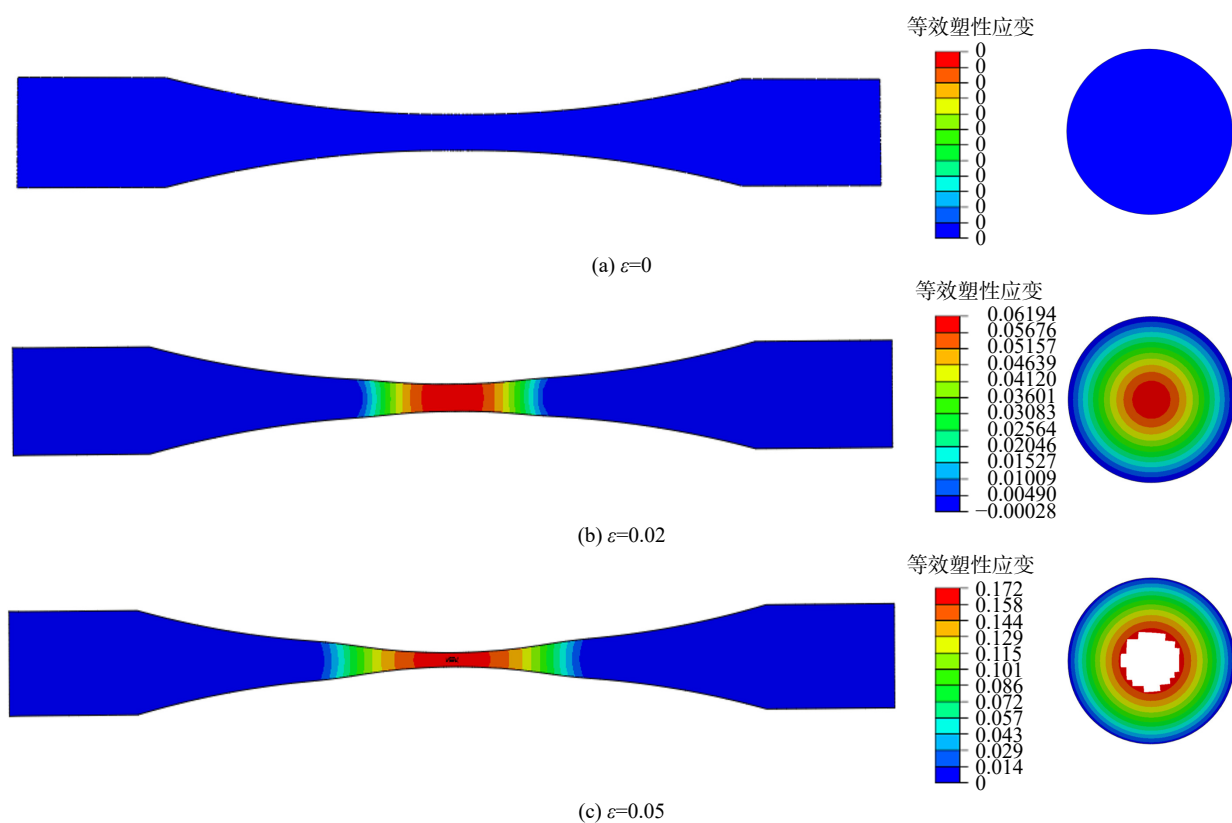


图 10 H 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸等效塑性应变云图

Fig. 10 Monotonic tensile equivalent plastic strain contour map of H-oriented additive IN718 alloy at different stages

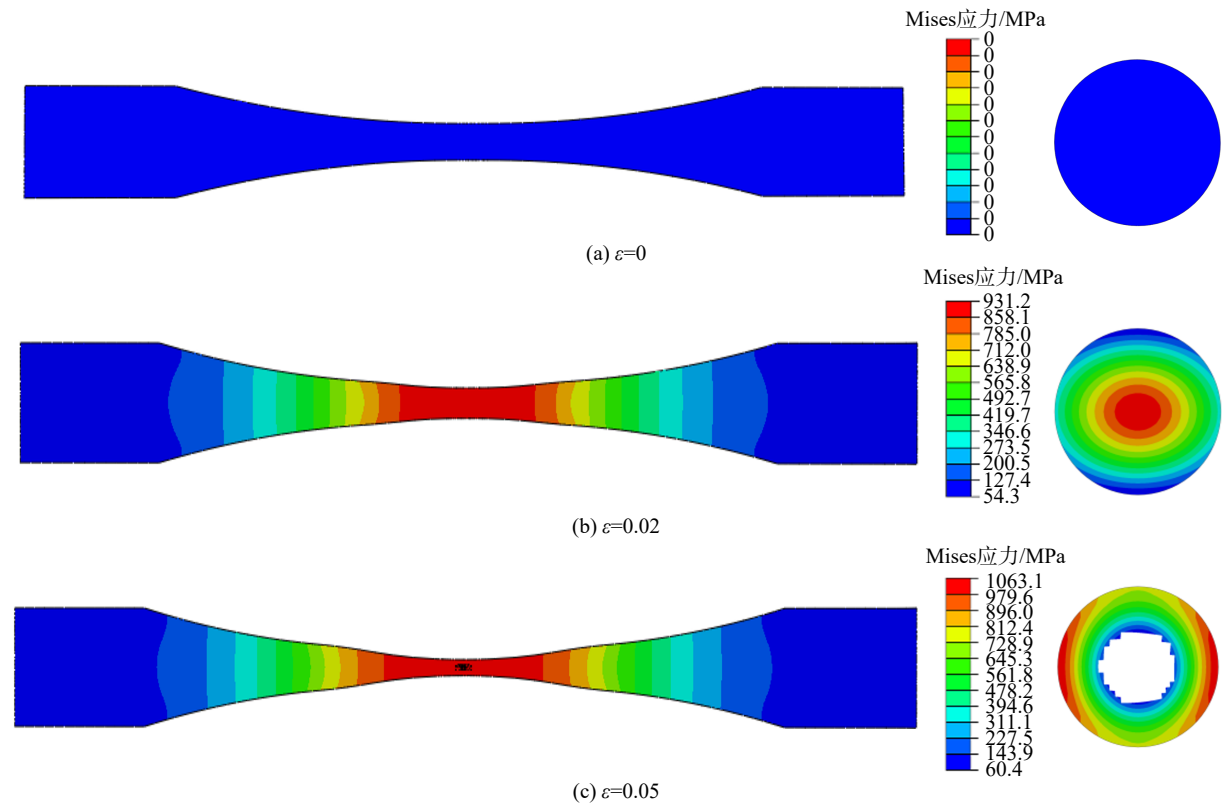


图 11 V 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸 Mises 应力云图

Fig. 11 Monotonic tensile mises stress contour map of V-oriented additive IN718 alloy at different stages

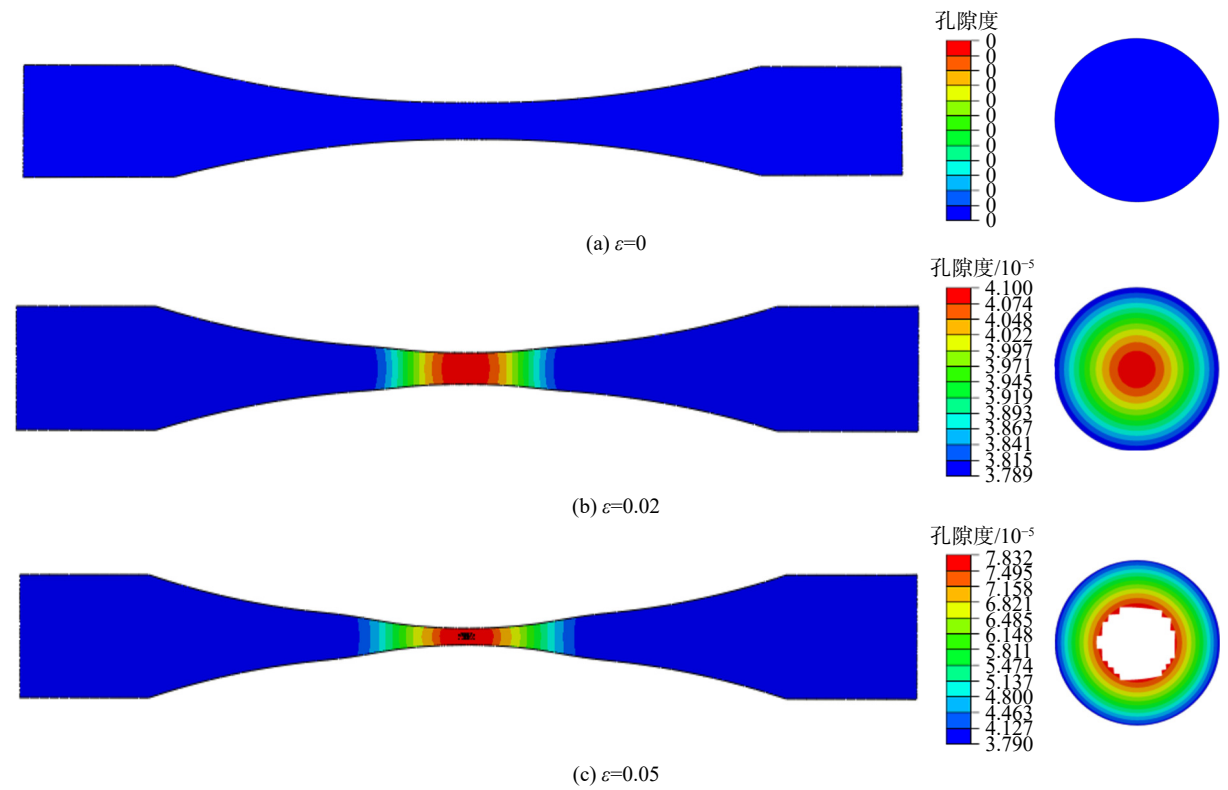


图 12 V 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸孔隙率云图

Fig. 12 Monotonic tensile porosity cloud map of V-oriented additive IN718 alloy at different stages

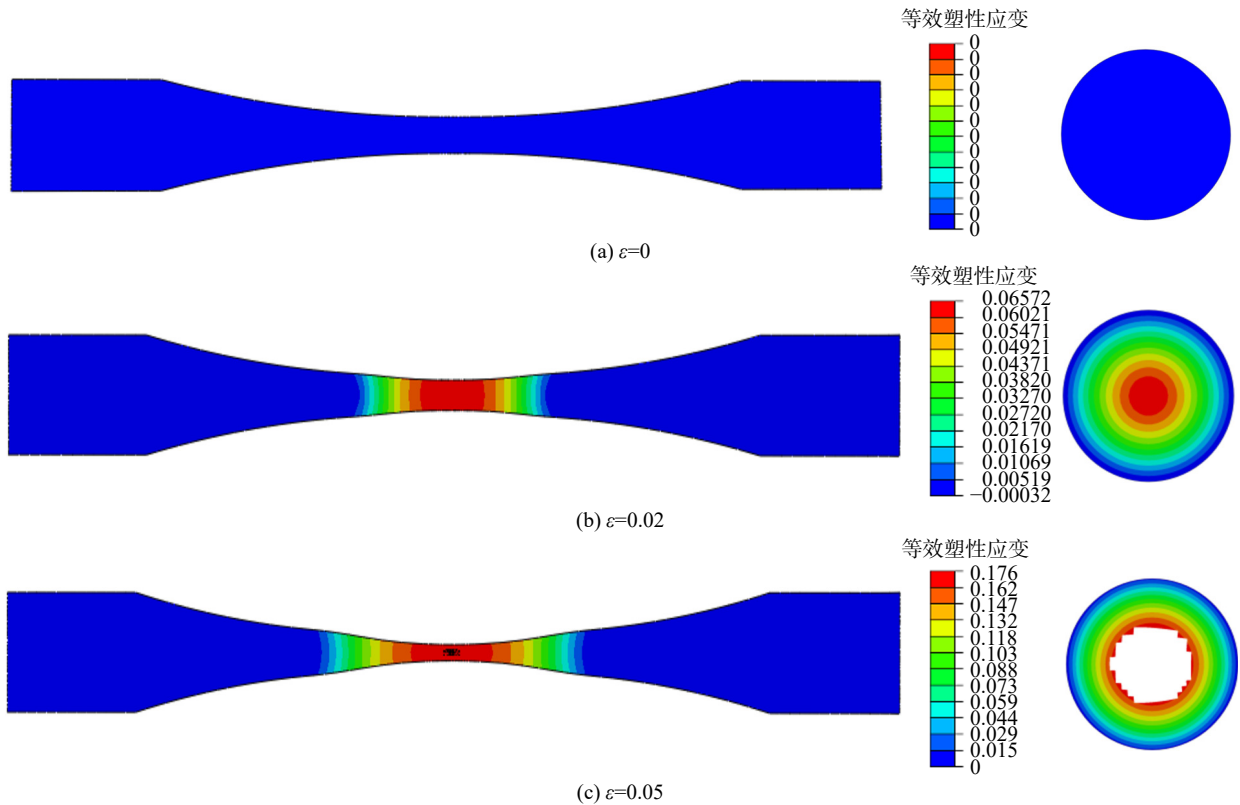


图 13 V 向增材 IN718 合金的单调不同阶段拉伸等效塑性应变云图

Fig. 13 Monotonic tensile equivalent plastic strain contour map of V-oriented additive IN718 alloy at different stages

供了条件。这表明,加载方向通过调控微观应力场的分布,直接影响局部应力集中的严重程度,并决定了材料的失效模式与宏观力学响应。

2) 孔隙演化与局部损伤机制的各向异性特征明显。通过对比图 9 与图 12 可以看出,在相同的拉伸变形阶段,孔隙率演化速率与空间分布在不同加载方向下存在区别。在 H 向加载时,孔隙率在中部最小截面处迅速增加,局部孔隙演化显著,且孔隙扩展区域逐步由中心向周边扩散。局部区域孔隙率达到高值,孔洞不断长大和聚集,诱发宏观损伤。相比之下,在 V 向加载条件下,孔隙率增长明显受抑制,从图 14(b)可以看出在标距段平均孔隙率-应变 V、H 向的变化趋势明显表现出 H 向加载孔隙率快速上升, V 向相对缓慢,孔隙主要局限在初始缺陷区,局部孔隙率较低,扩展区域较窄,局部损伤演化过程相对缓慢。因此, H 向加载下孔隙诱导的局部损伤更易发生并扩展,内部初始孔隙在此方向上对损伤演化的驱动作用更强。产生上述情况的原因主要是在初始阶段受拉伸时,其标距段区域的应力三轴度最高。高的应力三轴度(高静水张力)非常有利于孔隙的形核、长大和聚合。因此,在拉伸初期孔

隙扩展区集中在中部标距段,当应变达到一定程度时,中心区域孔隙长大和连接改变了试样内部的应力分布导致应力重新分布,中心区域的损伤区不再能有效地承载,从而使高应力区逐渐向尚未损伤的、约束相对较强的外围区域移动。在云图上,这就表现为高孔隙率区域从中心向周边的扩散。

3) 等效塑性应变局部化趋势受加载方向调控,呈现出显著的各向异性特征。从图 10(H 向)与图 13(V 向)的等效塑性应变云图可以直观看出,局部塑性变形的分布状态存在差异。在 H 向(水平方向)加载时,塑性变形高度局部化。云图显示,等效塑性应变强烈集中于试样最小截面的颈缩区域,形成显著的应变集中带。这种高度集中的局部化效应导致变形迅速加剧,并最终在该区域引发失稳,导致材料过早地失去承载能力。该现象与图 14(a)中 H 向曲线强度高但断裂应变低,以及图 14(b)中其孔隙率快速上升的定量结果完全一致。在 V 向(垂直方向)加载时,塑性变形分布更为均匀和分散。云图显示,等效塑性应变在试样标距段中部区域广泛分布,而非集中于某一狭窄带,表明其局部化效应显著减弱。这种

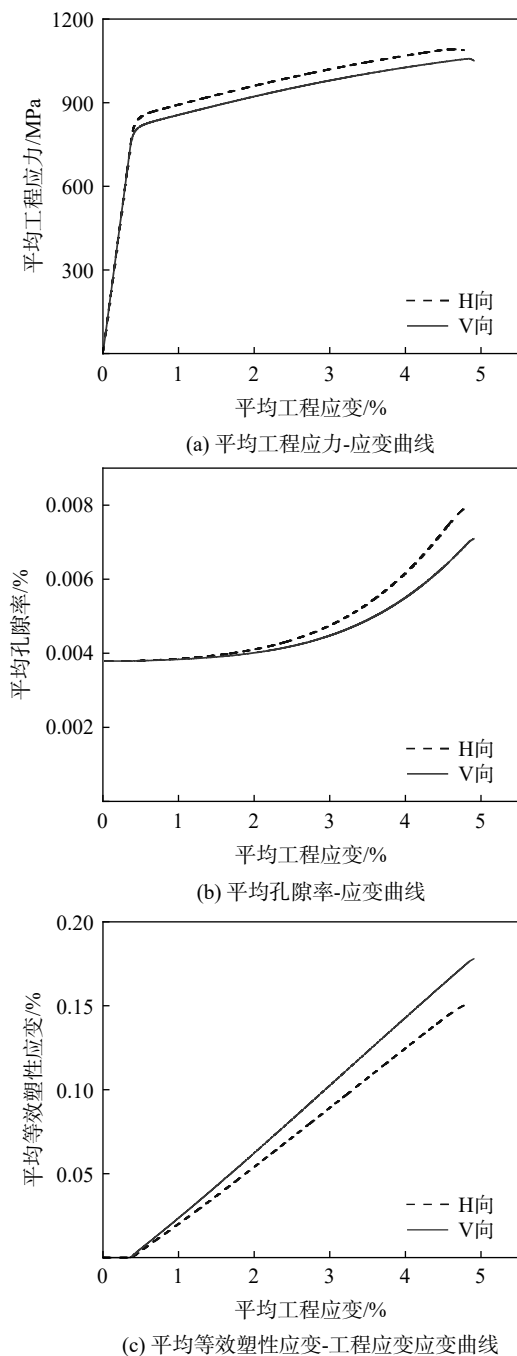


图 14 拉伸试样标距段平均应力、孔隙率、等效塑性应变响应

Fig. 14 Average stress, porosity, and equivalent plastic strain responses in the gauge section of the tensile specimen

分布模式允许材料在更大体积内协调塑性变形,从而使塑性变形能力得到更充分的释放。这一定性观察得到了图 14(c)的定量支持:V 向试样的平均等效塑性应变始终高于 H 向试样,证实了其整体塑性变形能力更优。同时,图 14(b)显示 V 向孔隙率增长更为平缓,也与其均匀变形的能力相匹配。

综上所述,加载方向通过影响塑性应变的分

布模式,决定了材料的失效行为。沿 H 向加载促进了变形的局部化集中,加速了颈缩与损伤演化;而沿 V 向加载则有利于变形的均匀分布,从而释放了更高的塑性潜能,表现出更优的延性。

## 4 结 论

本文基于混合硬化模型、GTN 本构模型以及 Hill 各向异性屈服准则,建立了耦合孔隙演化与各向异性屈服行为的增材制造高温合金宏观统一本构模型。主要结论如下:

1) 所构建的耦合本构模型具有良好的普适性与适应性,能够有效描述增材制造金属材料在多种加载路径(包括单调拉伸、循环加载及孔隙演化)下的复杂力学响应行为。通过与试验数据的对比,数值模拟结果在应力-应变关系以及孔隙演化趋势等方面均表现出高度一致性,验证了该本构框架在建模增材制造合金复杂力学行为方面的准确性与广泛适用性。

2) 针对增材制造合金中显著的各向异性与孔隙特征,本研究基于 Hill 准则系统地量化了沉积构建方向对屈服行为的主导影响,同时,引入耦合孔隙率演化的本构模型,考虑应力三轴性和等效塑性应变对孔隙扩展行为的耦合效应,成功刻画了微观孔隙缺陷在塑性流动过程中的主导作用及其对孔隙累积和失效演化的临界控制作用。模型预测结果与试验数据高度一致,验证了该方法在评估增材制造金属构件服役性能与损伤容限方面的有效性与适用性。

3) 混合硬化模型成功捕捉到由包辛格效应主导的非对称循环响应特性。模型在应力滞回曲线的起伏演化、滞回环张开程度以及循环软化或硬化趋势上与试验结果保持良好一致,能够准确反映材料在加载与反加载过程中屈服面移动与扩展的综合效应。同时,模型有效表征了构建方向对循环响应的影响,验证了其在描述增材制造合金复杂循环行为中的适用性与预测能力。

## 参考文献:

- [1] 王华明. 高性能大型金属构件激光增材制造:若干材料基础问题[J]. 航空学报, 2014, 35(10): 2690-2698.  
WANG Huaming. Materials' fundamental issues of laser additive manufacturing for high-performance large metallic components[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(10): 2690-2698. (in Chinese)
- [2] 任永明, 林鑫, 黄卫东. 增材制造 Ti-6Al-4V 合金组织及疲劳性能研究进展[J]. 稀有金属材料与工程, 2017, 46(10): 3160-3168.

- REN Yongming, LIN Xin, HUANG Weidong. Research progress of microstructure and fatigue behavior in additive manufacturing Ti-6Al-4V alloy[J]. *Rare Metal Materials and Engineering*, 2017, 46(10): 3160-3168. (in Chinese)
- [3] YADOLLAHI A, SHAMSAEI N. Additive manufacturing of fatigue resistant materials: challenges and opportunities[J]. *International Journal of Fatigue*, 2017, 98: 14-31.
- [4] LIU Shunyu, SHIN Y C. Additive manufacturing of Ti<sub>6</sub>Al<sub>4</sub>V alloy: a review[J]. *Materials and Design*, 2019, 164: 107552.
- [5] CHANG Huibin, LIU Qihan, ZIMMERMAN J F, et al. Recreating the heart's helical structure-function relationship with focused rotary jet spinning[J]. *Science*, 2022, 377(6602): 180-185.
- [6] 胡殿印, 潘锦超, 米栋, 等. 航空发动机增材制造结构强度、寿命评估与设计: 研究现状及展望[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(10): 2112-2126.
- HU Dianyin, PAN Jinchao, MI Dong, et al. Strength and lifetime assessment and design for additive manufacturing structures in aero-engine: review and prospects[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(10): 2112-2126. (in Chinese)
- [7] 奥妮, 何子昂, 吴圣川, 等. 激光增材制造 AlSi<sub>10</sub>Mg 合金的力学性能研究进展[J]. *焊接学报*, 2022, 43(9): 1-19, 113.
- AO Ni, HE Ziang, WU Shengchuan, et al. Recent progress on the mechanical properties of laser additive manufacturing AlSi<sub>10</sub>Mg alloy[J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2022, 43(9): 1-19, 113. (in Chinese)
- [8] ZHANG X X, ANDRÁ H, HARJO S, et al. Quantifying internal strains, stresses, and dislocation density in additively manufactured AlSi<sub>10</sub>Mg during loading-unloading-reloading deformation[J]. *Materials & Design*, 2021, 198: 109339.
- [9] CHEN Shujun, XU Min, YUAN Tao, et al. Thermal-microstructural analysis of the mechanism of liquation cracks in wire-arc additive manufacturing of Al-Zn-Mg-Cu alloy[J]. *Journal of Materials Research and Technology*, 2022, 16: 1260-1271.
- [10] KOU S. *Welding metallurgy*[M]. New York, US: Wiley, 2002.
- [11] 李坤, 左春林, 廖若冰, 等. 增材制造铝合金残余应力研究现状及展望[J]. *航空学报*, 2024, 45(12): 029380.
- LI Kun, ZUO Chunlin, LIAO Ruobing, et al. Current status and prospects of research on residual stress in additive manufacturing of Al alloys[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, 45(12): 029380. (in Chinese)
- [12] SNELL R, TAMMAS-WILLIAMS S, CHECHIK L, et al. Methods for rapid pore classification in metal additive manufacturing[J]. *Journal of Metals*, 2020, 72(1): 101-109.
- [13] KIES F, WILMS M B, PIRCH N, et al. Defect formation and prevention in directed energy deposition of high-manganese steels and the effect on mechanical properties[J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, 772: 138688.
- [14] CUNNINGHAM R, ZHAO Cang, PARAB N, et al. Keyhole threshold and morphology in laser melting revealed by ultrahigh-speed X-ray imaging[J]. *Science*, 2019, 363(6429): 849-852.
- [15] ZHAO Cang, PARAB N D, LI Xuxiao, et al. Critical instability at moving keyhole tip generates porosity in laser melting[J]. *Science*, 2020, 370(6520): 1080-1086.
- [16] CHLEBUS E, GRUBER K, KUŹNICKA B, et al. Effect of heat treatment on the microstructure and mechanical properties of Inconel 718 processed by selective laser melting[J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, 639: 647-655.
- [17] PAUL C P, GANESH P, MISHRA S K, et al. Investigating laser rapid manufacturing for Inconel-625 components[J]. *Optics and Laser Technology*, 2007, 39(4): 800-805.
- [18] LIN Y C, WEN Dongxu, DENG Jiao, et al. Constitutive models for high-temperature flow behaviors of a Ni-based superalloy[J]. *Materials and Design*, 2014, 59: 115-123.
- [19] CHEONG K S, BUSO E P. Discrete dislocation density modelling of single phase FCC polycrystal aggregates[J]. *Acta Materialia*, 2004, 52(19): 5665-5675.
- [20] HAO Su, LIU W K, MORAN B, et al. Multi-scale constitutive model and computational framework for the design of ultra-high strength, high toughness steels[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193(17/18/19/20): 1865-1908.
- [21] JANG D P, FAZILY P, YOON J W. Machine learning-based constitutive model for J2-plasticity[J]. *International Journal of Plasticity*, 2021, 138: 102919.
- [22] RG PRASAD M, BISWAS A, GEENEN K, et al. Influence of pore characteristics on anisotropic mechanical behavior of laser powder bed fusion-manufactured metal by micromechanical modeling[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2020, 22(12): 2000641.
- [23] WU Jiaojiao, LIU Wenqi, VAJRAGUPTA N, et al. A numerical investigation on the effects of porosity on the plastic anisotropy of additive manufactured stainless steel with various crystallographic textures[C]//Proceedings of International ESAFORM Conference on Material Forming. Liège, Belgium: ULiège Library, 2021: 4308.
- [24] 李昂, 赵秋雨, 韩琦男, 等. 增材制造 GH4169 高温合金微动疲劳性能及寿命预测[J]. *航空动力学报*, 2025, 40(11): 20240577.
- LI Ang, ZHAO Qiuyu, HAN Qinan, et al. Fretting fatigue properties and life prediction of additively manufactured GH4169 superalloys[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2025, 40(11): 20240577. (in Chinese)
- [25] 胡殿印, 王涛, 杜俊良, 等. GH2787 压气机叶片激光-喷丸复合强化疲劳强度提升方法[J]. *航空动力学报*, 2025, 40(6): 20240017.
- HU Dianyin, WANG Tao, DU Junliang, et al. Coupled laser-shot peening for fatigue strength enhancement method on GH2787 compressor blade[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2025, 40(6): 20240017. (in Chinese)
- [26] 孙传文, 孙锐, 李伟. 增材制造及固溶时效处理 Inconel 718 疲劳性能与寿命预测[J]. *航空动力学报*, 2025, 40(11): 20240570.
- SUN Chuanwen, SUN Rui, LI Wei. Fatigue properties and life prediction of additively manufactured and solution aged Inconel 718[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2025, 40(11): 20240570. (in Chinese)
- [27] 张小伟. 金属增材制造技术在航空发动机领域的应用[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(1): 10-16.
- ZHANG Xiaowei. Application of metal additive manufacturing in aero-engine[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(1): 10-16. (in Chinese)
- [28] 石多奇, 隋天校, 范永升, 等. 粘塑性本构模型材料参数识别的降维优化方法及其应用[J]. *推进技术*, 2022, 43(12): 210447.
- SHI Duoqi, SUI Tianxiao, FAN Yongsheng, et al. Dimensionality reduction optimization method about material parameter identification of viscoplastic constitutive models and its application[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(12): 210447. (in Chinese)
- [29] 隋天校, 石多奇, 杨秦政, 等. 晶体塑性本构模型材料参数识别方法研究[J]. *推进技术*, 2023, 44(3): 210593.
- SUI Tianxiao, SHI Duoqi, YANG Qinzheng, et al. Study on material parameter identification method of crystal plastic constitutive



- model[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2023, 44(3): 210593. (in Chinese)
- [30] 张雨曼, 石多奇, 隋天校, 等. 变载条件下镍基单晶合金蠕变本构建模方法[J]. *推进技术*, 2022, 43(2): 210243.  
ZHANG Yuman, SHI Duoqi, SUI Tianxiao, et al. Creep constitutive modeling of nickel-base single crystal superalloy under varying loading[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(2): 210243. (in Chinese)
- [31] GURSON A L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I: yield criteria and flow rules for porous ductile media[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1977, 99(1): 2-15.
- [32] TVERGAARD V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions[J]. *International Journal of Fracture*, 1981, 17(4): 389-407.
- [33] TVERGAARD V. On localization in ductile materials containing spherical voids[J]. *International Journal of Fracture*, 1982, 18(4): 237-252.
- [34] TVERGAARD V, NEEDLEMAN A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar[J]. *Acta Metallurgica*, 1984, 32(1): 157-169.
- [35] HILL R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1948, 193(1033): 281-297.
- [36] ZIEGLER H. A modification of PRAGER'S hardening rule[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1959, 17(1): 55-65.
- [37] YIN Yue, QIN Wenjia, MA Tao, et al. A cyclic GTN model for ultra-low cycle fatigue analysis of structural steels[J]. *International Journal of Fatigue*, 2023, 177: 107946.
- [38] GHORBANPOUR S, ALAM M E, FERRERI N C, et al. Experimental characterization and crystal plasticity modeling of anisotropy, tension-compression asymmetry, and texture evolution of additively manufactured Inconel 718 at room and elevated temperatures[J]. *International Journal of Plasticity*, 2020, 125: 63-79.
- [39] JIN Shengzhe, SUN Jingyu, YUAN Huang. Anisotropic cyclic plasticity modeling for additively manufactured nickel-based superalloys[J]. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2022, 45(8): 2371-2387.

(编辑: 王碧珺)