

考虑啮合齿表面形貌影响的花键连接 结构动力学特性

刘 勇¹, 王 然¹, 王大伟¹, 何文博², 闫方超³

- (1. 中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300;
2. 中国民航大学 安全科学与工程学院, 天津 300300;
3. 天津布尔科技有限公司, 天津 300392)

摘 要: 为提高航空发动机花键连接转子动力学建模的准确性, 研究齿面的表面粗糙度对结构动力学特性的影响机制。建立含粗糙表面的花键单对齿啮合仿真模型, 揭示法向与切向啮合刚度随位移载荷的变化规律; 提出基于虚拟材料法的花键连接结构动力学建模方法, 构建考虑表面形貌的整体有限元模型。结果表明: 齿面的表面粗糙度降低可提升接触应力分布的均匀性与接触刚度, 高表面粗糙度则导致接触面积损失并引发齿根滑移损伤; 表面粗糙度通过刚度软化效应降低系统固有频率并增大振动响应, 其中一阶固有频率对表面状态最为敏感, 具体影响程度分别约为7%与11.8%; 扭矩载荷通过改善接触状态可部分抵消表面粗糙度的负面效应。构建的跨尺度分析框架阐明了微观形貌对局部接触行为与整体动力学响应的影响规律, 为花键连接转子性能预测与制造工艺优化提供理论依据。

关 键 词: 航空发动机; 花键; 粗糙表面; 接触力学; 动力学; 有限元分析

中图分类号: V232.2

文献标志码: A

Dynamic characteristics of spline couplings considering the influence of tooth surface topography

Liu Yong¹, Wang Ran¹, Wang Dawei¹, He Wenbo², Yan Fangchao³

- (1. College of Aeronautical Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. College of Safety Science and Engineering,
Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
3. Tianjin Bool Technology Company Limited, Tianjin 300392, China)

Abstract: To improve the accuracy of dynamic modeling for aeroengine spline connected rotors, the influence mechanism of tooth surface roughness on structural dynamic characteristics was investigated. A simulation model of single-tooth-pair engagement with rough surfaces was established to reveal the evolution of normal and tangential meshing stiffness with displacement loads. A dynamic modeling method based on the virtual material method was proposed, and a finite element model of the overall structure considering surface topography was constructed. Results showed that lower surface roughness improved the uniformity of contact stress distribution and contact stiffness, whereas higher surface roughness caused contact area loss and induced tooth root slip damage. Roughness reduced the natural

收稿日期: 2025-09-30

基金项目: 天津市自然科学基金联合基金(24JCYBJC00130); 中央高校基本科研业务费中国民航大学专项(3122024033);

天津市技术创新引导专项(基金)——企业科技特派员项目(23YDTPJC00380)

作者简介: 刘勇(1989—), 男, 讲师, 博士, 研究方向为粗糙表面接触力学、连接结构动力学、航空发动机结构安全性设计与适航审定技术。

E-mail: liuyongyb@126.com

引用格式: 刘勇, 王然, 王大伟, 等. 考虑啮合齿表面形貌影响的花键连接结构动力学特性[J]. 航空动力学报, 2027, 42(1): 20250448. Liu Yong, Wang Ran, Wang Dawei, et al. Dynamic characteristics of spline couplings considering the influence of tooth surface topography[J]. Journal of Aerospace Power, 2027, 42(1): 20250448.

frequency and increased the vibration response through stiffness softening, with the first natural frequency being the most sensitive to surface conditions. The specific influence was about 7% on the first natural frequency and 11.8% on the radial vibration amplitude. In contrast, torque loading partially offset the negative effect of surface roughness by improving the contact state. The established cross-scale analysis framework clarified the influence of micro-topography on local contact behavior and global dynamic response, providing theoretical support for performance prediction and manufacturing process optimization of aeroengine spline connected rotors.

Keywords: aeroengine; spline; rough surface; contact mechanics; dynamics; finite element analysis

花键连接结构(套齿联轴器)是航空发动机转子系统的常用连接部件,它通过内外齿啮合传递扭矩、弯矩及轴向力,具有承载能力强、定心精度高、结构紧凑等优势^[1-2],广泛用于现代民航发动机的高压涡轮、低压风扇轴等关键部位,对发动机转子系统的临界转速、振动模态及稳定性^[3-4]等动力学特性具有重要影响。

早在 20 世纪 70 年代,花键连接结构就开始引起学术界和工业界的兴趣,重点关注花键连接结构的接触状态、载荷分布、扭转变形和摩擦磨损等非线性行为,例如,Williams 和 Trent^[5]研究了花键库仑摩擦激励在超临界转速下引发的转子有界非同步涡动现象。Barrot 等^[6]通过一种扩展模型分析研究了花键轴向压力分布。Hong 等^[7-8]研究了复杂载荷条件、不对中和加工误差对花键结合面力学性能的影响规律。Yu 等^[9-10]通过建立花键齿完整啮合解析模型与迟滞接触滑移动力学模型,揭示了齿面法向-切向耦合作用诱发花键刚度软化、阻尼强化的非线性机制。蒋科等^[11]通过建立柔性花键刚度、阻尼评估参数与非线性有限元模型,研究了摩擦因数、扭矩、齿宽对刚度与阻尼特性的差异化影响规律。然而,这些研究大多基于理想化的光滑接触表面,没有考虑工作表面形貌特征的影响。众所周知,机械加工表面都存在一定的表面粗糙度,完全光滑的机械加工表面不存在,并且已有研究表明,粗糙表面形貌对接触压力的大小和分布、实际接触面积、接触刚度、接触阻尼等界面接触力学特性有重要影响,如 Xie 等^[12]通过分子动力学模拟证实表面形貌对粗糙表面的接触特性有重要影响。Sun 等^[13]通过构建集成了真实粗糙表面形貌的确定性啮合模型,揭示了粗糙表面形貌对接触阻尼的影响规律。所以在研究花键连接结构动力学特性时,必须考虑粗糙表面形貌的影响。

在考虑齿面形貌的花键连接结构研究中,Cuffaro 等^[14]通过对花键齿服役前后表面粗糙度参数进行试验分析与方差检验,探讨了其作为微动损伤表征因子的可行性。Qureshi 等^[15]通过专用试验台研究了扭矩-不对中耦合作用下花键表面粗糙度演化的对称响应规律。Xue 等^[16]通过建立基于分形理论的接触模型,揭示了分形维数、材料参数对接触特性的协同作用机制。以上研究很好地促进了花键连接结构动力学的发展,进一步明晰了工作齿面形貌特征对啮合齿力学性能的影响规律。但是,以上研究局限于对啮合齿接触界面力学性能的分析,并没有将所得结论运用到花键连接结构的宏观结构动力学建模中,无法对花键连接结构的优化设计起到直接支撑作用。

在含花键连接结构的转子动力学研究中,如何考虑花键连接结构的影响成为学者们关注的重点。Marmol 等^[17]将花键等效为均匀刚度的轴段。Wu 等^[18]忽略啮合齿的影响,采用双梁简化刚度模型代替花键连接结构。Zhang 等^[19]忽略花键连接结构啮合界面的影响,通过三维有限元方法计算刚度损失。Yu 等^[9]也未考虑啮合齿表面形貌的影响,提出了一种花键联轴器非线性滞回特性分析模型。蒋科等^[20]通过在花键啮合点引入接触-摩擦模型与数值迭代法,提出一种非线性刚度建模方法。以上研究,有的对花键连接结构进行线性化处理,采用线刚度和角刚度进行等效替代,有的虽然考虑了啮合刚度的影响,但是未能将啮合齿面形貌特征纳入考虑范围。究其原因,考虑啮合齿面微观形貌影响的花键连接结构动力学研究中,涉及从微纳尺度的粗糙表面接触力学到宏观结构动力学的尺度跨越,如果在动力学有限元模型中考虑啮合表面的微观形貌,节点和单元数量将呈几何倍数的增长,以致计算负担过重,仿真计算无法进行。虚拟材料法是一种用等效材料

层代替粗糙接触界面对结构动力学特性进行建模的方法,该方法将粗糙表面形貌对力学性能的影响以材料参数的方式体现出来,在宏观结构的动力学建模中通过添加虚拟材料层实现对微观形貌影响因素的考虑,使得在宏观结构的动力学分析中考虑接触界面微观形貌的影响成为可能,是一种高效的建模方法。Huang等^[21]通过虚拟材料法构建等效刚度接触单元实现中心杆紧固转子动力学建模。Wang等^[22]提出基于接触力学试验的分区加权虚拟材料法等效建模框架。Li等^[23]建立了基于虚拟材料法的螺栓接合面等效薄层模型。然而,将虚拟材料运用于花键连接结构动力学的研究较少。王永亮等^[24]通过基于薄层单元的虚拟材料法提出花键接触刚度识别技术,但是他将整个环形啮合齿结构用虚拟材料代替,导致计算精度上还有较大提升空间。

本文基于虚拟材料法,提出一种考虑啮合齿表面形貌影响的花键连接结构动力学建模方法,基于该模型分析了啮合齿表面形貌对花键连接结

构动力学特性的影响规律。本文模型为考虑啮合齿表面形貌影响的花键连接结构动力学建模提供了新的参考,也为考虑花键连接结构的航空发动机非连续转子动力学建模提供了借鉴,所得结论能够为花键连接结构的工艺改进、设计优化提供理论支撑。

1 花键单对齿啮合刚度仿真模型

花键连接结构由齿数相同的外花键和内花键组成,如图1所示,齿形通常为渐开线。工作扭矩通过轮齿啮合传递。一个预紧螺母用于轴向锁紧组件并在风扇与涡轮转子间传递轴向力。当涡轮产生巨大扭矩时,内外花键齿面接触并压紧。此时,若转子轴因振动、起飞、着陆或其他机动动作产生的激励而弯曲,啮合齿的载荷分布将发生变化,进而产生反作用力与反作用力矩以平衡外部施加的剪切力和弯矩。由于啮合齿的接触状态随外载荷变化,花键联轴器各齿的啮合刚度本质上是非线性的,进而影响转子系统动力学特性。

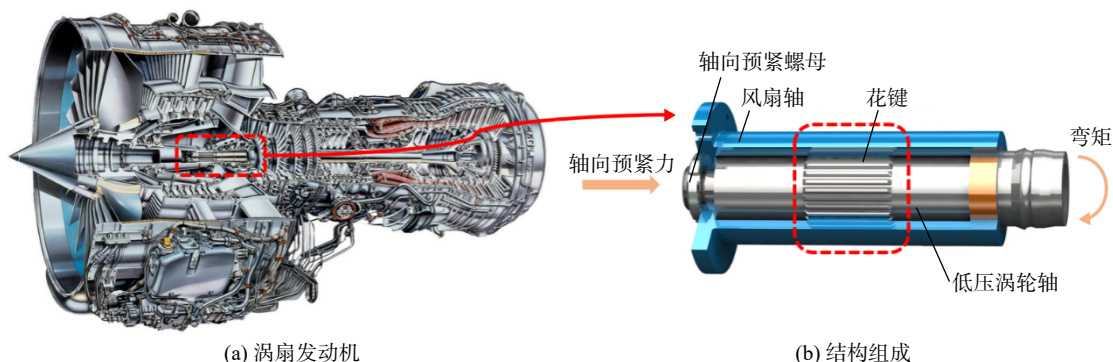


图1 花键连接结构

Fig. 1 Spline connection structure

1.1 假设

考虑到花键齿的复杂接触状态,为建立航空发动机花键单对齿啮合的接触力学模型,基于粗糙表面接触力学理论,提出以下基本假设:

- 1) 花键齿面微观形貌等效为各向同性高斯粗糙表面^[12-25],其微凸体高度服从正态分布,曲率半径符合统计规律^[26]。
- 2) 忽略微凸体间的相互作用及弹塑性强化效应^[27],将单对齿接触简化为等效粗糙弹性体与理想刚性平面的接触^[28]。
- 3) 忽略摩擦热效应及润滑影响^[29],假设花键副在干摩擦条件下工作。
- 4) 单齿变形远大于轴体变形,因此忽略轴段

柔性^[10],仅聚焦齿体弹性响应。仅考虑驱动侧齿面承载,非工作侧因周向间隙不参与接触^[30]。

1.2 花键单对齿建模

考虑到渐开线花键连接结构常采用齿形定心方式,载荷沿接触线分布,而将载荷视为单个集中力的简化模型难以精确反映实际接触状态和应力分布。因此,本文基于精确测量的三维表面形貌重构粗糙齿面模型,对花键单对齿进行受力分析,得到接触界面的法向啮合刚度和切向啮合刚度。而曲面形貌对啮合刚度有重要影响,因此,首先采用激光共聚焦显微镜(Olympus 4100,水平分辨率为120 nm,垂直分辨率为1 nm)对外花键齿面进行三维形貌测量,获得的啮合齿表面微观

形貌如图 2 所示, 表面粗糙度 R_a (统计参数算术平均偏差) 为 $3.12 \mu\text{m}$ 。由图 2(a) 可知, 该表面形貌呈现出显著的随机统计特性, 因此本文基于 COMSOL Multiphysics 软件平台采用基于空间频率分解的表面重构方法对该表面进行数字化重构^[31]。

粗糙表面形貌函数 $f(x, y)$ 可以看作由许多基波组成^[31]:

$$f(x, y) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \{a(m, n) \cdot \cos[2\pi(mx + ny) + \phi(m, n)]\} \quad (1)$$

$$a(m, n) = \frac{g(m, n)}{(m^2 + n^2)^{\frac{\beta}{2}}} \quad (2)$$

式中 x 和 y 是空间坐标; m 和 n 是空间频率; $a(m, n)$ 是振幅; $\phi(m, n)$ 是相位角; $g(m, n)$ 是具有高斯分布的随机函数; β 是谱指数表示高频衰减的快慢; 2π 是函数的周期。在相同面积的正方形上, 图 3 分别是不同周期或不同振幅谱指数 β 下生成的表面形貌。生成 $R_a=3.12 \mu\text{m}$ 的单个齿粗糙齿面模型如图 2(b) 所示。

将带齿面形貌的单对齿模型导入 ANSYS Workbench 平台, 构建边界条件如图 4 所示的单对齿啮合有限元模型。模型的关键几何参数(如模数、压力角等)与材料参数(弹性模量、泊松比)详见表 1。整体结构采用高阶四面体单元 SOLID187 进行网格离散化, 全局网格尺寸设置为 0.2 mm , 并在齿面接触区域实施局部加密, 加密网格

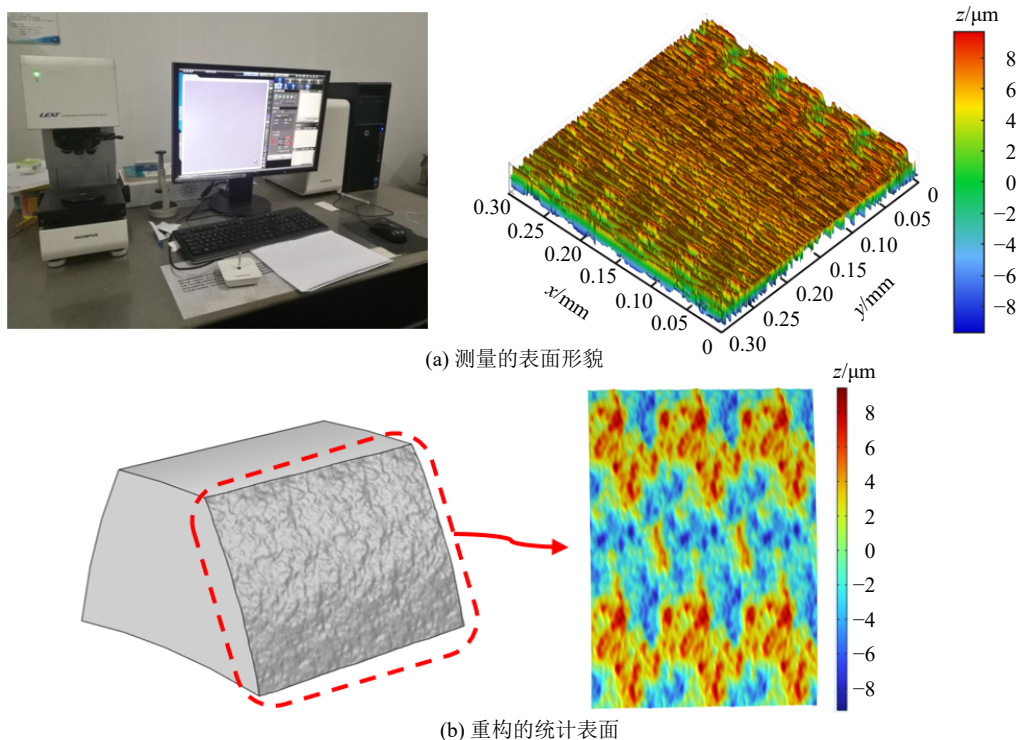


图 2 外花键齿面形貌测量与重构

Fig. 2 Measurement and reconstruction of the surface topography of external splines

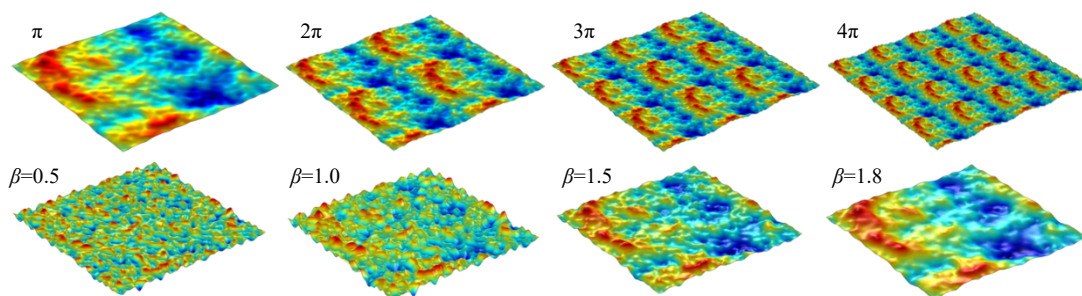


图 3 周期和振幅谱指数对表面形貌的影响

Fig. 3 Influence of period and amplitude spectrum index on surface topography

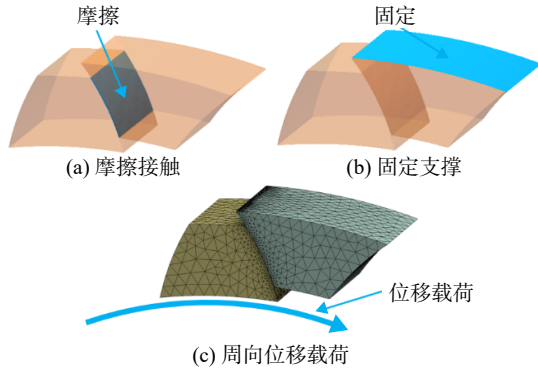


图 4 单对齿边界条件

Fig. 4 Single tooth boundary conditions

表 1 花键的结构参数和材料参数

Table 1 Structural parameters and material parameters of the spline

参数	数值	
	内花键	外花键
模数/mm	1	1
齿数	18	18
压力角/(°)	30	30
齿宽/mm	2	2
大径/mm	19.5	19
小径/mm	17	16.5
泊松比	0.3	
弹性模量/GPa	205	

尺寸为 0.03 mm。工作界面采用面与面接触对: 定义粗糙外花键齿面为接触面(CONTA174 单元), 理想刚性内花键齿面为目标面(TARGE170 单元), 接触类型选用库仑摩擦模型, 摩擦因数 $\mu=0.15$, 接触行为设置为对称约束(symmetric behavior), 采用拉格朗日乘子法(augmented Lagrangian)精确处理接触约束, 并激活初始接触状态调整功能(adjust to touch)。其余边界条件设定为: 约束内花键单齿上表面的全部自由度(fixed support), 在外花键单齿下表面施加周向位移载荷(displacement loading)。为验证网格收敛性, 系统对比了局部加密尺寸为 0.01、0.03 mm 和 0.05 mm 这 3 种工况下的接触压力分布情况, 结果表明, 当局部加密尺寸达到 0.03 mm 时计算所得刚度误差小于 1.5%, 满足计算精度要求。最终计算模型包含 178 186 个节点与 119 308 个单元。

1.3 花键单对齿模型验证

为了验证本文花键单对齿啮合有限元模型的有效性, 同时采用解析法计算花键连接结构的单对齿法向啮合刚度^[32], 本文将基于分布接触齿面的表面粗糙度 $R_a=0 \mu\text{m}$ 的单对齿有限元模型的法

向啮合刚度与基于集中力假设的单对齿力学模型理论计算结果进行了对比分析。单个齿啮合的力学模型如图 5 所示, 其中 φ 为接触角, F 为一对齿施加的任意载荷, 假设它以集中力形式沿法向作用于节圆上, Y_k 及 Y_{k-1} 为第 k 微齿段上、下表面半齿宽, R_k 及 R_{k-1} 为第 k 微齿段上、下表面半径, R_F 为力 F 的作用点半径。刚度计算基于柔度倒数原理, 首先求解单位载荷作用下齿体产生的总位移即柔度, 其倒数即为啮合刚度。根据经典花键连接理论, 齿体变形主要由四类机械变形构成: 弯曲、剪切、支座弹性、材料局部挤压。本模型遵循“刚性支承”假设, 仅考虑前两类主导变形即弯曲变形和剪切变形。

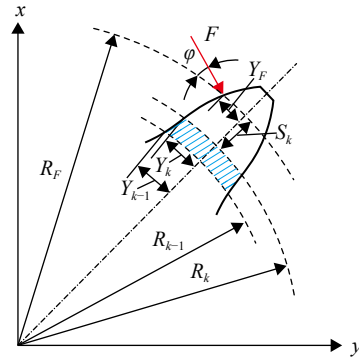


图 5 单个齿力学模型

Fig. 5 Mechanical model of a single tooth

基于悬臂梁模型, 应用莫尔积分法求解弯曲变形, 计算弯曲柔度。设第 k 段内任意点 c 的弯曲变形 f_{bk} 为^[32]:

$$f_{bk} = \int_0^{h_k} \frac{M(x) M_0(x)}{E_\mu I_k} dx \quad (3)$$

式中 $M(x)$ 为外载荷作用下的弯矩分布; $M_0(x)$ 为单位载荷作用下的弯矩分布; E_μ 是修正后的弹性模量; I_k 是第 k 微齿段截面惯性矩; h_k 是第 k 微齿段高度; 分别可以由下式求出^[32]:

$$\begin{cases} M(x) = F[(S_k + x) \cos \varphi - Y_F \sin \varphi] \\ M_0(x) = (S_k + x) \cos \varphi - Y_F \sin \varphi \end{cases} \quad (4)$$

$$f_{bk} = \frac{F}{E_\mu} \left[\frac{\cos^2 \varphi}{3} \cdot \frac{h_k}{I_k} (h_k^2 + 3S_k h_k + 3S_k^2) - Y_F \cos \varphi \sin \varphi \frac{h_k}{I_k} (h_k + 2S_k) + Y_F^2 \sin^2 \varphi \frac{h_k}{I_k} \right] \quad (5)$$

将式(4)代入式(3)得到式(5), S_k 是第 k 微齿段上表面到节圆距离。设单齿受载微齿段段数为 m , 则单齿的总弯曲变形为 f_b , 单齿的弯曲柔度

Δ_b 为^[32]:

$$\Delta_b = \frac{f_b}{F} = \frac{\sum_{k=1}^m f_{bk}}{F} = \frac{1}{E_\mu} \left\{ \frac{\cos^2 \varphi}{3} \sum_{k=1}^m \frac{h_k}{I_k} (h_k^2 + 3S_k h_k + 3S_k^2) - Y_F \cos \varphi \sin \varphi \sum_{k=1}^m \left[\frac{h_k}{I_k} (h_k + 2S_k) \right] + Y_F^2 \sin^2 \varphi \sum_{k=1}^m \frac{h_k}{I_k} \right\} \quad (6)$$

基于卡氏第二定理, 计算剪切柔度, 第 k 段内任意点 c 的剪切变形 f_{sk} 为^[32]:

$$f_{sk} = \int_0^{h_k} \frac{BQ(x)}{G_k A_k} \cdot \frac{\partial Q(x)}{\partial F} dx \quad (7)$$

$$Q(x) = F \cos \varphi \quad (8)$$

式中 G_k 为花键材料切变模量; A_k 第 k 微齿段上、下表面平均面积; B 为横截面形状系数(矩形截面 $B=1.2$); 将式(8)代入式(7)得到:

$$f_{sk} = 1.2F \frac{h_k}{G_k A_k} \cos^2 \varphi \quad (9)$$

单齿的总剪切变形为 f_s , 单齿的剪切柔度 Δ_s 为^[32]:

$$\Delta_s = \frac{f_s}{F} = \frac{\sum_{k=1}^m f_{sk}}{F} = \frac{1.2 \cos^2 \varphi}{G} \sum_{k=1}^m \frac{h_k}{A_k} \quad (10)$$

联合式(6)和式(10)计算可得一对齿的法向啮合刚度^[32]:

$$K_n = \frac{1}{\Delta_{b1} + \Delta_{b2} + \Delta_{s1} + \Delta_{s2}} \quad (11)$$

图 6 为齿面的表面粗糙度 $R_a=0 \mu\text{m}$ 的单对齿有限元模型的法向啮合刚度与基于集中力假设的单对齿力学模型理论计算结果对比情况。对比结果表明, 理想刚性连接的有限元模型计算结果与

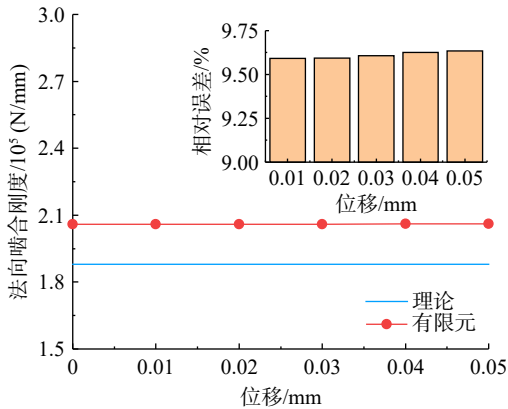


图 6 法向啮合刚度理论值与仿真值

Fig. 6 Theoretical value and simulation value of normal meshing stiffness

理论值之间的最大相对偏差为 9.6%, 两者具有良好的 consistency, 表明本文所建立的单对齿啮合有限元模型具有较高精度, 验证了本文单对齿啮合有限元模型的有效性。

2 花键连接结构动力学仿真模型

2.1 虚拟材料参数辨识

为高效表征花键齿面粗糙接触对系统动力学的影响, 本文考虑花键齿的影响, 采用虚拟材料法将每对齿的啮合刚度用具有特定材料属性的虚拟材料层代替, 以此获得整个花键的连接刚度。在微观尺度下, 内外花键 A 和 B 的每对齿连接由众多微凸体的不连续接触构成, 基于界面微观力学建模方法, 将各齿啮合连接建模为厚度为 δ 的虚拟材料层, 如图 7 所示。虚拟材料层与内外花键齿 A 和 B 之间采用绑定接触条件。

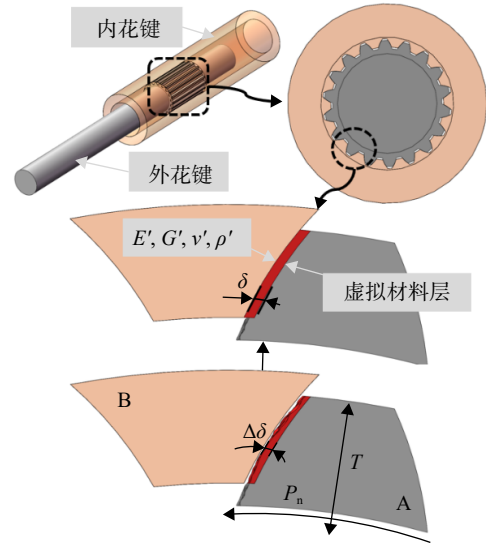


图 7 花键连接结构的虚拟材料等效模型

Fig. 7 Virtual material equivalent model of the spline connection structure

假设当外部载荷 P_n 作用在两个部件上时, 连接处的法向变形为 $\Delta\delta$, 外部载荷所做的功 W_n 如式(12)所示, 其中 K_n 为连接的法向啮合刚度^[33]。

$$W_n = \frac{1}{2} \times P_n \times \Delta\delta = \frac{P_n^2}{2K_n} \quad (12)$$

式中 $P_n = K_n \Delta \delta$, 当虚拟材料层在花键周向方向上产生变形时, 应变能 U_n 可以表示为^[33]:

$$U_n = \frac{\sigma_n^2 A_a \delta}{2E'} \quad (13)$$

其中 σ_n 为法向应力, A_a 为连接处的名义接触面积。根据功-能原理, $W_n = U_n$, 可推导出虚拟材料的弹性模量 E' ^[33]:

$$E' = \frac{K_n \delta}{A_a} \quad (14)$$

同理, 将上述式(12)和式(13)中 P_n 、 $\Delta \delta$ 、 K_n 、 W_n 和 σ_n 分别替换为切向载荷 T 、切向变形 Δl 、切向啮合刚度 K_t 、切向载荷所做的功 W_t 和切向应力 σ_t 可得虚拟材料的切变模量 G' ^[33]:

$$G' = \frac{K_t \delta}{A_a} \quad (15)$$

通过式(14)和式(15), 可以得到虚拟材料的泊松比 ν' :

$$\nu' = \frac{E'}{2G'} - 1 \quad (16)$$

由于本文将单对齿接触简化为等效粗糙弹性体与理想刚性平面的接触且仿真中初始接触状态为调整到接触, 故虚拟材料的密度 ρ' 为^[33]:

$$\rho' = \frac{\rho R_a}{\delta} \quad (17)$$

其中 ρ 为花键材料的密度, R_a 为花键的齿面粗糙度。

2.2 考虑结合面影响的花键连接结构建模

基于前述虚拟材料层提取的等效材料属性参数, 本节建立花键连接结构的动力学有限元模型。结构几何构型如图 8 所示, 边界条件如图 9 所示。整体结构采用高阶四面体单元 SOLID187 进行网格离散化, 全局网格尺寸设置为 1.8 mm, 为精确捕捉虚拟材料层的力学行为及其与相邻结构的交互作用, 对该层区域实施局部网格细化, 加密网格尺寸为 0.3 mm; 使用绑定接触算法定义虚拟材料层与内花键齿面之间, 以及虚拟材料层与外花

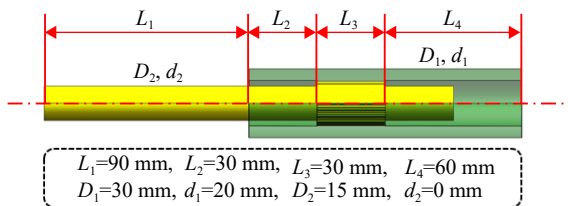


图 8 花键连接结构示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the spline connection structure

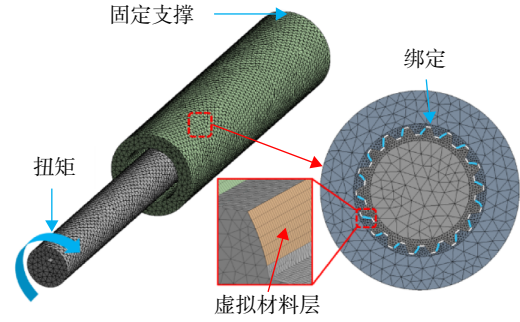


图 9 花键连接结构边界条件

Fig. 9 Boundary conditions of the spline connection structure

键齿面之间的接触界面, 确保界面位移协调; 在花键连接结构左侧端面施加扭转载荷; 于花键连接结构右侧端面施加固定支撑。通过系统地调整全局与局部网格尺寸并进行迭代计算, 确保模型所得关键响应如特征频率或指定位置的位移误差小于 1%, 最终优化网格模型包含 472 711 个节点与 324 646 个单元。

2.3 花键连接结构动力学模型验证

为验证本文提出的花键连接结构动力学模型的有效性和准确性, 设计并搭建了专用的试验测试平台, 如图 10 所示。试验平台主要由以下部分组成: 花键试件总成包含内花键轴与外花键轴, 分别通过高强度螺栓与固定支架及扭矩加载装置连接; 花键连接结构的径向加速度响应由加速度传感器 356A16 测量, 并通过动态信号采集模块 NI 9230 进行采集; 载荷模拟通过精密砝码(精度为 $\pm 0.1\%$)与杠杆系统施加定量扭矩载荷; 整套系统置于阻尼隔振平台以消除环境振动干扰。试验采用脉冲激励法: 通过力锤对外花键施加径向激励, 同步采集加速度响应信号。

基于频响函数分析, 因有限元仿真前两阶模态径向质量参与系数已达到 80%, 故采用多项式

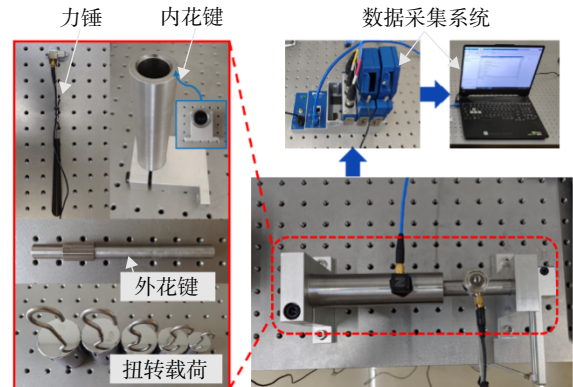


图 10 花键连接结构试验平台

Fig. 10 Test platform for the spline connection structure

拟合法识别系统的前两阶固有频率。有限元模型基于虚拟材料法构建,其中虚拟材料参数弹性模量、切变模量、密度由第 1 节单对齿啮合接触特性推导获得。仿真与试验结果对比如图 11 所示。仿真结果与试验数据在主要共振频率上呈现良好一致性,其中第一阶固有频率误差为 8.4%,第二

阶固有频率误差为 8.1%,该误差范围满足航空发动机转子系统动力学分析的工程精度要求,验证了基于虚拟材料法的花键连接结构动力学模型的工程有效性。其中误差经分析主要来源于:螺栓连接界面刚度简化;传感器附加质量(约 12 g)对轻量化试件的影响;固定支架干扰。

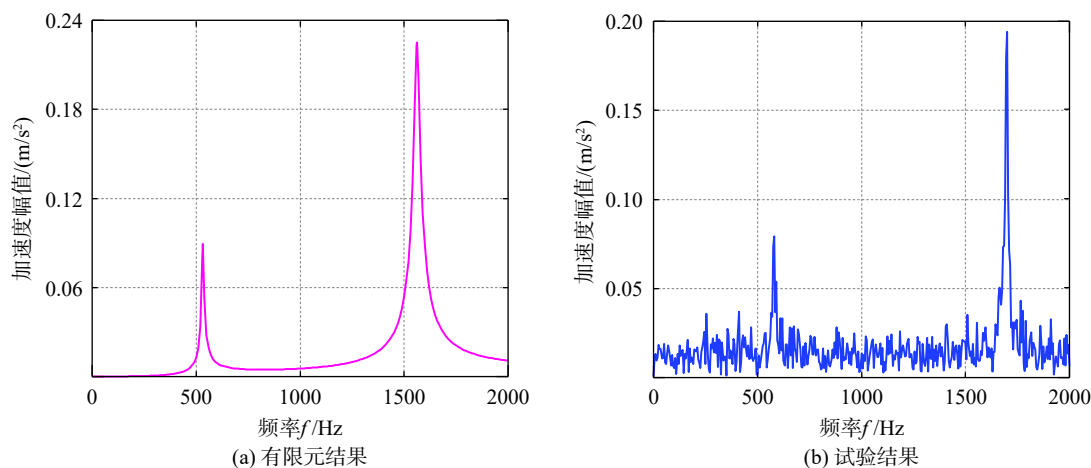


图 11 花键连接结构的加速度响应

Fig. 11 Acceleration response of the spline connection structure

3 分析与讨论

3.1 单对齿啮合分析

为探究花键齿面形貌对其接触特性的影响规律,本文构建了带不同表面粗糙度齿面的花键单个齿模型,如图 12 所示。

图 13 为不同表面粗糙度下结合面的法向啮合刚度和切向啮合刚度随位移载荷的变化规律。由图可知,随着位移载荷的增加,除表面粗糙度为 $0\ \mu\text{m}$ 的情况下法向啮合刚度和切向啮合刚度基本不变外,其他情况都呈现增加的趋势,这种刚度演变过程明显分为两个特征阶段:初始阶段即位移载荷小于 $0.01\ \text{mm}$ 时,法向啮合刚度和切

向啮合刚度都陡增,表明接触区域发生快速压实;后续阶段即位移载荷大于 $0.01\ \text{mm}$ 时法向啮合刚度和切向啮合刚度进入平缓渐进增加阶段。这说明法向啮合刚度和切向啮合刚度对初始位移载荷更加敏感,并且它们最终都逐渐趋近于表面粗糙度为 $0\ \mu\text{m}$ 的情况。同一位移载荷下,表面粗糙度越低,法向啮合刚度和切向啮合刚度越大,当位移载荷达到 $0.05\ \text{mm}$ 时法向啮合刚度和切向啮合刚度分别达到光滑值的 96.2%($1\ \mu\text{m}$)、86.5%($3\ \mu\text{m}$)、73.9%($6\ \mu\text{m}$)与 87.6%($1\ \mu\text{m}$)、72.1%($3\ \mu\text{m}$)、58.5%($6\ \mu\text{m}$),说明高表面粗糙度表面对啮合刚度的软化效应更加明显,在表面加工时需要格外注意啮合齿表面的表面粗糙度,防止啮合刚度过度

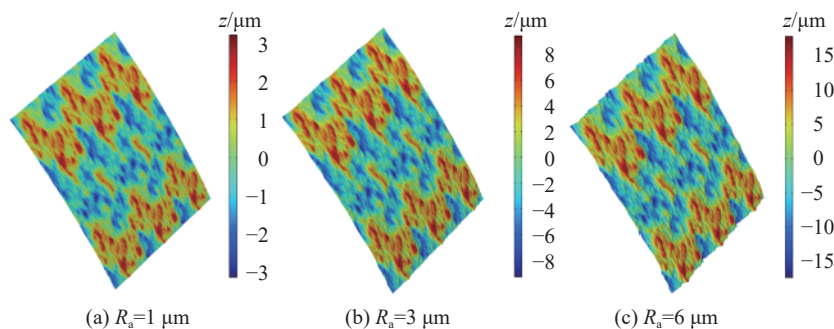


图 12 三种不同表面粗糙度的统计粗糙齿面

Fig. 12 Statistical roughened tooth surfaces with three surface roughness levels

软化带来的强度问题。另外,由图13还可以看出,相较于切向啮合刚度,法向啮合刚度对位移载荷的变化更加敏感。

图14为不同表面粗糙度条件下花键啮合齿

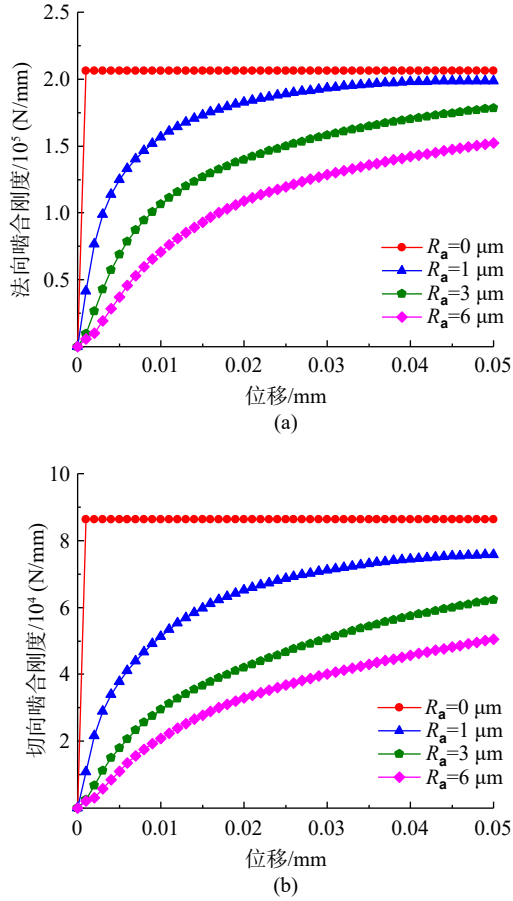


图13 单对齿结合面的法向啮合刚度与切向啮合刚度

Fig. 13 Normal and tangential meshing stiffness of the single tooth contact surface

面的接触状态。基于接触力学理论,将齿面接触状态划分为四类:黏着(sticking)、滑移(sliding)、近似接触(near)和分离(far)状态^[34]。图14的结果表明,在所考察的工况范围内未观测到明显的分离状态。值得注意的是,仅在黏着和滑移状态下接触对之间会产生显著的法向接触压力,因此这两类状态被定义为有效接触状态^[34]。在黏着和滑移的有效接触状态下,花键啮合界面才能充分发挥其定位、承载和动力传递的关键功能。此外,由图14可知,随着位移载荷的增加,花键啮合界面的有效接触面积都呈现增加的趋势,表明位移载荷的增加促进了齿面的实际接触区域的扩展。然而,相较于低表面粗糙度的表面,高表面粗糙度表面的有效接触面积在同等载荷条件下显著减小,这表明表面粗糙度的提高会改变齿面的接触状态分布情况,降低真实接触面积,并促使界面滑移损伤的早期萌生。所有情况下,花键啮合界面贴近齿根区域的非黏着接触面积始终大于齿顶区域,且齿顶区域基本没有滑移状态的区域,这意味着齿根附近由于应力集中效应更易于发生界面滑移损伤,而齿顶区域则主要维持稳定的黏着接触。这种现象与啮合齿面的载荷传递机制及应力分布特征密切相关,高表面粗糙度表面可能通过削弱齿根区域的承载均匀性,进一步加剧滑移损伤的产生和扩展。

图15为不同表面粗糙度条件下花键啮合齿面的接触应力分布演变规律,在位移载荷渐进增加的过程中,花键啮合界面呈现出两个显著的接触特性变化趋势:其一,接触应力分布趋于均匀;

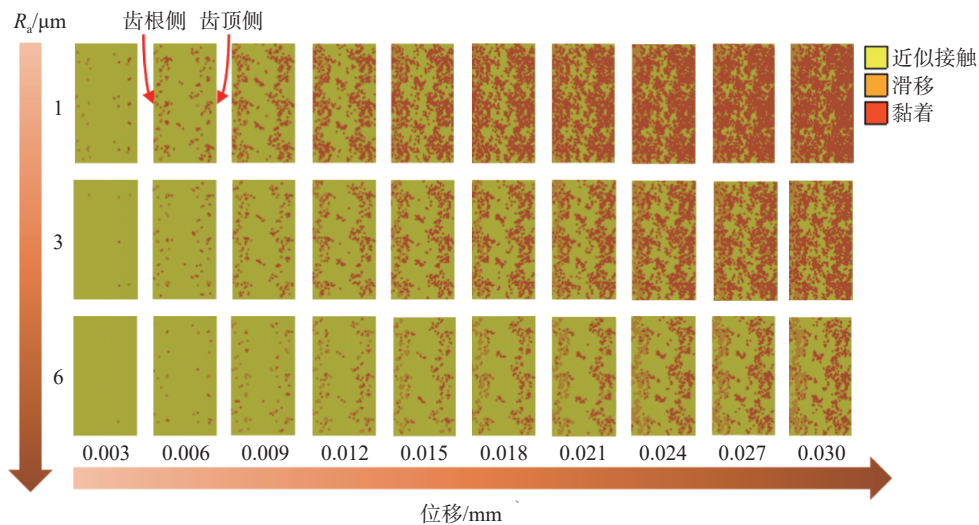


图14 粗糙齿面的接触状态

Fig. 14 Contact state of rough tooth surface

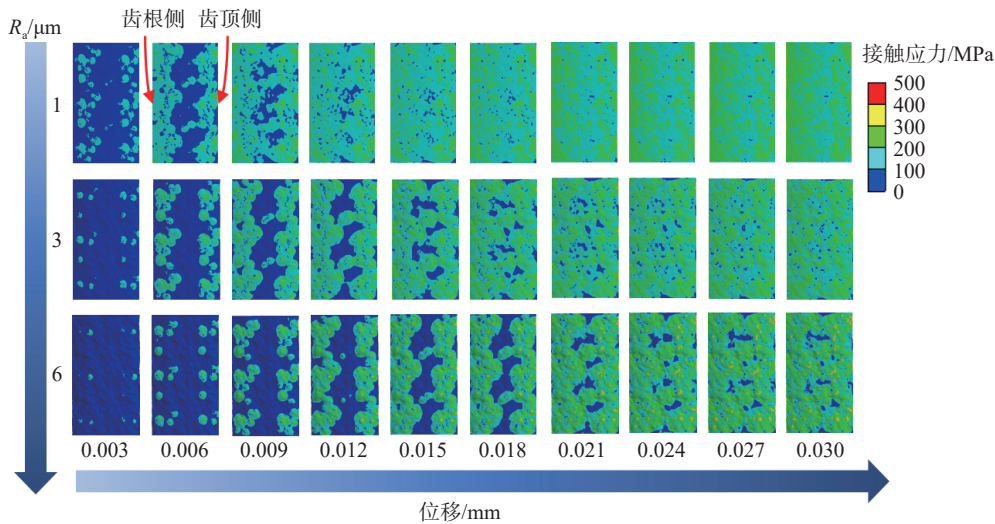


图 15 粗糙齿面的接触应力分布

Fig. 15 Contact stress distribution on rough tooth surface

其二, 整体接触应力水平逐步增加。这一力学行为特征源于接触应力首先在离散微凸体波峰区域形成并逐渐扩展的力学机制。对比不同表面粗糙度条件下的接触响应发现, 在相同位移载荷作用下, 表面粗糙度越大, 接触应力分布的均匀性越差、应力集中程度越高; 随着表面粗糙度的降低, 接触应力分布均匀性和整体应力水平均得到明显改善。这一结果表明, 低表面粗糙度齿面能够使接触应力分布的均匀性得到提升, 并且降低局部应力集中, 从而显著延长花键连接结构的工作寿命。另外, 由图 15 还能看出, 相较于表面粗糙度为 1 μm 和 3 μm 的情况, 表面粗糙度为 6 μm 的齿面出现多个显著的应力集中区域, 且这些区域的接触面积随位移载荷增加呈增长趋势, 这预示着高表面粗糙度齿面存在显著的点蚀风险, 而这种表面损伤模式将直接导致花键连接结构服役性能的快速退化。这一发现对于理解花键连接结构的失效机制具有重要价值, 特别是对于高表面粗糙度表面的服役寿命预测提供了理论依据。

3.2 花键连接结构动力学分析

为探究外花键齿面的表面粗糙度对花键连接结构动力学特性的影响规律, 采用基于接触特性的虚拟材料法建立花键连接结构有限元模型。虚拟材料层厚度 δ 依据表面形貌统计规律通常取表面粗糙度的 3~5 倍^[35-36], 本文中 δ 取 5 倍表面粗糙度, 其等效材料参数通过第 2.1 节得到, 具体数值见表 2。

动力学分析按以下步骤执行: 首先施加与文中第 2.2 节一致的边界条件, 进行预应力模态分

表 2 虚拟材料层的材料属性

Table 2 Material properties of the virtual material layer

参数	$R_a=1\ \mu\text{m}$	$R_a=3\ \mu\text{m}$	$R_a=6\ \mu\text{m}$
弹性模量 E'/MPa	419	386	330
切变模量 G'/MPa	154	135	113
泊松比 ν'	0.357	0.432	0.46
密度 $\rho'/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1 570		
厚度 $\delta/\mu\text{m}$	5	15	30

析, 然后进行谐响应分析。预应力模态分析结果表明, 当径向的质量参与系数达到 80% 以上时所对应的为第二阶模态, 所以, 在谐响应分析阶段, 对花键左端面施加径向单位激励载荷 (幅值为 1 N, 相位为 0°, 如图 16 所示), 扫频范围设置为 0~2 000 Hz 以确保覆盖前 2 阶固有频率。

针对花键连接结构动力学特性进行分析时, 选取以下关键工况: 表面粗糙度变化范围为 $R_a=0, 1, 3, 6\ \mu\text{m}$, 扭矩载荷为 $T=10\ 000, 20\ 000$,

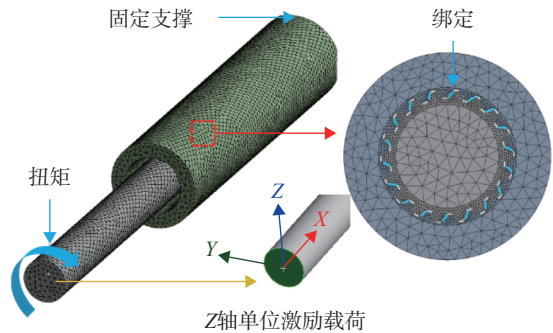


图 16 花键连接结构谐响应

Fig. 16 Harmonic response of the spline connection structure

30 000 N·mm。图 17 为振动频域响应特性瀑布图。鉴于第二阶固有频率响应幅值较第一阶低两个数量级, 本研究动力学特性分析聚焦于第一阶固有频率及其响应幅值的变化规律。由图 17 可知, 除理想刚性连接状态外, 在相同扭矩载荷条件下, 随着表面粗糙度的增加, 花键连接结构的响应幅值都呈现增加的趋势, 在扭矩载荷 $T=10\ 000$ N·mm 时, 响应幅值相较于表面粗糙度 $R_a=0\ \mu\text{m}$ 的模型分别增加 12.5%(1 μm)、13.5%(3 μm)、15.7%(6 μm), 在扭矩载荷 $T=20\ 000$ N·mm 时, 其分别增加 9.1%(1 μm)、10.5%(3 μm)、12.9%(6

μm), 在扭矩载荷 $T=30\ 000$ N·mm 时, 其分别增加 7.5%(1 μm)、9.1%(3 μm)、11.6%(6 μm), 且其固有频率逐渐减小即每个梯度产生约 1% 的偏移, 表明高表面粗糙度会引发啮合刚度软化效应, 这种刚度软化会降低结构的整体刚度矩阵特征值, 表现为固有频率下降, 同时使系统动力学特性恶化, 表现为振动幅值增强。研究结果表明, 表面粗糙度对花键连接结构整体一阶固有频率的影响程度约为 7%, 对径向响应幅值的影响程度约为 11.8%。除光滑表面外, 花键连接结构在相同表面粗糙度条件下, 随着扭矩载荷的增加, 其响应幅值都呈现减小的趋势, 当表面粗糙度 $R_a=1\ \mu\text{m}$ 时, 每个扭矩梯度其响应幅值分别缩小 3%、1.4%, 当表面粗糙度 $R_a=3\ \mu\text{m}$ 时, 每个扭矩梯度其响应幅值分别缩小 2.6%、1.3%, 当表面粗糙度 $R_a=6\ \mu\text{m}$ 时, 每个扭矩梯度其响应幅值分别缩小 2.5%、1.2%, 且其固有频率逐渐增加即每个梯度产生约 2% 的偏移, 这表明扭矩载荷的增加改善了啮合界面的接触状态和接触应力分布, 使得啮合刚度增加, 刚度强化效应最终抑制了振动响应, 并使固有频率向理想刚性连接状态趋近。

4 结 论

本文考虑啮合齿表面形貌的影响, 对航空发动机花键连接结构进行了动力学仿真分析, 得到如下结论:

1) 提出了一种新的基于虚拟材料法的花键连接结构动力学建模方法, 该方法能够考虑啮合齿表面形貌的影响, 在保证计算效率的同时, 试验结果也验证了方法的计算精度。

2) 当考虑啮合齿表面形貌时, 花键啮合界面的法向啮合刚度和切向啮合刚度随位移载荷呈现典型的非线性演化特征, 表现为初始阶段的快速压实和后续阶段的渐进强化过程。并且, 低表面粗糙度齿面表现出更优的接触应力分布均匀性和更高的接触刚度, 而高表面粗糙度表面不仅会导致有效接触面积减少, 还会在齿根区域形成显著的滑移损伤倾向。

3) 高表面粗糙度引起的啮合刚度软化效应会降低系统固有频率并增大振动响应幅值, 而扭矩载荷的增加则通过改善接触状态产生刚度强化效果, 能够部分抵消表面粗糙度的负面影响, 并且第一阶固有频率对表面状态变化最为敏感。具体数值分析表明, 表面粗糙度对花键连接结构整

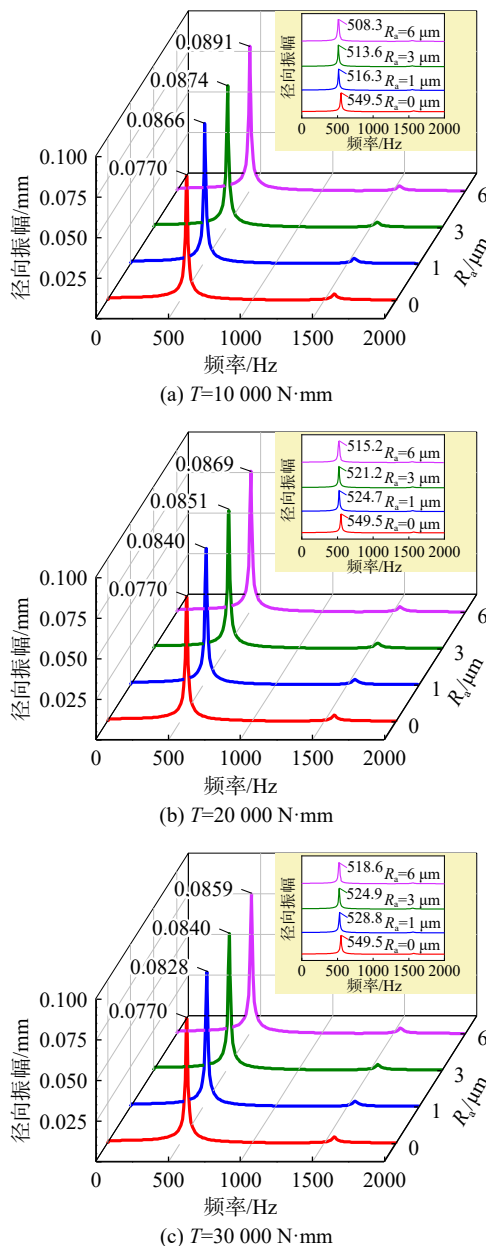


图 17 不同表面粗糙度下振动响应的频域特性

Fig. 17 Frequency domain characteristics of vibration responses under different surface roughness levels

体一阶固有频率的影响程度约为 7%,同时对径向响应幅值的影响程度约为 11.8%,进一步证实了表面粗糙度在结构动力学中的关键作用。

本文基于粗糙表面接触力学理论,运用虚拟材料法建立了航空发动机花键连接结构“粗糙接触-结构动力学”跨尺度分析框架,揭示了啮合齿表面形貌对啮合齿局部接触行为和花键连接结构整体动力学特性的影响规律,研究结果为航空发动机花键连接转子结构的跨尺度动力学分析提供了新思路,也为其性能预测、制造工艺优化提供理论支撑。

参考文献:

- [1] Song J P, She G L, He Y J. Nonlinear forced vibration of axially moving functionally graded cylindrical shells under hygro-thermal loads[J]. *Geomechanics and Engineering*, 2024, 36(2): 99-109.
- [2] 赵广, 李盛翔, 郭梅, 等. 航空花键振动磨损预测与实验[J]. *航空动力学报*, 2018, 33(12): 2958-2964.
Zhao Guang, Li Shengxiang, Guo Mei, et al. Prediction and experiment of vibration wear of aviation spline[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2018, 33(12): 2958-2964. (in Chinese)
- [3] 陈志英, 刘宏蕾, 周平. 航空发动机套齿结构动态装配关系稳健性优化设计[J]. *推进技术*, 2018, 39(1): 160-168.
Chen Zhiying, Liu Honglei, Zhou Ping. Robustness optimization of dynamic assembly parameters for aero-engine spline structure[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2018, 39(1): 160-168. (in Chinese)
- [4] 王迪, 高洁, 胡柏安, 等. 含浮动花键的直升机超临界轴系自激振动实验研究[J]. *推进技术*, 2024, 45(2): 2209075.
Wang Di, Gao Jie, Hu Boan, et al. Experimental study on self-excited vibration of helicopter supercritical shafting with floating splines[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2024, 45(2): 2209075. (in Chinese)
- [5] Williams R, Trent R. The effects of nonlinear asymmetric supports on turbine engine rotor stability [R]. New York: SAE Technical Paper 700320, 1970.
- [6] Barrot A, Paredes M, Sartor M. Extended equations of load distribution in the axial direction in a spline coupling[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2009, 16(1): 200-211.
- [7] Hong J, Talbot D, Kahraman A. Load distribution analysis of clearance-fit spline joints using finite elements[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 74: 42-57.
- [8] Hong J, Talbot D, Kahraman A. A stiffness formulation for spline joints[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2016, 138(4): 043301.
- [9] Yu Pingchao, Jiang Ke, Jin Yize, et al. Modeling hysteresis behavior of spline coupling and its application in rotodynamic prediction [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2025, 230: 112598.
- [10] Yu Pingchao, Wang Cun, Liu Yunlong, et al. Analytical modeling of the lateral stiffness of a spline coupling considering teeth engagement and influence on rotor dynamics[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2022, 92: 104468.
- [11] 蒋科, 于平超, 郑华强, 等. 航空发动机套齿连接结构刚度/阻尼特性仿真及机理研究[J]. *推进技术*, 2025, 46(9): 202410008.
Jiang Ke, Yu Pingchao, Zheng Huaqiang, et al. Simulation and mechanism study on stiffness/damping characteristics of aero-engine spline coupling structure[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2025, 46(9): 202410008. (in Chinese)
- [12] Xie Wenzhen, Liu Chao, Huang Gancai, et al. Trans-scale rough surface contact model based on molecular dynamics method: Simulation, modeling and experimental verification[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2023, 100: 105021.
- [13] Sun Zhou, Chen Siyu, Tang Jinyuan, et al. New deterministic model for calculating mesh stiffness and damping of rough-surface gears considering elastic-plastic contact and energy-dissipation mechanism[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2024, 216: 111502.
- [14] Cuffaro V, Curà F, Mura A. Damage identification on spline coupling teeth by means of roughness parameters[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2016, 82: 9-16.
- [15] Qureshi W, Cura F, Mura A. Experimental characterization of roughness parameters for fretting wear in spline couplings[J]. *Mechanica*, 2017, 52(8): 1975-1984.
- [16] Xue Xiangzhen, Lin Kuan, Yu Wei, et al. Fractal theory-based contact analysis of surface microtextured involute spline coupling [J]. *Tribology International*, 2024, 200: 110055.
- [17] Marmol R A, Smalley A J, Tecza J A. Spline coupling induced nonsynchronous rotor vibrations[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1980, 102(1): 168-176.
- [18] Wu F Y, Liang Z C, Ma Y H, et al. Bending stiffness and dynamic characteristics of a rotor with spline joints[R]. ASME Paper IMECE2013-62657, 2013.
- [19] Zhang Q C, Li W X, Liang Z C, et al. Study on the stiffness loss and its affecting factors of the spline joint used in rotor systems[R]. ASME Paper GT2014-26176, 2014.
- [20] 蒋科, 于平超, 严循金, 等. 考虑接触面摩擦的柔性套齿连接结构刚度数值建模与非线性机理分析 [J]. *中国机械工程*, 2026, 37(2): 332-341, 352.
Jiang Ke, Yu Pingchao, Yan Xunjin, et al. Numerical modeling and nonlinear mechanism analysis of stiffness for flexible curvic coupling structures considering contact surface friction [J]. *China Mechanical Engineering*, 2026, 37(2): 332-341, 352. (in Chinese)
- [21] Huang Gancai, Liu Chao, Jiang Dongxiang. Dynamic modeling and experimental modal analysis for the central rod-fastened rotor with hirth couplings based on fractal contact theory[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2024, 146(10): 101015.
- [22] Wang Xingjie, Gong Hao, Liu Jianhua, et al. Equivalent modeling method of virtual material for flange connection structure based on contact mechanics experiment[J]. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2025, 12(3): 226-240.
- [23] Li Yonghan, Li Liting, Tang Yihu, et al. Fretting wear modeling of bolted joint interface with microscopic roughness using the 1D microslip friction model and equivalent thin layer[J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2025, 53(6): 4786-4811.
- [24] 王永亮, 赵广, 徐永强, 等. 不对中多浮动花键接触刚度识别及动力学应用[J]. *航空动力学报*, 2025, 40(4): 20240738.
Wang Yongliang, Zhao Guang, Xu Yongqiang, et al. Contact stiffness identification of misaligned multiple floating splines and its dynamic application[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2025, 40(4): 20240738. (in Chinese)
- [25] Greenwood J A, Williamson J B P. Contact of nominally flat surfaces[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1966, 295(1442): 300-319.
- [26] Liang Yufei, Zhou Shengqiang, Li Huafeng, et al. A contact mod-

- el based on multi-scale rough surface of ultrasonic motor[J]. *Measurement*, 2025, 249: 117025.
- [27] Li Xinxin, Li Zhimin, Jin Sun, et al. A multi-scale model of real contact area for linear guideway based on the fractal theory[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2021, 235(21): 5796-5813.
- [28] Wang Qiaoyi, Zhang Lukuan, Zhang Zhen, et al. Characteristics of rolling interface lubrication considering contact surface textures in mixed lubrication[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2025, 239(7): 886-897.
- [29] Zhang Chao, Zhu Rupeng, Chen Weifang, et al. An improved dynamic model of the spline coupling with misalignment and its load distribution analysis[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2024, 20(2): 393-408.
- [30] Zhang Chao, Cao Peng, Zhu Rupeng, et al. Dynamic modeling and analysis of the spline joint-flexible coupling-rotor system with misalignment[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 554: 117696.
- [31] Good I J. The science of fractal images[J]. *SIAM Review*, 1991, 33(3): 496-499.
- [32] 付才高. 航空发动机设计手册: 第 19 册 转子动力学及整机振动 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2000.
- Fu Caigao. Aero-engine design manual: Vol.19 rotor dynamics and whole engine vibration [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2000. (in Chinese)
- [33] Chang Yu, Ding Jianguo, Fan Hui, et al. Interfacial micromechanics modeling for bolted joints in ultra-precision machine tools[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2023, 37(8): 4179-4191.
- [34] 吕东晓, 陈雪骑, 王东, 等. 转子螺栓连接结构界面滑移损伤机理及影响因素研究[J]. 航空动力学报, 2025, 40(1): 20230027.
- Lyu Dongxiao, Chen Xueqi, Wang Dong, et al. Mechanism and influential factors research of slip damage in rotor bolted joint structures[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2025, 40(1): 20230027. (in Chinese)
- [35] 杨光, 程凯博, 赵朔, 等. 激光选区熔化成形 316 L 不锈钢下倾斜面粗糙度的预测与模型建立[J]. *中国激光*, 2023, 50(20): 2002301.
- Yang Guang, Cheng Kaibo, Zhao Shuo, et al. Prediction and model establishment of inclined surface roughness of laser selective melting formed 316 L stainless steel[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(20): 2002301. (in Chinese)
- [36] 王泽坤, 陈力, 曹铭津, 等. UHMWPE 层合板抗侵蚀性能的一种等效数值分析方法[J]. 含能材料, 2024, 32(9): 952-963.
- Wang Zekun, Chen Li, Cao Mingjin, et al. Equivalent numerical simulation method for penetration resistance of UHMWPE laminate[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials*, 2024, 32(9): 952-963. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)