

基于参数化等效模型的缘板阻尼解耦优化设计方法

吴亚光¹, 李晓峰², 高 钱¹, 范 雨¹, 张大义¹, 沈庆阳³, 庞燕龙³

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 中法工程师学院/国际通用工程学院, 北京 100191;

3. 中国航发四川燃气涡轮研究院, 成都 610500)

摘 要: 针对涡轮叶片缘板阻尼(UPD)结构设计中存在的多目标优化机理缺失及迭代建模计算成本高昂的问题,提出了一种基于参数化等效模型的阻尼器质量-几何解耦优化设计方法。建立了叶片-缘板阻尼的等效梁模型,在准确复现其1阶弯曲模态动力学特性与非线性强迫响应的基础上,显著降低了模型自由度与计算成本。在阐明缘板阻尼关键设计参数对减振效果影响规律的基础上,提出了减振幅度、适用激振域宽度与重合度3个无量纲指标,多维度定量表征阻尼器的减振性能。研究揭示了接触倾角主要决定减振性能的“深度”与“适用宽度”,而阻尼器质量则调控其工作域与发动机流场激励的重合度。基于此,提出了先利用帕累托多目标遗传算法优化几何参数,再根据激励信息优化阻尼质量的解耦优化策略。以非对称缘板阻尼器为算例验证表明,优化后阻尼器的相对减振幅度、适用激振域宽度及重合度分别提升了13%、38%和114.6%;在目标工况激励下,叶片的一弯共振响应幅值降低了43.8%。

关 键 词: 涡轮叶片; 缘板阻尼; 等效建模; 减振评价指标; 多目标优化

中图分类号: V231.92

文献标志码: A

Decoupled optimization of underplatform dampers based on parametric equivalent model

WU Yaguang¹, LI Xiaofeng², GAO Qian¹, FAN Yu¹, ZHANG Dayi¹,
SHEN Qingyang³, PANG Yanlong³

(1. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Sino-French Engineer School/ School of General Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

3. Sichuan Gas Turbine Research Establishment,

Aero Engine Corporation of China, Chengdu 610500, China)

Abstract: A decoupled optimization method was proposed for underplatform damper (UPD) design to address the lack of multi-objective mechanism insight and the high cost of iterative blade-damper modeling. A parameterized equivalent beam model of the blade-UPD system was developed, which accurately reproduced the first bending-mode dynamics and the nonlinear forced response, while keeping

收稿日期: 2025-10-09

基金项目: 国家自然科学基金(52305087); 中央高校基本科研业务费专项资金(北航前沿交叉基金-20250101)

作者简介: 吴亚光(1990—),男,副教授,博士,主要从事航空发动机振动分析与抑制的研究。E-mail: yaguangwu@buaa.edu.cn

通信作者: 高钱(1995—),男,博士,主要从事非线性振动理论与干摩擦阻尼技术的研究。E-mail: gaoqian405@buaa.edu.cn

引用格式: 吴亚光, 李晓峰, 高钱, 等. 基于参数化等效模型的缘板阻尼解耦优化设计方法[J]. 航空动力学报, 2022, X(X): 20250456. WU Yaguang, LI Xiaofeng, GAO Qian, et al. Decoupled optimization of underplatform dampers based on parametric equivalent model[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, X(X): 20250456.

the model size and computational cost modest. The influences of key UPD design parameters on vibration attenuation were characterized, and three dimensionless metrics—reduction degree, domain width, and coincidence degree were introduced to quantify the damper performance. The results showed that the contact angle primarily set the attenuation “depth” and applicability “width,” whereas the damper mass tuned the operating domain’s overlap with engine flow-field excitation. Based on these insights, a decoupled strategy was adopted: which first optimized geometric parameters using a Pareto multi-objective genetic algorithm, then set the damper mass according to the excitation characteristics. For a non-symmetric UPD case, the optimized design increased the reduction degree by 13%, the domain width by 38%, and the coincidence degree by 114.6%, yielding a 43.8% decrease in the first-bending resonance amplitude under the target operating condition.

Keywords: turbine blade; underplatform damper; equivalent modeling;
vibration reduction performance metrics; multi-objective optimization

涡轮叶片是航空发动机中实现能量转换的关键零件。在新一代发动机高推质比、多设计点工况的需求牵引下,涡轮叶片的工作转速范围显著扩大,承受的来流激励呈现幅值大、频带宽等特性^[1];而叶片-轮盘结构却趋于轻薄化设计,抗性减弱,具有模态族密集的特征^[2]。这导致涡轮叶片的共振难以避免。因此,由共振引发的涡轮叶片高周疲劳断裂已经成为航空发动机的主要失效原因之一^[3-4]。

为降低叶片的振动应力水平,需要引入额外的阻尼结构。干摩擦阻尼器因其高耗能效率、结构简单以及良好的适应性,成为航空发动机涡轮叶片-轮盘结构的主流阻尼形式^[2],常见的结构包括榫头榫槽^[5]、叶冠^[6]与缘板阻尼器^[7]等。其中,缘板阻尼结构凭借结构简单、成本低、减振效果显著等优势,常用于高压涡轮叶片的减振。然而干摩擦界面上存在阻滞-滑移-分离及其状态间转换的复杂非线性行为,传统的线性振动分析方法很难完成对非线性结构的分析^[8]。此外,阻尼器形状与接触参数设计不当可能导致在运动过程中出现滚转^[9-10]、“卡阻”等现象^[11],致使阻尼器减振效果未能达到预期水平,甚至阻尼失效造成叶片振动超限,因此建立高效且准确的缘板阻尼优化设计方法是有必要的。加之,缘板阻尼器设计参数众多、参数间联动性强^[12],非线性动力学响应预测困难,致使阻尼优化理论与仿真分析仍面临较大挑战。

有关缘板阻尼结构的非线性振动响应预测与减振效果影响规律,学术界已经展开了大量的仿真研究。在建模方面,早期采用的涡轮叶片-缘板阻尼集中参数模型^[12]具有自由度少、计算量小的

优点,常用于参数影响规律的定性分析^[13]。之后发展的干摩擦系统高保真有限元模型^[14]能够精确描述叶片与阻尼器的相对运动及接触界面的局部力学行为,具有预测精度高、可纳入多物理场耦合分析^[15-16]等优势,是目前干摩擦系统的主流建模方法^[17],但其自由度规模大,常带来计算效率低、收敛性差等问题,通常需结合降阶技术与高效动力学算法使用^[18]。界面接触本构模型主要包括宏滑移与微滑移两类。宏滑移模型^[19]忽略微滑移效应,采用单点接触描述界面摩擦力-位移关系。该类模型基于 Jenkins 单元构建^[20],通过引入法向接触弹簧实现对变正压力相对运动的描述,因其表达式简洁、刻画准确高效,成为当前干摩擦仿真分析的主流选择^[21]。在非线性动力学计算方法方面,传统时间积分法虽可准确捕捉瞬态响应,但计算成本较高,多用于验证其他算法的有效性^[22]。结合频时转换(AFT)的多阶谐波平衡法(MHBM)是目前求解稳态响应的主流频域算法^[23],将时域的非线性微分方程转换为频域的非线性代数方程,通过数值迭代方法直接求解稳态响应,计算效率远高于时域积分法^[12]。针对大型复杂有限元模型,基于牛顿迭代法的传统数值计算方式,因存在求解效率低、收敛性差^[24]的问题已不能满足求解需求。目前学术界普遍采用多重减缩技术搭配解析雅可比矩阵的辅助求解方式,实现算法收敛性与计算效率的提升^[12-13]。

在先进建模技术与数值方法的研究基础上,学术界开展了大量有关缘板阻尼设计参数的减振性能影响规律研究,主要包括几何结构参数^[25]、接触力学参数(摩擦因数^[25]、切法向刚度^[26])以及外部工况参数(如转速^[13]、激振力^[27]等)。基于所

得的设计参数影响规律,学术界初步形成了缘板阻尼器的优化设计方法^[28-29],主要关注两方面问题,一是如何提升阻尼上限,二是如何达到该上限。针对后者的研究居于多数^[30],设计目标是 minimized 特定振动载荷下的共振幅值,主要方式是根据目标工况调整界面挤压力^[31],达到所谓的接触面“最优正压力”^[32-33],其可通过优化缘板阻尼器的质量实现^[30]。缘板阻尼减振性能的上限受几何形状^[34]、界面摩擦性能^[35-38]等因素的影响。现有研究主要集中在对缘板阻尼的几何优化上,如对楔形^[39]、弧面型^[40]阻尼器的倾角大小、接触形式(线-面接触、面-面接触)等进行优化,相应地形成了基于集中参数模型的优化方法,具备计算高效与参数可解释性的优势,便于大范围参数分析与规律提炼,但受限于预测精度较低。基于有限元模型与代理模型相结合的拓扑优化方法^[41],可在真实几何与接触非线性框架下开展多目标参数优化,具备较高的计算精度,其缺点是前期建模与采样成本较高、流程复杂且存在代理误差风险,需以高保真回代与收敛性检验加以约束。而在界面性能方面,由于接触力学参数具有不确定性^[36,42],目前鲜有直接通过优化界面摩擦力学性能来提升阻尼上限的技术途径,多局限于根据粗糙度、硬度等指标进行摩擦副选材。

结合当前研究现状,缘板阻尼结构的优化设计存在两方面局限。一方面,传统优化方法通常以“特定工况下的最优阻尼上限”为优化目标,是一种多参数-单一目标的优化过程;然而在高转速、复杂流场激励的服役条件下,叶片干摩擦阻尼器还需尽可能覆盖更宽的激振力幅值范围,以增强其减振适用性与稳健性,其本质涉及多参数-多目标的优化。目前尚且缺乏多重减振优化目标的科学布置方法,也缺乏对不同设计参数与多减振优化目标间作用关系的认知,继而导致相关优化方法的缺失。另一方面,多目标-多设计变量的同步优化带来了计算量的快速上升,如果仍采用高保真有限元模型,虽保证了预测精度,但需要针对每一种新构型的叶片与阻尼器进行建模与非线性分析,极大地增加了计算负担。

本文即针对当前缘板阻尼器优化设计中存在的缘板阻尼器设计参数多目标优化机理缺失、建模及计算成本过高的问题展开研究。建立了叶片-缘板阻尼的参数化等效模型,可在保证干摩擦动力学行为预测准确的基础上,实现阻尼器的快速

迭代建模;提出了 3 种针对不同优化目标的减振性能无量纲评价指标,以质量与几何形状为设计参数,揭示了设计参数与多种减振目标间的影响关系,并建立了对应的缘板阻尼参数解耦的多目标优化设计方法。第 1 章介绍了叶片-缘板阻尼器系统参数化等效模型的建模方法;第 2 章开展了缘板阻尼器设计参数的减振性能影响规律研究,制定了表征阻尼器减振性能的无量纲评价指标,提出了缘板阻尼器参数解耦优化理论。第 3 章以涡轮叶片算例,演示了参数解耦优化过程,并对减振优化效果进行了综合评估。

1 建 模

传统的带缘板阻尼涡轮叶片有限元模型在进行动力学行为预测与减振优化的过程中,需要根据阻尼器几何构型的改变而频繁调整网格,导致建模复杂、计算成本高且效率低^[43-44]。本文提出一种兼顾动力学行为预测准确性与建模高效性的叶片-缘板阻尼参数化模型。通过等效建模,该模型能够准确复现叶片在静载荷作用下的结构变形及其 1 阶模态动力学特性,并可与现有成熟动力学算法有效结合,实现对叶片非线性动力学响应的可靠预测。该参数化建模策略仅需少量自由度即可表征系统的非线性振动行为,其参数化特性也避免了调参过程中的反复分网建模操作。因此,该模型可在保证对动力学行为预测准确度的基础上,大幅提升了建模与参数优化效率,为叶片-缘板阻尼器系统的快速设计与性能评估提供了有效工具。

1.1 涡轮叶片等效梁模型

所采用的等效梁模型结构如图 1 左侧所示,由 2 个欧拉梁单元及 1 个位于缘板位置的集中质量单元组成,其中梁单元 β 用以等效叶片的叶根结构,其底部节点被固定约束。梁单元 α 用以等效叶身结构。在叶尖节点和缘板节点各有 x 和 θ 两个自由度,分别表征叶片在振动时的挠度与转角。 L 是梁模型总高度, l_1 和 l_2 分别是梁单元 α 和 β 的长度,分别对应叶尖至缘板质心及缘板质心到榫槽上沿距离。 m_p 和 I_p 是缘板结构的质量和转动惯量(采用涡轮叶片缘板结构真实值)。 ρ 是梁单元密度, I_1 和 I_2 为两个梁单元的截面惯性矩,两者存在线性关系,可由真实叶片叶栅面积与叶根截面积比值获得,据此还可进一步推导出梁单元矩形截面积 A_1 和 A_2 。梁模型动力学方程为:

1.2 缘板阻尼模型及接触力学本构

本研究中采用三棱柱形缘板阻尼器, 其横截面示意图如图 3(a)所示。在该模型中, 缘板阻尼器被视为刚体^[9], 在左右接触界面处采用单节点宏滑移接触模型表征摩擦力学行为, 接触点位于阻尼块形心至两侧面的垂点(见图 3(b))。考虑阻尼块在实际工作过程中可能出现滚转的情况^[45-47], 阻尼块设有 3 个自由度, 即两个方向的平动自由度 x 、 y 与转动自由度 θ 。各自由度的约束刚度为 k_x 、 k_y 和 k_θ 。值得注意的是, α_1 和 α_2 是阻尼块左右两侧接触面与水平线(局部坐标系 x 轴)的夹角, 而非阻尼块左右底角。缘板阻尼器等效模型的动力学方程可表示为:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}}_d(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{x}}_d(t) + \mathbf{K}_d \mathbf{x}_d(t) + \mathbf{f}_{nl,d} = 0 \quad (5)$$

其中 $\mathbf{M}_d$ 、 $\mathbf{C}_d$ 和 $\mathbf{K}_d$ 分别是缘板阻尼模型质量、刚度、阻尼矩阵, $\mathbf{f}_{nl,d}$ 是作用于接触面的非线性力向量。由于阻尼节点不受激振力, 因此等式右端取 0 向量即可。

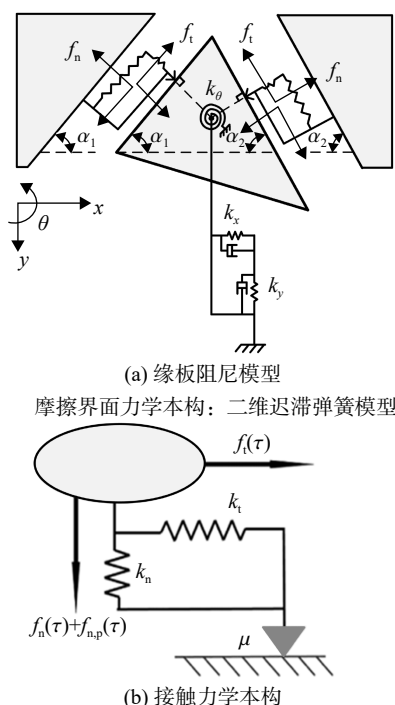


图 3 缘板阻尼器模型及接触力学本构

Fig. 3 Model of underplatform damper with its frictional constitutive relationship

为表征干摩擦界面接触力学本构关系, 采用二维迟滞弹簧模型表征界面正压力、切向摩擦力与相对位移的关系, 接触单元模型如图 3(b)所示。假设在 τ 时刻, 接触点切向、法向位移分别为 $x(\tau)$ 和 $y(\tau)$, $f_{n,p}(\tau)$ 为初始时刻法向正压力, 则

法向接触间隔可表示为:

$$g_{ap} = -f_{n,p}/k_n \quad (6)$$

若 $g_{ap} \geq 0$ 表示阻尼块与缘板接触, 反之 $g_{ap} < 0$ 则说明阻尼块分离。任意时刻非线性力 $f_t(\tau)$ 和 $f_n(\tau)$ 存在以下关系:

$$f_t(\tau) = \max[k_n(y(\tau) - g_{ap})] \quad (7)$$

对切向非线性力进行求解时, 需要借助前一时刻运动状态信息, 并假定当前 τ 时刻处于阻滞状态, 得到预测切向非线性力:

$$f_t^p(\tau) = k_t[x(\tau) - x(\tau - \Delta\tau)] + f_t(\tau - \Delta\tau) \quad (8)$$

若 $f_t(\tau) > \mu f_n(\tau)$ 则说明当前时刻处于滑移状态, 反之阻滞; 因此 τ 时刻切向摩擦力为:

$$f_t(\tau) = \begin{cases} f_t^p(\tau) & \text{阻滞} \\ \mu f_n(\tau) \text{sign}(f_t^p(\tau)) & \text{滑移} \\ 0 & \text{分离} \end{cases} \quad (9)$$

由此可以得到时域上一个周期内的法向力与切向摩擦力。

1.3 三叶片-双缘板阻尼器模型

采用三叶片-双缘板阻尼器模型作为本次研究对象, 如图 4(a)所示。这是因为缘板阻尼结构几何形状的非对称性, 会导致接触面左右两侧减振效果不同, 因此选用中间叶片的动力学行为来评估阻尼器的减振效果。该模型共包含 8 个节点、18 个自由度, 其中包含线性自由度 6 个(叶尖节点)、非线性自由度 12 个(缘板及阻尼节点), 远低于其对应的真实涡轮叶片高保真有限元模型(见图 4(b))的自由度数量(总自由度大于 10^4 , 非线性自由度大于 10^2)。

非定常流场环境下, 涡轮叶片表面分布式气动激振力的预测精度显著受限于流体域扇区缩放(sector scaling)与流固耦合界面数据映射(CFD-FE mapping)所引入的数值不确定性^[48]。鉴于此, 气动弹性力学分析中的常规处理策略是基于模态投影方法, 将 CFD 计算所得的流体网格节点力投影至叶片有限元模型的对应模态振型上以获取广义模态力, 并将其作为等效集中载荷施加于特定节点位置^[49]。综合考虑工程实验复现的便捷性与激励施加的可控性, 本研究在涡轮叶片有限元模型的叶身 50% 展长处施加单点激振力 F (后文中叶片所受激振力水平均指该值), 并选取叶尖节点作为振动响应的监测点。随后, 基于集中载荷与节点力做功一致性原则, 将单点激励等效转化为

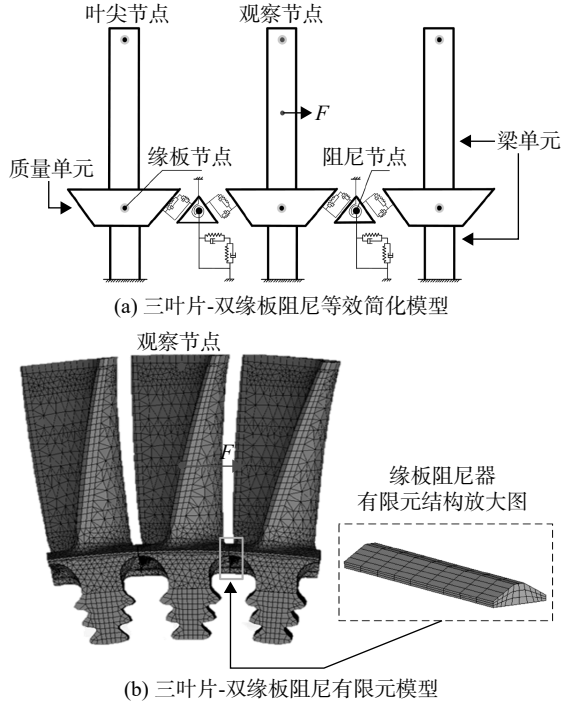


图 4 等效模型与有限元模型对比

Fig. 4 Comparison of equivalent model and finite element method

本文参数化模型中定义的叶尖与缘板两处关键节点的激振力向量,具体表达式为:

$$P\delta w(y) = \delta w_{\text{node}}(y)^T f_{\text{ext}} \quad (10)$$

其中左式为集中力产生的虚功,右式为等效节点力产生的虚功, y 是集中载荷施加位置与缘板节点距离, $\delta w(y)$ 是局部虚位移, $\delta w_{\text{node}}(y)$ 是节点虚位移向量, f_{ext} 是等效节点激振力向量。最终推导得到等效节点力为:

$$f_{\text{ext}} = N^T(y) F \quad (11)$$

其中 $N(y)$ 是梁单元形函数向量。后续模型验证与缘板阻尼参数优化均选用该模型计算。系统时域动力学方程组为:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + K(x) + f_{\text{nl}}(x, \dot{x}, t) = f_{\text{ext}}(t) \quad (12)$$

其中 f_{nl} 为干摩擦界面的非线性力向量,受系统位移和速度的影响。 M 、 C 和 K 为系统结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,由等效梁模型和阻尼模型子结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,按线自由度顺序拼接得到,具体表达式为:

$$\begin{aligned} M &= \text{diag}[M_b, M_b, M_b, M_d, M_d] \\ K &= \text{diag}[K_b, K_b, K_b, K_d, K_d] \\ C &= \eta M + \zeta K \end{aligned} \quad (13)$$

其中 η 和 ζ 是比例阻尼系数。由于涡轮叶片在流场中受周期性激励,稳态分析中的非线性力和自由度位移也具有周期性质,将式(12)中时域变量写为傅里叶级数形式,并保留前 N_h 谐波阶次,可以得到 $N_h + 1$ 阶谐波平衡方程组

$$\sum_{n=0}^{N_h} (H^{(n)} X^{(n)} + F_{\text{nl}}^{(n)} - F_e^{(n)}) = 0 \quad (14)$$

其中 $H^{(n)}$ 是第 n 阶动态刚度矩阵,具体形式为:

$$H^{(n)} = -(n\omega)^2 M + jn\omega C + K \quad (15)$$

式(14)中各阶次谐波中的非线性力项 $F_{\text{nl}}^{(n)}$ 需要通过时频转换技术得到。首先在时域中给出预设位移移 $x(t)$,并根据文中第1.2节接触力学本构模型得到一个时域周期的非线性力 $f_{\text{nl}}(x, \dot{x}, t)$,再通过傅里叶变换转换到频域得到 F_{nl} ,随后代入非线性代数方程组求解得到稳态响应 X 。通常情况下,一次迭代求得的解并非最终稳态解,需要采用逆傅里叶变换再获得系统时域的周期解重新求解非线性力,经多次迭代直至收敛为止。具体计算过程可参考文献[45]。

采用牛顿拉夫逊迭代法求解含摩擦非线性的多谐波方程(式(14)),存在求解效率低、收敛性差等问题。为此,采用动态凝聚和接触对相对位移格式获得减缩模型,可将非线性代数方程的维度降低为132($N_h=5$)。利用解析雅可比矩阵,替代有限差分法计算雅可比矩阵,显著提升算法收敛性与计算效率[50]。以上数值辅助增强计算方法具体可参考[12,19]。

1.4 三叶片-双缘板阻尼器模型验证

采用两侧夹角为 $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$ 的对称平底楔形缘板阻尼器进行模型验证。首先利用前述等效方法构建三叶片-双缘板阻尼器等效模型,随后建立系统有限元模型。为严格匹配等效模型的单节点接触力学本构关系,有限元模型中摩擦接触面的力学行为也仅由位于其中心位置的一个节点接触对予以表征。

涡轮叶片和阻尼器材料均为高温镍基合金,其材料参数包括弹性模量 E 、泊松比 ν 、密度 ρ ,界面接触参数包括摩擦因子 μ 、切向接触刚度 k_t 、法向接触刚度 k_n ,其具体取值如表1所示。

分别计算两个模型的1阶弯曲固有频率和振型的相似因子(modal assurance criterion, MAC, 量符号记为 f_{MAC}),计算公式为:

表 1 算例参数
Table 1 Case parameters

参数	数值
ν	0.344
$E/10^{11}$ Pa	1.315
$\rho/(\text{kg/m}^3)$	8 780
$k_t/10^7$ (N/m)	1
$k_n/10^7$ (N/m)	1.4
μ	0.2

$$f_{\text{MAC}} = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_j^T \phi_j)} \quad (16)$$

其中 ϕ_i 和 ϕ_j 分别是高保真有限元模型和参数化等效模型的模态振型向量,最终计算得到振型相似度 MAC 为 0.99。等效模型 1 阶固有频率为 813.4 Hz,真实有限元模型 1 阶频率 813.2 Hz,两者结果一致。以上结果表明该参数化等效模型能够有效再现涡轮叶片的 1 阶弯曲模态下的动力学行为。

在振动响应分析上,外部激振力 F 的幅值恒定为 10 N,通过改变施加在缘板阻尼器上的离心力 P ,分别计算在无阻尼的线性状态下,以及带缘板阻尼作用的界面纯阻滞($p = 1\,000$ N)、最优正压力状态($p = 100$ N)和次阻滞状态($p = 120$ N)下,高保真有限元模型与参数化等效模型的幅频响应曲线,得到的结果如图 5 所示。其中,实线为等效模型的响应结果,虚线为高保真有限元模型的响应计算结果。各离心力状态下两模型最大位移响应幅值偏差为 2%,对应共振频率偏差低于 0.1%。

通过对比高保真有限元模型计算结果,本文所提出的参数化等效模型在 1 阶弯曲模态频率、

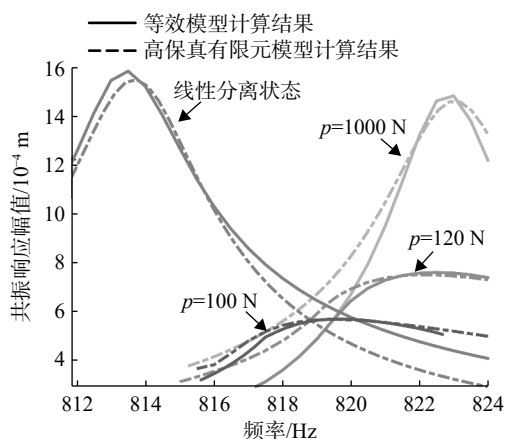


图 5 两模型强迫响应曲线族

Fig. 5 Forced response curves of the two models

振型相似因子及非线性强迫响应峰值上均表现出高度一致性,表明了等效模型对系统非线性动力学行为预测的有效性,可以作为后续阻尼参数优化的计算模型使用。

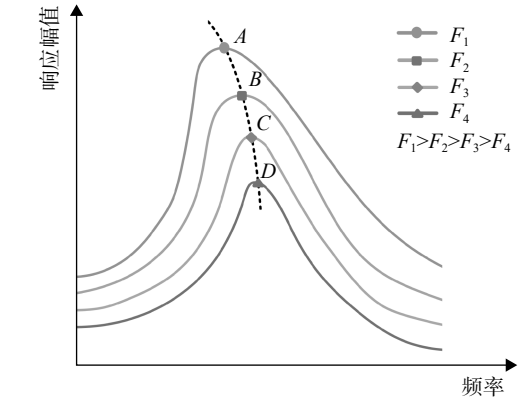
2 缘板阻尼参数解耦优化方法

2.1 阻尼器设计参数的影响规律分析

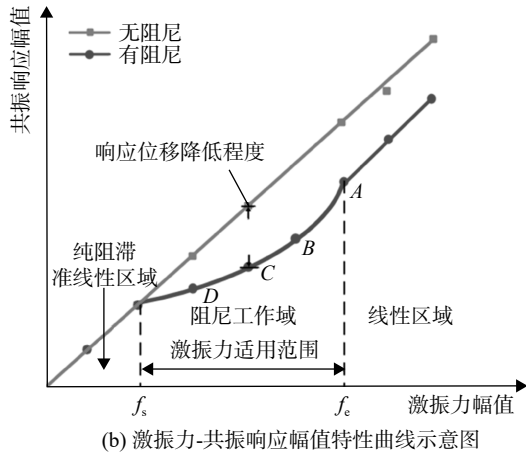
缘板阻尼器的减振性能受多种参数耦合影响^[12],主要包括:三维轮廓尺寸、与缘板接触界面倾角等几何尺寸^[14],弹性模量、密度等材料参数^[51],接触刚度、摩擦因数等接触力学参数^[52]以及转速、激振力幅值与频率范围等外部工况参数^[13]。现有研究表明^[53],接触力学参数虽对减振效果具有显著影响,但其数值往往存在不确定性^[42],易受表面状态及热载荷等因素干扰。将其作为直接优化对象在工程上缺乏可行性,且易导致设计方案因特定摩擦状态过拟合而丧失稳健性^[25];外部工况参数随发动机实际运行状态变化,属于不可控变量;材料属性与表面处理工艺通常受限于耐温、耐磨及疲劳寿命等多学科设计要求而被预先锁定,不宜作为优化变量。缘板倾斜角与阻尼器质量物理意义明确、易于精确调控,且彼此相互独立,可作为阻尼器的关键设计参数对象。

采用激振力-共振响应幅值特性曲线来表征阻尼器的减振效果,并评估界面倾斜角与阻尼器质量对减振性能的影响规律。以激振力幅值为单一变量,其幅频曲线族示意图如图 6(a)所示。扩大激振力取值范围,并提取其响应峰值点,即可得到涡轮叶片的激振力-共振响应幅值特性曲线,其示意图如图 6(b)所示,是在评估不同结构阻尼性能的常用特性曲线^[13]。A、B、C、D 分别是激振力幅值为 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 对应响应曲线的最大共振响应幅值点。 f_s 和 f_e 是阻尼工作域对应激振力范围的边界激振力幅值。其中,定义在无阻力作用下,系统响应幅频曲线的阻尼比为基准值;伴随激振力幅值增加,系统阻尼比首次超越基准值所对应的激振力幅值为 f_s ,代表着界面产生滑移,出现摩擦耗能现象;当激振力幅值进一步提高,导致干摩擦阻尼效果被覆盖,系统阻尼比收敛为恒定值时,定义此刻的激振力幅值为 f_e 。

从图 6(b)可以看出,当激振力幅值属于区间 $[f_s, f_e]$ 时,相比无阻力状态叶片强迫响应幅值明显降低,定义该区域为“缘板阻尼工作域”。显然,扩大其“宽度”(激振力适用范围)与“深度”(响应位



(a) 强迫响应曲线簇示意图



(b) 激振力-共振响应幅值特性曲线示意图

图6 减振效果示意图

Fig. 6 Schematic illustration of the vibration reduction effect

移幅值降低比率)是缘板阻尼参数优化的目标;当激振力幅值不属于区间 $[f_s, f_e]$ 时,响应位移随激振力幅值的增大而重新呈现线性化,缘板阻尼的减振效果因结构过大的振动而被近似忽略。

2.1.1 缘板倾斜角的影响规律

选取一侧接触角为 90° 的非对称缘板阻尼器为研究对象,通过改变另一侧缘板倾斜角,探究阻尼几何构型对减振效果的影响。为突出表示不同阻尼几何构型,激振力-共振响应幅值特性曲线“缘板阻尼工作域”的区别,绘制以对数形式激振力幅值为横坐标的激振力-共振响应幅值特征曲线,如图7所示。

图7中, a 对应激振力幅值区间为 $[60 \text{ N}, 100 \text{ N}]$, b 对应激振力幅值区间为 $[40 \text{ N}, 120 \text{ N}]$ 。 $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ 的几何构型(记为 $20^\circ/90^\circ$)缘板阻尼,响应位移最大降低程度是40%。 $\alpha_1 = 40^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ 的几何构型(记为 $40^\circ/90^\circ$)缘板阻尼,响应位移降低最大程度是56%。可以看出,缘板倾斜角对阻尼工作域有决定性影响,其优化取值可显著拓展工作域的宽度(提升33%)与深度(提升40%),表明了

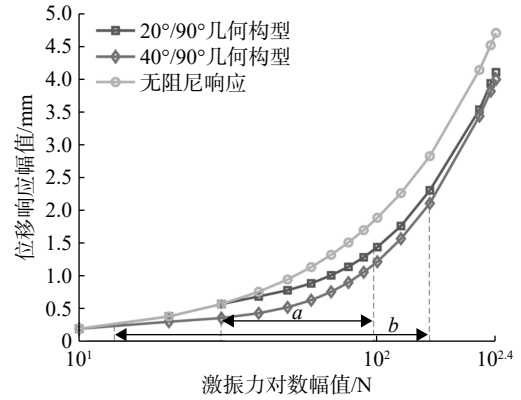


图7 缘板倾斜角对减振效果影响

Fig. 7 Influence of the contact angle on vibration reduction effectiveness

该参数在提升缘板阻尼减振性能中的关键作用。

2.1.2 阻尼器质量的影响规律

以阻尼质量 m 为唯一变量,得到激振力-共振响应幅值特性曲线,如图8(a)所示。为突出各激振力作用下阻尼器相比线性响应位移降低程度,以减振幅度(位移降低值/无阻尼响应位移值)代替响应位移幅值为纵坐标,绘制减振幅度-响应位移曲线,如图8(b)所示。

从图8可以看出,伴随阻尼质量增加,叶片响应位移幅值最大降低比率保持64.3%不变,激振力适用范围略有提升,但整体变化不大。阻尼工作域在激振力横轴上的位置,随阻尼质量增加适用激振力范围从 $5 \sim 40 \text{ N}$ 变化到 $20 \sim 80 \text{ N}$,是阻尼质量对叶片振动响应的主要影响形式。因此通过调节阻尼器质量,可以改变阻尼工作域位置,适应不同发动机流场激振力分布条件。

2.2 减振性能多维度表征方法

基于参数影响分析中对缘板阻尼减振性能的“深度”、“宽度”和“位置”的考量,本文提出3个无量纲指标定量表征阻尼器的减振能力。指标1是“减振幅度”(reduction degree, 量符号记为 κ),表征激振力-共振幅值曲线中,使非线性响应相对无阻尼线性响应降幅最大的激振力幅值 f_0 作用下所产生的幅值降低程度,对应“缘板阻尼工作域”深度,计算公式为

$$\kappa = \frac{x_0 - x_d}{x_0} \times 100\% \quad (17)$$

其中 x_0 是激振力幅值为 f_0 时,无阻尼线性振动叶尖响应位移。 x_d 是激振力幅值为 f_0 时,装配缘板阻尼后的最佳叶尖响应位移。

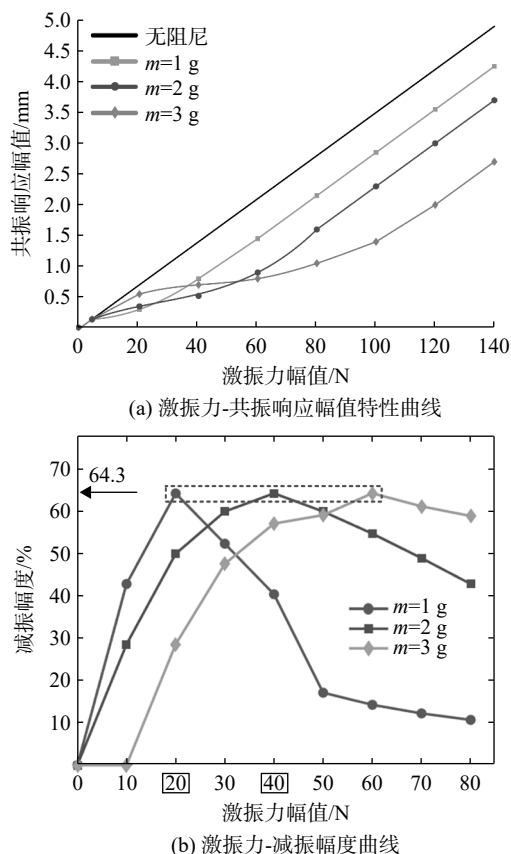


图 8 阻尼质量对减振效果影响规律

Fig. 8 Effect of damper mass on vibration reduction

由于阻尼器所受离心力与激振力存在一致性关系,即阻尼块所受离心力与激振力等比例变化,摩擦界面的接触状态不变^[30]。因此在使用阻尼比标定 f_s 和 f_e ,反映不同质量的缘板阻尼器激振力适用范围时,需考虑阻尼质量带来的离心力变化。本文定义“适用激振域宽度”(domain width, 量符号记为 χ)为第2个无量纲指标,表征缘板阻尼器适用激振力幅值范围相对阻尼器离心力水平,对应“缘板阻尼工作域”宽度,计算公式为

$$\chi = \frac{f_e - f_s}{P} \quad (18)$$

指标 3 是“适用激振域重合度”(coincidence degree, 量符号记为 γ),表征航空发动机流场激振力平均幅值 $\overline{f_{ext}}$ 与激振力幅值 f_o 的接近程度,对应“缘板阻尼工作域”位置与流场平均激振力水平重合度,计算公式为

$$\gamma = \begin{cases} \frac{\overline{f_{ext}}}{f_o} \times 100\% & f_o > \overline{f_{ext}} \\ \frac{f_o}{\overline{f_{ext}}} \times 100\% & f_o < \overline{f_{ext}} \end{cases} \quad (19)$$

2.3 参数解耦的优化设计方法

基于参数影响规律分析结果,缘板倾斜角和质量是阻尼器的核心设计参数。优化缘板倾斜角可有效提升“减振幅度”与“适用激振域宽度”,从而提升抑制强迫振动响应幅值效果,扩大阻尼器适用的激振力范围,降低涡轮叶片的动态应力水平,并延长其工作寿命。阻尼质量对减振幅度与适用激振域宽度影响较小,但可调节“适用激振域重合度”,确保“缘板阻尼工作域”充分覆盖特定航空发动机流场的激振力分布区间。据此本文提出,首先优化缘板倾斜角,随后根据发动机流场激振力分布区间,优化阻尼质量的缘板阻尼器参数解耦设计方法。在此给出,包含优化前系统建模、计算及后续阻尼参数优化的流程图和减振优化效果,如图 9 所示。

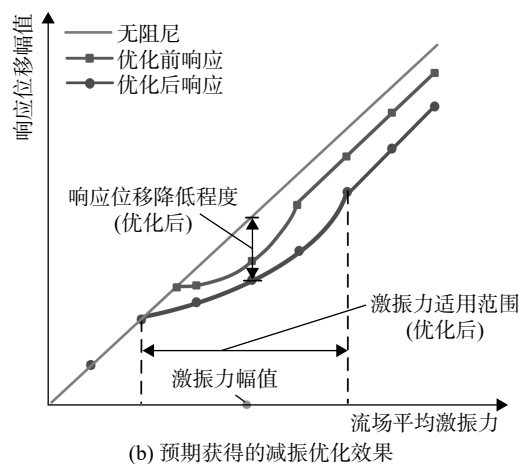
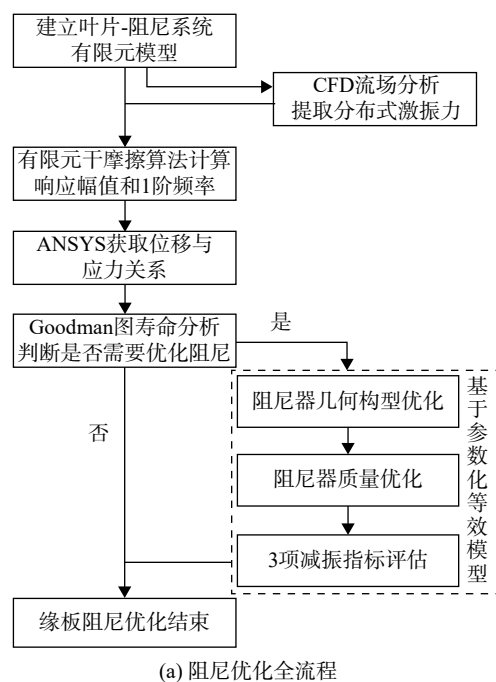


图 9 阻尼器优化流程及效果

Fig. 9 Damper parameter optimization process and effect

2.4 阻尼器参数优化算法

基于前述影响规律分析结论, 缘板倾斜角决定“减振幅度”与“适用激振域宽度”, 阻尼质量主要决定“适用激振域重合度”。因此阻尼器缘板倾斜角优化属于多目标同步优化问题。

帕累托优化算法源于多目标优化问题中寻求非支配解集的核心思想, 其本质是在多个相互冲突的目标之间寻找一组最优权衡解^[54]。该类算法并不输出单一解, 而是提供一系列可供决策者选择的候选方案, 构成帕累托前沿, 因此被本文选作缘板阻尼器参数优化核心算法。该算法中, 个体选择机制至关重要, 涉及核心公式

$$p_i = \frac{f(x_i^{(t)})}{\sum_{j=1}^N f(x_j^{(t)})} \tag{20}$$

其中 $x_i^{(t)}$ 表示第 t 代种群中第 i 个个体, p_i 为该个体被选择的几率, 显然该概率公式确保适应度更高的个体拥有更大的被选中概率, 从而引导种群朝帕累托前沿方向进化。根据帕累托算法特点与缘板阻尼器参数解耦设计方法, 制定参数优化算法结构如表 2 所示。

表 2 多目标参数优化方法	
Table 2 Multi-objective optimization method	
优化参数名称	目标函数
缘板倾斜角	减振幅度、适用激振域宽度
阻尼器质量	适用激振域重合度

3 优化算例

实际工程中出于对气密性、装配难度的综合考虑, 常采用一侧底角为 90°(即具有竖直界面)的非对称型缘板阻尼器^[55]。本次研究选用几何构型为 $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$, 质量为 5 g 的非对称阻尼器作为被优化对象, 对其质量与几何参数展开优化分析。设定流场对应激振力幅值 $F = 40$ N, 激励频率覆盖 1 阶弯曲固有频率范围。

利用文中第 2.4 节的帕累托多目标遗传算法对缘板接触界面一侧倾斜角进行优化, 以“减振幅度”、“适用激振域宽度”为目标函数, 通过 2 次种群进化, 对 14 组缘板倾斜角样本进行强迫响应分析, 得到 3 组优化后的帕累托前沿、减振幅度和激振域宽度指标结果, 如表 3 所示。

表 3 几何优化结果		
Table 3 Geometric optimization results		
缘板接触面倾斜角 帕累托解集/(°)	减振幅度/%	适用激振域 宽度
56.8	64.20	1.88
59.78	64.08	3.48
60.15	64.01	3.70

基于多目标遗传算法计算得到的帕累托前沿共包含 3 个非支配解, 表明减振幅度与适用激振域宽度两项指标之间存在明显的权衡关系。在本次算例中, 综合两指标选择 $\alpha_1 = 59.78^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ 为阻尼器几何构型方案。为清晰展示遗传算法迭代过程中设计参数的进化规律, 图 10 提供了完整的参数优化可视化路径。通过将帕累托解集映射至图 10 相应位置可知, 前沿中的 3 个解分别对应其中一项目标函数的最优值及综合性能最优值, 从而验证了所采用多目标参数优化算法的有效性与鲁棒性。

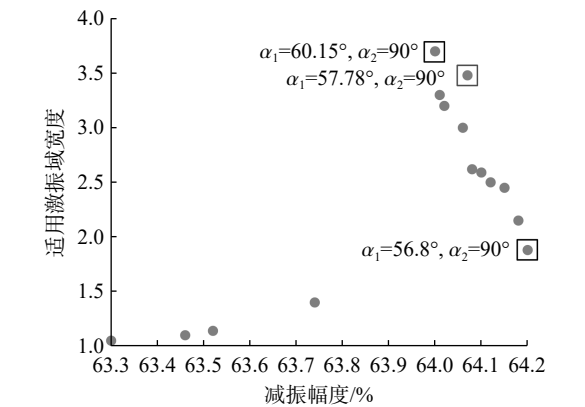


图 10 几何参数进化路径
Fig. 10 Evolution path of the geometric parameter

在给定的流场对应激振力幅值 $F = 40$ N条件下, 及确定了缘板阻尼器几何形状的基础上, 针对“适用激振域重合度”为单一目标函数进行质量优化。通过 2 次种群进化, 对 16 个阻尼质量样本进行强迫响应分析, 得到最佳阻尼质量为 3.38 g, 获得了最佳“适用激振域重合度”值 98.5%。质量参数进化趋势, 如图 11 所示。

对优化前后缘板阻尼器减振性能进行对比, 所得到的叶片在不同激振力下振动响应特性曲线如图 12(a)所示。可以看出, 优化后的叶片激振力-共振响应幅值特性曲线在平均激振力幅值 40 N 作用下较初始阻尼曲线响应位移显著降低,

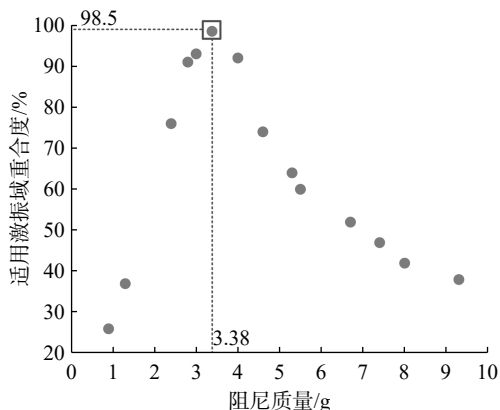


图 11 质量参数进化路径

Fig. 11 Evolution path of the damper mass

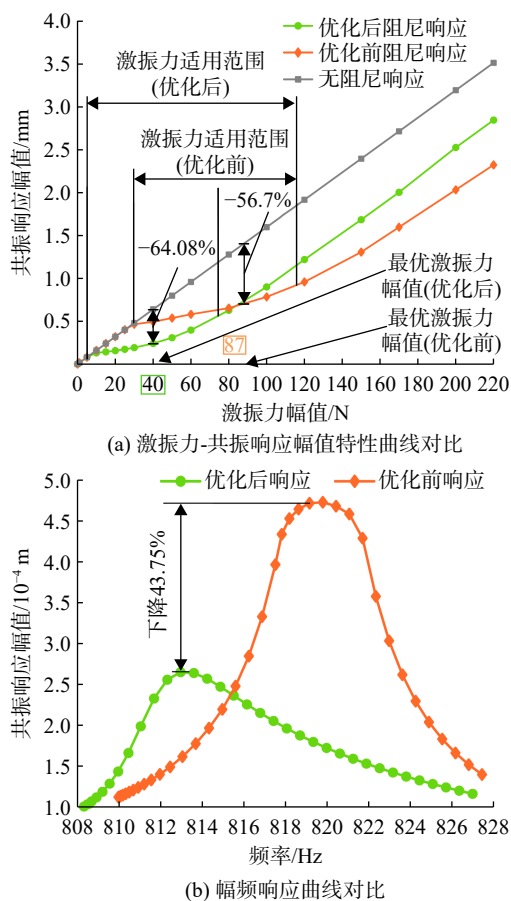


图 12 优化前后减振效果对比

Fig. 12 Comparison of vibration reduction performance before and after optimization

无量纲指标“减振幅度”由优化前的 56.7% 优化到 64.08%，相对提升了 13%。两曲线在激振力适用范围上比较接近，但优化后阻尼质量显著降低，因此无量纲指标“适用激振域宽度”从 2.52 优化到 3.48（对应激振力的覆盖范围是 5~80 N），相对提升 38%。优化后曲线的“缘板阻尼工作域”覆盖

了给定的流场平均激振力幅值，无量纲指标“适用激振域位置”从 45.9% 优化到 98.5%（最佳激振力幅值由 87 N，优化至 40.6 N，显著提升了匹配程度），相对提升 114.6%。此外，给出了目标流场激振力水平下，优化前后阻尼器幅频响应曲线，如图 12(b) 所示。其中，阻尼器优化后系统的共振响应幅值从 0.48 mm 降至 0.27 mm，相对降幅达 43.75%。以上结果验证了所提出的缘板阻尼器质量-几何解耦优化设计方法的有效性。

4 结 论

本文针对航空发动机涡轮叶片缘板阻尼器设计中存在的多目标优化机理不清与高保真模型计算效率低的难题，提出了一种基于参数化等效模型的几何与质量解耦优化设计方法，针对某三叶片-双缘板阻尼系统，系统性开展了模型验证、影响机理与优化分析，主要结论如下：

1) 所发展的缘板阻尼参数化等效建模方法在显著降低了模型自由度与计算成本的同时，保持了较高的动力学预测精度，一弯模态下叶片的振型 MAC 达 0.99，共振峰响应幅值相对误差小于 2%，固有频率误差小于 0.1%。

2) 提出了以“减振幅度”、“适用激振域宽度”和“适用激振域重合度”为核心的无量纲评价指标，实现了对缘板阻尼器减振性能深度、宽度及与工况匹配度的多维度量表征。

3) 揭示了缘板阻尼器关键设计参数对减振性能的差异化影响规律：缘板接触倾角是决定减振性能上限（阻尼工作域的深度与宽度）的主导因素；而阻尼器质量则主要调控阻尼工作域在激振力谱中的位置，决定了其与不同工况下流场激励的匹配度。

4) 提出了“先几何、后质量”的参数解耦优化设计方法。计算结果表明，该方法能显著提升阻尼器的综合减振性能与工况适应性。优化后阻尼器的减振幅度、适用激振域宽度及重合度分别提升了 13%、38% 和 114.6%；在目标工况的激励幅值下，叶片的一弯共振响应幅值降低了 43.75%。

参考文献：

- [1] 王培屹. 航空发动机叶盘结构流致振动抑制的理论研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2014.
WANG Peiyi. Research on vibration suppression theory of bladed disk of aeroengine under fluid excitation[D]. Beijing: Beihang Uni-

- versity, 2014. (in Chinese)
- [2] SRINIVASAN A V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119(4): 742-775.
- [3] FATHYUNES L, MOHTADI-BONAB M A. A review on the corrosion and fatigue failure of gas turbines[J]. *Metals*, 2023, 13(4): 701-727.
- [4] YANG Xiaoguang, WANG Menglei, SHI Duoqi, et al. A multi-scale framework for life reduction assessment of turbine blade caused by microstructural degradation[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(1): 186-200.
- [5] 李其汉, 王延荣, 王建军. 航空发动机叶片高循环疲劳失效研究[J]. *航空发动机*, 2003, 29(4): 16-18, 41.
- LI Qihan, WANG Yanrong, WANG Jianjun. Investigation of high cycle fatigue failures for the aero engine blades[J]. *Aeroengine*, 2003, 29(4): 16-18, 41. (in Chinese)
- [6] 李琳, 刘久周, 李超. 航空发动机中的干摩擦阻尼器及其设计技术研究进展[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(10): 2305-2317.
- LI Lin, LIU Jiuzhou, LI Chao. Review of the dry friction dampers in aero-engine and their design technologies[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(10): 2305-2317. (in Chinese)
- [7] QIN Fei, CHEN Liming, LI Ying, et al. Fundamental frequencies of turbine blades with geometry mismatch in fir-tree attachments[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(3): 512-516.
- [8] GOLA M M, GASTALDI C. Understanding complexities in underplatform damper mechanics[C]//V Proceedings of SME Turbo Expo: Power for Land, Sea and Air. Düsseldorf, Germany: ASME, 2014: V07AT34A002.
- [9] SANLITURK K Y, EWINS D J. Modelling two-dimensional friction contact and its application using harmonic balance method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 193(2): 511-523.
- [10] SANLITURK K Y, EWINS D J, STANBRIDGE A B. Underplatform dampers for turbine blades: theoretical modeling, analysis, and comparison with experimental data[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 123(4): 919-929.
- [11] PESARESI L, SALLES L, JONES A, et al. Modelling the nonlinear behaviour of an underplatform damper test rig for turbine applications[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 85: 662-679.
- [12] 李琳, 高钱, 吴亚光, 等. 考虑参数关联的缘板阻尼器减振性能分析[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(8): 1657-1668.
- LI Lin, GAO Qian, WU Yaguang, et al. On the vibration reduction performance of underplatform dampers considering parameter correlation[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(8): 1657-1668. (in Chinese)
- [13] 阳刚, 周标, 臧朝平, 等. 缘板阻尼结构减振特性的影响因素分析[J]. *航空动力学报*, 2019, 34(1): 115-124.
- YANG Gang, ZHOU Biao, ZANG Chaoping, et al. Analysis of effect factors on damping characteristics for underplatform dampers[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(1): 115-124. (in Chinese)
- [14] PETROV E P, EWINS D J. Advanced modeling of underplatform friction dampers for analysis of bladed disk vibration[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2007, 129(1): 143-150.
- [15] GAO Q, FAN Y, WU Y G, et al. Insight into the influence of frictional heat on the modal characteristics and interface temperature of frictionally damped turbine blades[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2024, 581: 118410.
- [16] GAO Qian, FAN Yu, WU Yaguang, et al. A harmonic balance-based method to predict nonlinear forced response and temperature rise of dry friction systems including frictional heat transfer[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111(15): 14263-14291.
- [17] POUDOU O J. Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems [D]. Ann Arbor, US: University of Michigan, 2007.
- [18] AMSALLEM D, HAASDONK B. PEBL-ROM: Projection-error based local reduced-order models[J]. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 2016, 3(1): 1-25.
- [19] 高钱, 李琳, 吴亚光, 等. 考虑盘片耦合的缘板阻尼器减振性能分析方法[J]. *推进技术*, 2022, 43(7): 210034.
- GAO Qian, LI Lin, WU Yaguang, et al. Vibration reduction performance of underplatform dampers considering blade-disk coupling[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(7): 210034. (in Chinese)
- [20] GOODMAN L E, KLUMPP J H. Analysis of slip damping with reference to turbine-blade vibration[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1956, 23(3): 421-429.
- [21] 孙业凯, 吴亚光, 王兴, 等. 叶片/叶盘摩擦阻尼结构的非线性模态分析综述[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(10): 2167-2187.
- SUN Yekai, WU Yaguang, WANG Xing, et al. Review of nonlinear modal analysis in friction damping structures of blades/blade disks[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(10): 2167-2187. (in Chinese)
- [22] DOKAINISH M A, SUBBARAJ K. A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics: I explicit methods[J]. *Computers and Structures*, 1989, 32(6): 1371-1386.
- [23] FAN Yu, LIU Jiale, WU Yaguang, et al. A static/dynamic coupled harmonic balance method for dry friction systems containing rigid body modes[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2025, 147(4): 041014.
- [24] SUN He, ZHANG Dayi, WU Yaguang, et al. A semi-analytical multi-harmonic balance method on full-3D contact model for dynamic analysis of dry friction systems[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(2): 309-329.
- [25] YUAN Jie, FANTETTI A, DENIMAL E, et al. Propagation of friction parameter uncertainties in the nonlinear dynamic response of turbine blades with underplatform dampers[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 156: 107673.
- [26] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P, EWINS D J. Effects of contact interface parameters on vibration of turbine bladed disks with underplatform dampers[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(3): 032507.
- [27] MARIA C, ZUCC S. Modelling friction contacts in structural dynamics and its application to turbine bladed disks[J]. *Numerical Analysis-Theory and Application*, 2011, 14: 301-334.
- [28] FIRRONE C M, ZUCCA S, GOLA M M. The effect of underplatform dampers on the forced response of bladed disks by a coupled static/dynamic harmonic balance method[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2011, 46(2): 363-375.
- [29] FIRRONE C M, ZUCCA S. Underplatform dampers for turbine blades: The effect of damper static balance on the blade dynamics[J]. *Mechanics Research Communications*, 2009, 36(4): 515-522.

- [30] YUAN Jie, GASTALDI C, DENIMAL GOY E, et al. Friction damping for turbomachinery: a comprehensive review of modelling, design strategies, and testing capabilities[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2024, 147: 101018.
- [31] CHA D, SINHA A. Computation of the optimal normal load of a friction damper under different types of excitation[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2003, 125(4): 1042-1049.
- [32] WU Y G, CHEN J B, FAN Y, et al. An MFC-based friction damper with adjustable normal force: conception, modelling, and experiment[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2024, 215: 111450.
- [33] WU Y G, LI L, FAN Y, et al. Design of semi-active dry friction dampers for steady-state vibration: sensitivity analysis and experimental studies[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 459: 114850.
- [34] MA H Y, LI L, WU Y G, et al. Design of dry friction dampers for thin-walled structures by an accelerated dynamic Lagrange method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 489: 115550.
- [35] SUN Yekai, YUAN Jie, PESARESI L, et al. Parametric study and uncertainty quantification of the nonlinear modal properties of frictional dampers[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2020, 142(5): 051102.
- [36] GAO Q, FAN Y, WU Y G, et al. A novel test apparatus to study the mechanism of harmonic normal force on fretting wear[J]. *Tri-bology International*, 2024, 191: 109091.
- [37] FAN Yu, WANG Jing, FAN Huiru, et al. A fretting wear test rig with time-varying normal force based on closed-loop controlled piezoelectric actuator[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. London, UK: ASME, 2024: V10BT27A017.
- [38] PESARESI L, ARMAND J, SCHWINGSHACKL C W, et al. An advanced underplatform damper modelling approach based on a microslip contact model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 436: 327-340.
- [39] PANNING L, SEXTRO W, POPP K. Optimization of the contact geometry between turbine blades and underplatform dampers with respect to friction damping[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. New York, US: ASME, 2002: 991-1002.
- [40] DENIMAL E, WONG C, SALLES L, et al. On the efficiency of a conical underplatform damper for turbines[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2021, 143(2): 021020.
- [41] GAGNON L, MORANDINI M, GHIRINGHELLI G L. A review of friction damping modeling and testing[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2020, 90(1): 107-126.
- [42] PANNING L, SEXTRO W, POPP K. Optimization of interblade friction damper design[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. Tampa, US: ASME, 2000: V004T03A068.
- [43] PETROV E P, EWINS D J. Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed disks[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2003, 125(2): 364-371.
- [44] DENIMAL E, RENSON L, WONG C, et al. Topology optimisation of friction under-platform dampers using moving morphable components and the efficient global optimization algorithm[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2022, 65(2): 56.
- [45] CAMERON T M, GRIFFIN J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1989, 56(1): 149-154.
- [46] GOLA M M. A general geometrical theory of turbine blade underplatform asymmetric dampers[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 191: 110167.
- [47] ZHANG Dayi, GAO Bin, HONG Jie, et al. Experimental investigation on dynamic response of flat blades with underplatform dampers[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32(12): 2667-2678.
- [48] ELLIOT R D, SAYMA A I, IMREGUN M. Aeromechanical design of damped high pressure turbine blades subject to low engine order forcing: RTO-MP-AVT-121[R]. [S. l.]: RTO 2005.
- [49] MAYORCA M A. Numerical methods for turbomachinery aeromechanical predictions[D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology, 2011.
- [50] AFZAL M, ARTEAGA I L, KARI L. An analytical calculation of the Jacobian matrix for 3D friction contact model applied to turbine blade shroud contact[J]. *Computers & Structures*, 2016, 177: 204-217.
- [51] GASTALDI C, GROSSI E, BERRUTI T M. On the choice of contact parameters for the forced response calculation of a bladed disk with underplatform dampers[J]. *Journal of the Global Power and Propulsion Society*, 2017, 1: 1-15.
- [52] GASTALDI C, GOLA M M. Criteria for best performance of pre-optimized solid dampers[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. Oslo, Norway: ASME, 2018: V07CT35A019.
- [53] KRACK M, HERZOG A, PANNING-VON SCHEIDT L, et al. Multiharmonic analysis and design of shroud friction joints of bladed disks subject to microslip[C]//Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Washington, US: ASME, 2012: 1083-1092.
- [54] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [55] PANNING L, POPP K, SEXTRO W, et al. Asymmetrical underplatform dampers in gas turbine bladings: theory and application[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. New Orleans, US: ASME, 2004: 269-280.

(编辑: 王碧琚)

附录 A

根据梁单元模型及其组集方法, 直接给出梁模型质量、刚度、阻尼矩阵为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_b = & \begin{bmatrix} \frac{156\rho A_1 l_1}{420} + \frac{156\rho A_2 l_2}{420} + m_p & \frac{-22\rho A_1 l_1^2}{420} + \frac{22\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{54\rho A_2 l_2}{420} & \frac{-13\rho A_2 l_2^2}{420} \\ \frac{-22\rho A_1 l_1^2}{420} + \frac{22\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{4\rho A_1 l_1^3}{420} + \frac{4\rho A_2 l_2^3}{420} + I_p & \frac{13\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{-3\rho A_2 l_2^3}{420} \\ \frac{54\rho A_2 l_2}{420} & \frac{13\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{156\rho A_2 l_2}{420} & \frac{-22\rho A_2 l_2^2}{420} \\ \frac{-13\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{-3\rho A_2 l_2^3}{420} & \frac{-22\rho A_2 l_2^2}{420} & \frac{4\rho A_2 l_2^3}{420} \end{bmatrix} \\
\mathbf{K}_b = & \begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{l_1^3} + \frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{-6EI_1}{l_1^3} + \frac{6EI_2}{l_2^3} & \frac{-12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^3} \\ \frac{-6EI_1}{l_1^3} + \frac{6EI_2}{l_2^3} & \frac{4EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2} & \frac{-6EI_2}{l_2^3} & \frac{2EI_2}{l_2} \\ \frac{-12EI_2}{l_2^3} & \frac{-6EI_2}{l_2^3} & \frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{-6EI_2}{l_2^3} \\ \frac{6EI_2}{l_2^3} & \frac{2EI_2}{l_2} & \frac{-6EI_2}{l_2^3} & \frac{4EI_2}{l_2} \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_b = & \alpha \mathbf{M}_b + \beta \mathbf{K}_b
\end{aligned} \tag{A1}$$

附录 B

基于附录 A 给出的 4×4 维度的梁模型刚度矩阵 $\mathbf{K}_b$ ，按照节点重新划分矩阵结构，得到梁模型静力学有限元方程，具体公式为

$$\mathbf{K}_b(I_1, I_2, l_1, l_2, E) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^* \tag{B1}$$

其中 $\mathbf{q}_1$ 与 $\mathbf{q}_2$ 是缘板节点与叶尖节点对应自由度，表达式为：

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}_1 &= [x_1, \theta_1]^T \\
\mathbf{q}_2 &= [x_2, \theta_2]^T
\end{aligned} \tag{B2}$$

对式(B1)进行静力凝聚，只保留叶尖节点自由度 $\mathbf{q}_2$ ，从而改写静力学关系为：

$$\begin{aligned}
\widehat{\mathbf{K}}(I_1, I_2, l_1, l_2, E) \mathbf{q}_2 &= \begin{bmatrix} f_2^{\text{real}} \\ 0 \end{bmatrix} \\
\widehat{\mathbf{K}} &= [\mathbf{K}_b]_{22} - [\mathbf{K}_b]_{21} [\mathbf{K}_b]_{11}^{-1} [\mathbf{K}_b]_{12}
\end{aligned} \tag{B3}$$

其中 $\widehat{\mathbf{K}}$ 的矩阵维度是 2×2 ，由于矩形截面梁惯性矩 $I \propto A^2$ ，因此梁单元 β 与 α 截面惯性矩有以下关系：

$$\begin{aligned}
I_2 &= r I_1 \\
r &= \left(\frac{A_2^{\text{real}}}{A_1^{\text{real}}} \right)^2
\end{aligned} \tag{B4}$$

其中 A_2^{real} 和 A_1^{real} 分别指涡轮叶片叶栅和叶根结构截面积的平均值。令 $\mathbf{q}_2 = [x_2^{\text{real}}, \theta_2]^T$ ，其中 x_2^{real} 是真实叶尖形变量，将 $\mathbf{q}_2$ 和式(B4)代入式(B3)可以得到：

$$\frac{1}{[\widehat{\mathbf{K}}^{-1}]_{11}(I_1, l_1, l_2, r, E)} = \frac{f_2^{\text{real}}}{x_2^{\text{real}}} \tag{B5}$$

其中 $[\widehat{\mathbf{K}}^{-1}]_{11}$ 仅包含未知变量 I_1 ，因此式(B5)可以等效写为式(3)形式，即 $I_1 = \frac{f_2^{\text{real}}}{x_2^{\text{real}}} R(l_1, l_2, E, r)$ 。