文章编号:1000-8055(2013)10-2202-07

# 基于动态吸振器的高超声速复合材料 壁板颤振抑制及其优化设计

赵海1,曹登庆1,龙 钢2

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院,哈尔滨 150001;

2. 西安现代控制技术研究所 陆航装备发展处,西安 710065)

**摘** 要:研究了动态吸振器对高超声速流中复合材料壁板颤振的抑制作用.将壁板和动态吸振器的相互 作用力描述为两者相对位移和相对速度的函数,利用 von-Karman 非线性应变-位移关系和 3 阶非线性活塞理 论,根据哈密顿原理和牛顿第二定律分别建立了壁板和动态吸振器的运动微分方程.采用模态假设法对系统 进行离散并进行数值模拟,对动态吸振器的安装位置进行了优化设计.数值计算结果表明:合理选择动态吸振 器参数可使壁板临界颤振动压提高 51.7%,同时可降低颤振后极限环振动的幅值.

关键 词:颤振抑制;动态吸振器;优化设计;活塞理论;气动弹性
 中图分类号: V215.3<sup>+</sup>4
 文献标志码: A

## Suppression of supersonic flutter of laminated composite panel using dynamic absorber device and its optimal design

ZHAO Hai<sup>1</sup>, CAO Deng-qing<sup>1</sup>, LONG Gang<sup>2</sup>

School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
 Development Office for Army Aviation's Armament,

Xi'an Modern Control Technology Research Institute, Xi'an 710065, China)

Abstract: The problem of suppression of supersonic flutter of laminated composite panel using dynamic absorber device was investigated. The interaction forces between the panel and the dynamic absorber device were expressed as the functions of relative displacement and velocity of the panel and the absorber. Based on the von-Karman nonlinear deflection panel theory and the 3rd-order nonlinear piston theory, the equations of motion of the panel and the absorber were established according to the Hamilton principle and the Newton second law of motion. Then the assumed modal method was adopted in the discrete procedure, and the numerical simulation was conducted. The coordinate of the absorber was optimized. The simulation results indicate that the critical flutter dynamic pressure can be enhanced by 51.7% under certain parameters of the absorber, and the amplitude of the limit cycle oscillation can also be suppressed.

Key words: flutter suppression; dynamic absorber device; optimal design; piston theory; aeroelastic

网络出版地址:

基金项目:国家自然科学基金(91216106);国家基础研究(2011CB711102)

作者简介:赵海(1985-),男,四川南充人,博士生,主要从事高超声速气动颤振研究.

壁板颤振是指飞行器壁板结构在超声速飞行 过程中由于惯性力、弹性力及超声速气流流经壁 板一侧表面引发的气动力共同作用下产生的一种 自激振动.颤振将引发壁板的大幅度横向振动并 可能导致结构的疲劳失效[1].由于振动幅值和应 力的急剧增大,可能导致飞行器在几秒钟之内发 生破坏<sup>[2]</sup>. 过去 60 年中很多学者采用不同的方法 对壁板颤振进行了研究, Dowell<sup>[3-4]</sup>对早期的壁板 颤振研究结果进行了详细的综述. Ibrahim 等<sup>[5]</sup> 根据颤振分析中采用的几何关系和气动力理论的 类型将壁板颤振分为4种类型,并给出了每一类 型的适用范围,近年来形状记忆合金<sup>[6-7]</sup>、电(磁) 致伸缩材料<sup>[8]</sup>和压电材料<sup>[1]</sup>等智能材料被广泛应 用于壁板颤振的主动/被动控制并取得了很好的 效果. Li 等<sup>[9-10]</sup>设计了一种位移和加速度反馈控 制策略,采用压电材料研究了四边简支壁板的颤 振控制.李道春等<sup>[11]</sup>基于状态依赖的 Riccati 方 程推导了非线性颤振控制律,有效地实现了对间 隙非线性二元机翼的颤振抑制.于明礼等[12]采用 超声电动机作为促动器实现了对含控制面翼段机 翼颤振的主动控制.张子健等[13]设计了混合灵敏 度 H<sub>∞</sub>鲁棒控制器并应用于二元机翼的颤振控 制,使临界颤振速度提高了12.2%.

近年来,一种名为 NES (nonlinear energy sink)的动态吸振装置被用于二元机翼极限环振 动的抑制<sup>[14-15]</sup>. NES系统采用悬挂的方式置于二 元机翼上、下翼面之间,主要由一个非线性弹簧, 一个结构阻尼器和一个质量块组成.目前鲜有关 于采用动态吸振器对高超声速飞行器壁板进行颤 振抑制的报道.本文通过在高超声速流中复合材 料壁板背风面安装动态吸振器,研究了其对壁板 颤振的抑制效果. 在建立壁板动力学模型时不仅 考虑了结构的几何非线性,同时还考虑了气动力 的非线性;将壁板与动态吸振器之间的相互作用 力描述为两者相对位移和相对速度的函数,运用 哈密顿原理和牛顿第二定律分别建立了壁板和动 态吸振器的运动微分方程.采用伽辽金方法将壁 板-动态吸振器的运动偏微分方程组离散为常微 分方程组,并采用4阶龙格-库塔法进行了数值模 拟.研究了动态吸振器参数对颤振抑制效果的影响 并对动态吸振器的安装位置进行了优化计算.

#### 高超声速气动力模型 1

考虑如图1所示壁板-动态吸振器模型,高超 声速流中的复合材料壁板的长、宽和高分别为 a,

b和h,坐标系定义如图 2 所示,图中的 1,2 分别 表示复合材料的两个主轴方向. 壁板上表面作用 有沿 x 正方向的高超声速气流, 动态吸振器悬挂 于壁板背风面(x\*,y\*,-h/2)处,由一个刚度系 数为k的线性弹簧、一个阻尼系数为c的黏性阻 尼器和一个质量为m的质量块构成.



壁板-动态吸振器模型 图 1 Model of panel-dynamic absorber device

Fig. 1



复合材料壁板坐标系示意图 Fig. 2 Sketch of coordinate of laminated composite panel

根据 Kirchhoff 直法线假设,壁板内任意一 点的位移可由壁板中面位移表示如下:

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases}$$
(1)

式中 u,v 和 w 分别为板内任意一点的位移函数;  $u_0, v_0$ 和  $w_0$ 分别为壁板中面位移, z 为该点与中 面的距离.根据 von-Karman 大变形壁板理论,壁 板的非线性应变-位移关系可表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{0,x} + \frac{1}{2} w_{0,x}^{2} - z w_{0,xx}^{2} \\ v_{0,y} + \frac{1}{2} w_{0,y}^{2} - z w_{0,yy}^{2} \\ u_{0,y} + v_{0,x} + w_{0,x} w_{0,y} - 2z w_{0,xy} \end{bmatrix}$$

$$(2)$$

根据广义胡克定律,第 n 层壁板的应力-应变 关系可表示为

$$\begin{aligned} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_{(n)} &= \overline{\boldsymbol{Q}}_{(n)} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(3)

式中 $ar{q}$ 为广义刚度矩阵.

超声速气流的气动压力可采用 3 阶非线性活 塞理论表示为

$$\Delta p - \frac{2q}{Mav_{\infty}} \Big[ w_{0,t} + v_{\infty} w_{0,x} + \frac{(\gamma+1)Ma}{4v_{\infty}} \cdot (w_{0,t} + v_{\infty} w_{0,x})^2 + \frac{(\gamma+1)Ma^2}{12v_{\infty}^2} (w_{0,t} + v_{\infty} w_{0,x})^3 \Big]$$
(4)

其中  $q = \rho_a v_{\infty}^2 / 2$  为空气动压系数, $\rho_a$  为空气密度, $v_{\infty}$  为相对气流速度,Ma 为马赫数, $\gamma$  为空气比热比.

采用哈密顿原理建立壁板的运动微分方程,即

$$\int_{t_0}^{t_1} \left(\delta T + \delta V - \delta U\right) \mathrm{d}t = 0 \tag{5}$$

式中

$$\delta T = \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \int_{-h/2}^{h/2} \rho_{0} (u_{0,t} \delta u_{0,t} + v_{0,t} \delta v_{0,t} + w_{0,t} \delta w_{0,t}) dx dy dz$$
  

$$\delta V = \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \{ f_{1} \tilde{\delta} [(x - x^{*})(y - y^{*})] \cdot \delta w_{0} (x^{*}, y^{*}, h/2) - \Delta p \, \delta w_{0} (x, y, h/2) \} dx dy$$
  

$$\delta U = \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{x} \delta \varepsilon_{x} + \sigma_{y} \delta \varepsilon_{y} + 2\tau_{xy} \delta \varepsilon_{xy}) dx dy dz$$
  

$$f_{1} = k [s - w_{0} (x^{*}, y^{*}, - h/2)] + c [w_{0,t} (x^{*}, y^{*}, - h/2) - s_{,t}]$$

其中 $\rho_0$ 为壁板密度; s 和 s., 分别为动态吸振器的 位移和速度;  $\delta$ 为 Dirac 函数.

将式(3)和式(4)代入式(5),令等式两端各虚 位移的系数相等可得到壁板运动微分方程

$$N_{xx.x} + N_{xy.y} = I_0 u_{0.tt} - I_1 w_{0.xtt}$$

$$N_{yy.y} + N_{xy.x} = I_0 v_{0.tt} - I_1 w_{0.ytt}$$

$$(N_{xx.x} + N_{xy.y}) w_{0.x} + (N_{yy,y} + N_{xy,x}) w_{0.y} +$$

$$N_{xx} w_{0.xx} + N_{yy} w_{0.yy} + 2N_{xy} w_{0.xy} +$$

$$M_{xx.xx} + M_{yy.yy} + 2M_{xy.xy} - \Delta p +$$

$$f_1(w_0, s, t) \tilde{\delta} [(x - x^*)(y - y^*)] =$$

$$I_0 w_{0.tt} + I_1(u_{0.xtt} + v_{0.ytt}) -$$

$$I_2(w_{0.xxtt} + w_{0.yytt}) \qquad (6)$$

式中合力和合力矩系数 N 和 M 的定义见附录 A; 质量矩定义如下:

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0(1, z, z^2) dz$$
 (7)

)

为简单起见,本文仅考虑四边简支壁板,其边 界条件可表示为

$$u_{0} |_{x=0,a} = 0 \qquad u_{0} |_{y=0,b} = 0$$

$$v_{0} |_{x=0,a} = 0 \qquad v_{0} |_{y=0,b} = 0$$

$$w_{0} |_{x=0,a} = 0 \qquad w_{0} |_{y=0,b} = 0$$

$$w_{0,xx}^{2} |_{x=0,a} = 0 \qquad w_{0,yy}^{2} |_{y=0,b} = 0 \quad (8)$$

文献[16]的研究结果表明:对壁板进行颤振 分析时应至少取4阶~6阶模态才能保证计算结 果的精度.因此,本文沿流向选取4阶模态截断, 垂直气流方向取1阶模态截断.引入式(9)所示的 满足边界条件的模态函数可将所得壁板振动偏微 分方程组转化为常微分方程组.

$$u_{0}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{4} a_{i}(t) \Phi_{i}(x, y)$$

$$v_{0}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{4} b_{i}(t) \Phi_{i}(x, y)$$

$$w_{0}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{4} c_{i}(t) \Phi_{i}(x, y)$$
(9)

其中

$$\Phi_i(x, y) = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

根据牛顿第二定律可建立如下式所示的动态 吸振器的运动微分方程:

$$ms_{,u} = k[w_{0}(x^{*}, y^{*}, -h/2) - s] + c[w_{0,t}(x^{*}, y^{*}, -h/2) - s_{,t}]$$
(10)

将式(9)给出的壁板横向位移 w。代入式 (10)可得

$$ns_{,tt} = k \left[ \sum_{i=1}^{4} c_i \sin(i\pi\xi) \sin(\pi\eta) - s \right] + c \left[ \sum_{i=1}^{4} c_{i,t} \sin(i\pi\xi) \sin(\pi\eta) - s \right]$$
(11)

式中 *ξ* 和 η 分别表示动态吸振器沿 *x* 和 *y* 方向的 无量纲位置坐标,定义如下:

$$\xi = \frac{x^*}{a} \quad \eta = \frac{y^*}{b} \tag{12}$$

将式(9)代入式(6),所得各式乘以各阶模态函数 并沿整个板面进行积分,可得壁板-动态吸振器的 运动微分方程组

$$\begin{split} a_{i,tt} &= \frac{4}{abI_0} \int_0^a \int_0^b (N_{xx,x} + N_{xy,y}) \Phi_i(x,y) dx dy \\ b_{i,tt} &= \frac{4}{abI_0} \int_0^a \int_0^b (N_{yy,y} + N_{xy,x}) \Phi_i(x,y) dx dy \\ c_{i,tt} &= \sigma_i^{-1} \int_0^a \int_0^b [\eta_i(t) + (N_{xx,x} + N_{xy,y}) w_{0,x} + (N_{yy,y} + N_{xy,x}) w_{0,y} + N_{xx} w_{0,xx} + N_{yy} w_{0,yy} + 2N_{xy} w_{0,xy} + M_{xx,xx} + M_{yy,yy} + 2M_{xy,xy} - \Delta p] \cdot \\ \Phi_i(x,y) dx dy \\ s_{,tt} &= \frac{k}{m} \Big[ \sum_{i=1}^4 c_i \sin(i\pi\xi) \sin(\pi\eta) - s \Big] + \end{split}$$

$$\frac{c}{m} \left[ \sum_{i,t}^{4} c_{i,t} \sin(i\pi\xi) \sin(\pi\eta) - s_{,t} \right]$$
(13) 可求得系

(17)

其中

$$\eta_{i}(t) = k \sum_{j=1}^{4} c_{j} \sin(i\pi\xi) \sin(j\pi\xi) \sin^{2}(\pi\eta) + c \sum_{j=1}^{4} c_{j,t} \sin(i\pi\xi) \sin(j\pi\xi) \sin^{2}(\pi\eta)$$
$$\sigma_{i} = \frac{a^{2}b^{2}I_{0} + (i^{2}b^{2} + a^{2})\pi^{2}I_{2}}{4ab}$$
$$i = 1, 2, \cdots, 4$$

Ŷ

송

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} a_i, a_{i,t}, b_i, b_{i,t}, c_i, c_{i,t}, s, s_{,t} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$i = 1, 2, \cdots, 4$$
(14)

可将式(13)化简为如下形式:

$$\mathbf{y}_{,t} = \mathbf{A}\mathbf{y} + f(\mathbf{y}) \tag{15}$$

其中矩阵 A 为零平衡点的 Jacobian 矩阵, f(y) 表示各方程的非线性项.式(15)对应的的齐次偏 微分方程组的通解可表示为

$$y(t) = y_0 e^{\varphi_j t} \quad \varphi_j = \alpha_j + i\beta_j$$
  
$$j = 1, 2, \cdots, 26$$
(16)

其中 y<sub>0</sub> 为式(15)所对应的齐次偏微分方程的初 值, φ为矩阵A的特征值;则系统的固有频率可表 示为

2 数值模拟与讨论

选取各项异性的 T300/5208 石墨·环氧基树 脂材料作为壁板材料,材料属性为 $E_1 = 138$  GPa,  $E_2 = 7.8$  GPa, $G_{12} = 5.5$  GPa, $\rho_0 = 1580$  kg/m<sup>3</sup>,  $v_{12} = 0.3$ ,铺层方式为 $[90/0]_{2s}$ .壁板的几何参数 分别为a = 0.3 m,b = 0.12 m,h = 0.001 m.动态吸 振器参数为m = 0.005 kg, $k = 2 \times 10^4$  N/m,c =0.05.为便于区分安装和不安装动态吸振器的壁 板的振动数据,将无动态吸振器壁板记为"系统 II".

由非线性动力学理论可知当无量纲动压  $\lambda(\lambda = 2qa^3/MD_{11}, D_{11}$ 为所有复合材料铺层的铺 设角均为0时壁板的抗弯刚度)达到某一临界值 时,系统将由稳定变为不稳定,这一动压被定义为 临界颤振动压(critical flutter dynamic pressure),即 $\lambda_{cr}$ .临界颤振动压可通过计算矩阵 *A* 的 特征值的最大实部 $\mu$ 求出,即随着无量纲动压的 增大,当系统某一特征值实部穿过实轴时,该点对 应的无量纲动压即为系统的临界颤振动压.  $\mu = \max(\alpha_j) \tag{18}$ 

可求得系统 I 的 μ-λ 变化曲线如图 3 所示,经计 算,系统 I 的临界颤振无量纲动压为 λ<sub>cr</sub>=235.2. 通过分析各特征值的虚部,即各自由度的振动频 率可以观察颤振发生的具体过程,图 4 为系统 I 横向振动各阶固有频率随无量纲动压的变化曲 线.由图可知,随着无量纲动压的增大,系统的两 个低阶频率开始互相靠近,此时系统开始从气流中 吸收能量,但由于气动阻尼的存在,系统所吸收的 能量可以被耗散掉.随着无量纲动压的进一步增 大,两个低阶频率完全重合,系统所吸收的能量已 经不能被完全耗散掉,但由于非线性项的存在系统 将发生极限环振动,此时壁板开始出现颤振现象.



图 3 系统 I 中 μ 随 λ 的变化曲线 Fig. 3 Curve of μ varying with λ of system I





对于系统II,将通过下述方法确定动态吸振器的最优铺设位置并研究其对壁板颤振的影响.将矩阵 A的特征方程 det $(A - \varphi E) = 0$ 展开,可得到

 $\varphi^{n} + d_{1}\varphi^{n-1} + \dots + d_{n-1}\varphi + d_{n} = 0$  (19) 式中 n=26. 根据 Routh-Hurwitz 判据<sup>[17]</sup>,实系数 代数方程有一对纯虚根± $\omega$ i,且其余 n-2个根均 具有负实部的充要条件是

$$\begin{cases} d_i > 0 \quad \Delta_i > 0 \quad i = n - 3, n - 5, \cdots \\ \Delta_{n-1} = 0 \end{cases}$$
(20)

并且

2206

$$\omega^2 = \frac{\Delta_{n-3}}{\Delta_{n-2}} d_n \tag{21}$$

其中  $Δ_i$  为方程的 Hurwitz 行列式. 根据最优控制 理论,可通过构造如式(22)所示的优化函数求出 动态吸振器的最优安装位置. 经计算,当 ξ =0.68,  $\eta = 0.471$  时,颤振频率函数取得最大值,  $f(0.68, 0.471) = 4.07 \times 10^6$ . 图 5 和图 6 分别为  $ξ = 0.68, \eta = 0.471$  时系统 [] 的特征值实部和虚 部随无量纲动压的变化曲线.

$$\begin{cases} \max f(\xi, \eta) = \frac{\Delta_{23}}{\Delta_{24}} d_{26} \\ 0 \leqslant \xi \leqslant 1 \\ 0 \leqslant \eta \leqslant 1 \\ \Delta_{25} = 0 \\ d_i > 0 \quad i = 1, 2, \cdots, 26 \\ \Delta_i > 0 \quad i = 1, 2, \cdots, 23 \end{cases}$$
(22)

由于动态吸振器的引入,系统 II 比系统 I 多 一个自由度,其对应的固有频率也多一个.将对应 于动态吸振器的固有频率以 ω<sub>a</sub> 表示,见图 6.对 比图 3 和图 5 可以看出,系统 II 的临界颤振动压 与系统 I 相比有很大提高,经计算系统 II 的临界



图 5 系统 II 中 µ 随 λ 的变化曲线







颤振动压为 $\lambda_{cr}$ =356.8,相比系统 I 其临界颤振动压进高了 51.7%.图7为系统 I 和系统 II 横向振动分岔图,图中纵坐标为无量纲横向位移(W= $w_0/h$ ).由图7可以看出,引入动态吸振器不但能提高系统的临界颤振动压,还能降低系统极限环振动的幅值.

随着λ的增大,系统Ⅱ将出现倍周期运动,继 而出现混沌.λ=445.1时系统Ⅱ横向振动时间历 程图、相平面图和频谱图分别如图 8~图 10 所



图 8 λ=445.1 时系统 Ⅱ 横向振动时间历程图 Fig. 8 Time history of transverse vibration of system Ⅱ at λ=445.1



图 9 λ=445.1 时系统 Ⅱ 横向振动相平面图 Fig. 9 Phase plot of transverse vibration of system Ⅱ at λ=445.1



图 10 λ=445.1 时系统 Ⅱ 横向振动频谱图 Fig. 10 Frequency spectrogram of transverese vibration of sysrem Ⅱ at λ=445.1



图 11 λ=499.7 时系统 II 横向振动时间历程图 Fig. 11 Time history of transverse vibration of system II at λ=499.7



图 12 λ=499.7 时系统 Ⅱ 横向振动相平面图 Fig. 12 Phase plot of transverse vibration of system Ⅱ at λ=499.7

为验证本文所得优化计算结果的可靠性,取  $\xi = \eta = 0.6$ ,将其所对应系统记为系统 III.经计算, 系统 III 的临界颤振动压  $\lambda_{cr} = 291.8$ .取  $\lambda = 378$ ,系 统 II 和系统 III 横向振动相平面图如图 14 所示.由 图 14 可以看出,当  $\lambda = 378$  时系统 II 的横向振动 幅值小于系统 III 的横向振动幅值.



 图 14 λ=378 时系统 II 与系统 II 横向振动相平面图
 Fig. 14 Phase plots of transverse vibration of system II and system III at λ=378

### 3 结 论

针对高超声速流中复合材料壁板的颤振抑制 问题,提出采用动态吸振器进行颤振抑制的被动 控制方案.以3阶非线性活塞理论推导壁板所受 的非线性气动力,采用哈密顿原理和牛顿第二定 律分别建立了壁板和动态吸振器的运动微分方 程,以临界颤振频率为优化对象,采用优化方法得 出了动态吸振器的最佳安装位置,分析了动态吸 振器对壁板颤振特性的影响.数值分析结果表明: 采用动态吸振器可极大地提高高超声速流中壁板 的临界颤振动压,同时可以降低颤振极限环振动 的幅值.

### 参考文献:

- [1] Park J S.Kim J H.Moon S H. Thermal post-buckling and flutter characteristics of composite plates embedded with shape memory alloy fibers [J]. Composite Part B: Engineering, 2005, 36(8): 627-636.
- [2] Cao D Q,Zhao N. Active control of supersonic/hypersonic aeroelastic flutter for a two-dimensional airfoil with flap
   [J]. Science China: Technological Sciences, 2011, 54(8): 1943-1953.
- [3] Dowell E H. Nonlinear oscillations of a fluttering plate[J]. AIAA Journal, 1966, 4(7): 1267-1275.
- [4] Dowell E H. Panel flutter: a review of the aeroelastic stability of plates and shells[J]. AIAA Journal, 1970, 8(3): 385-399.
- [5] Ibrahim H H, Yoo H H, Lee K S. Supersonic flutter of functionally graded panels subject to acoustic and thermal loads[J]. Journal of Aircraft, 2009, 46(2): 593-600.
- [6] Lee J J.Choi S. Thermal buckling and postbuckling analysis of a laminated composite beam with embedded SMA actuators [J]. Composite Structures, 1999, 47 (1/2/3/4): 695-703.
- [7] 张晓梅,任勇生,李磊. 埋入 SMA 纤维的复合材料壁板的 气动稳定性研究[J]. 太原科技大学学报,2012,13(6): 497-501.

ZHANG Xiaomei, REN Yongsheng, LI Lei. Aeroelastic stability of shape memory alloy hybrid composite panels [J]. Journal of Taiyuan University of Science and Technology, 2012, 13(6), 497-501. (in Chinese)

[8] 孙伟,胡海岩.基于多级磁流度阻尼器的操纵面振动半主动抑制-阻尼设计与实验建模[J].振动工程学报,2005,18
 (1):13-18.

SUN Wei, HU Haiyan. Semi-active flutter suppression for wing aileron system using stepped MR damper-numeric simulation and tunnel experiments[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(1): 13-18. (in Chinese)

[9] Li F M. Active aeroelastic flutter suppression of a supersonic plate with piezoelectric material [J]. International

#### 附录 A

$$N_{xx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \qquad M_{xx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz$$
$$N_{yy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \qquad M_{yy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz$$
$$N_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \qquad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz$$

Journal of Engineering Science, 2012, 51:190-203.

[10] 李凤明,陈照波,崔玉波.采用压电材料提高超声速飞行器 壁板结构的颤振特性[J].固体力学学报,2011,32(suppl.):214-218.

> LI Fengming, CHEN Zhaobo, CUI Yubo. Improving the aeroelastic flutter properties of supersonic flat panel using piezoelectric material[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics,2011,32(suppl.):214-218. (in Chinese)

- [11] 李道春,向锦武.间隙非线性气动弹性颤振控制[J].北京 航空航天大学学报,2007,33(6):640-643.
  LI Daochun,XIANG Jinwu. Flutter control of aeroe lasticity with freep lay nonlinearity[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(6):640-643. (in Chinese)
- [12] 于明礼,胡海岩.基于超声电机作动器的翼段颤振主动控制[J].振动工程学报,2005,18(4):419-425.
  YU Mingli, HU Haiyan. Active flutter suppression of an airfoil model using ultrasonic motor[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(4):419-425. (in Chinese)
- [13] 张子健,徐敏,陈士橹.机翼颤振的混合灵敏度 H∞鲁棒控 制器设计[J].计算力学学报,2010,27(4):661-666.
- ZHANG Zijian, XU Min, CHEN Shilu. Mixed sensitivity
   H<sub>∞</sub> controller designing for active flutter suppression[J].
   Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, 27(4):
   661-666. (in Chinese)
- [14] Lee Y S, Vakakis A F, Bergman L A, et al. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers.Part I theory[J]. AIAA Journal, 2007, 45
   (3):693-711.
- [15] Lee Y S, Vakakis A F, Bergman L A, et al. Enhancing the robustness of aeroelastic instability suppression using multi-degree-of-freedom nonlinear energy sinks[J]. AIAA Journal, 2008, 46(6):1371-1394.
- [16] Dowell E H. Nonlinear oscillations of a fluttering plate [J]. AIAA Journal, 1966, 5(10):1267-1275.
- [17] 舒仲周,张继业,曹登庆.运动稳定性[M].北京:中国铁道 出版社,2001.