

# 两次载荷分流齿轮传动构型的静力学均载特性

靳广虎<sup>1</sup>, 高鹏<sup>1,2</sup>, 周镇宇<sup>3</sup>, 朱如鹏<sup>1</sup>

- (1. 南京航空航天大学直升机传动技术重点实验室, 南京 210016;
2. 南京模拟技术研究所直升机事业部, 南京 210016;
3. 中国航空发动机集团有限公司湖南动力机械研究所  
直升机传动技术重点实验室, 湖南 株洲 412002)

**摘 要:** 为改善面齿轮-圆柱齿轮两次载荷分流传动构型的均载特性, 考虑齿轮的中心偏移、轴与轴承的承载变形等因素, 依据构型的变形协调条件和力矩平衡方程, 建立了传动构型的静力学模型, 研究了轴的扭转和支撑刚度对均载特性的影响。结果表明: 输入轴扭转刚度对均载特性几乎没有影响; 分扭轴扭转刚度取合适的比值, 则面齿轮分扭传动级可获得较好的均载特性, 但圆柱齿轮分扭传动的均载特性几乎无变化; 减小双联齿轮轴扭转刚度或增加双联轴支撑刚度可提高该构型的均载特性。因此, 为提高该传动构型的均载特性, 轴的扭转刚度和支撑刚度需采用参数匹配的设计方法。

**关键词:** 均载系数; 静力学; 分流传动; 面齿轮; 扭转刚度

**中图分类号:** V233.1; TH132.4

**文献标志码:** A

## Static load sharing characteristic of twice load split gear transmission configuration

JIN Guanghu<sup>1</sup>, GAO Peng<sup>1,2</sup>, ZHOU Zhenyu<sup>3</sup>, ZHU Rupeng<sup>1</sup>

- (1. National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Department of Helicopter Facilities, Nanjing Research Institute on Simulation Technology, Nanjing 210016, China;
3. Science and Technology on Helicopter Transmission Laboratory, Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

**Abstract:** According to the deformation coordination condition and the moment balance equation of the configuration, a static model was developed to enhance the load sharing characteristics of the face gear and cylindrical gear twice load split transmission configuration, taking into consideration the center deviation of gears, bearing deformation of shaft and bearing, etc. The influence of the torsional stiffness and supporting stiffness of the shaft on the load sharing characteristics was studied. The results showed that the input shaft torsional stiffness had little influence on the load sharing characteristics. When the ratio of the torsional stiffness of the split torque shaft was appropriate, the face gear split torque drive

**收稿日期:** 2020-03-29

**基金项目:** 国家自然科学基金(51475226, 51975273)

**作者简介:** 靳广虎(1971—), 男, 副教授、硕士生导师, 博士, 主要从事机械传动、结构强度等研究。

**引用格式:** 靳广虎, 高鹏, 周镇宇, 等. 两次载荷分流齿轮传动构型的静力学均载特性[J]. 航空动力学报, 2020, 35(10): 2104-2114.  
JIN Guanghu, GAO Peng, ZHOU Zhenyu, et al. Static load sharing characteristic of twice load split gear transmission configuration[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(10): 2104-2114.

could obtain better load sharing characteristics, but the load sharing performance of the cylindrical gear split torque drive remained almost unchanged. Reducing the torsional stiffness or increasing the supporting stiffness of the compound gear shafts could improve the load sharing characteristics of the whole configuration. Therefore, in order to improve the load sharing characteristics of the transmission structure, the torsional stiffness and supporting stiffness of the shaft need to adopt the method of parameter matching design.

**Key words:** load sharing coefficient; statics; split transmission; face gear; torsional stiffness

直升机主减速器采用具有载荷分流的传动构型可以减轻直升机传动系统的质量和体积,提高传动系统的功质比、传动效率和可靠性<sup>[1-4]</sup>。目前,分流传动构型的研究主要集中在圆柱齿轮和面齿轮。分流传动构型的特点是:一个齿轮同时和两个齿轮啮合,则每分支只承担原载荷的一半,从而实现载荷的分流。载荷减小可以降低齿轮的体积、质量以及线速度,这对大功率高速传动具有重要的意义。可见,两分支载荷均等是该类构型工程化应用的关键技术之一。为实现载荷均等技术要求,在圆柱齿轮分流传动构型研究领域,有学者提出平衡梁法<sup>[5-6]</sup>、同步角法<sup>[7-8]</sup>、弹性轴法<sup>[9-11]</sup>以及含弹性材料的齿轮腹板<sup>[12]</sup>等方法。在面齿轮分流传动构型研究领域,90年代美国的“先进旋翼机传动系统”计划中<sup>[13-14]</sup>,提出输入级采用面齿轮传动替代锥齿轮的分流传动构型。为提高面齿轮分流传动的均载特性,采用的主要方法有输入轴弹性浮动、含弹性腹板的面齿轮<sup>[15]</sup>等。此外,相关学者还开展了分流传动系统的动态响应<sup>[16]</sup>、均载系数<sup>[17-24]</sup>以及参数敏感性<sup>[25]</sup>等研究。

鉴于分流传动构型在航空动力传动中的广泛应用前景,国内外学者对分流构型进行了深入研究,提出了多种构型方案,如美国“先进旋翼驱动系统(ERDS)”计划中提出的同轴面齿轮功率分流传动构型<sup>[26]</sup>,以CH53K多用途直升机为背景的三发两次功率分流传动构型<sup>[27-29]</sup>等。本文根据直升机传动系统的特点,结合面齿轮和圆柱齿轮分流传动的优点,提出了面齿轮-圆柱齿轮两次载荷分流的传动构型。针对该构型的均载特性,考虑齿轮、轴及支撑结构的承载变形等因素,通过建立的静力学模型,研究了传动轴的扭转和支撑刚度等参数对该构型均载特性的影响,为提高该传动构型的均载特性提供理论参考。

## 1 分流传动构型的静力学模型

图 1 为两次载荷分流传动构型的结构示意图。

由图可见,该构型为三级传动,载荷分流由面齿轮和圆柱齿轮实施,由左右完全相同的两个子系统组成(两子系统零部件分别用后缀 l、r 表示)。以左分支为例,齿轮  $Z_{lm}$  同时和面齿轮 ( $Z_{lf\_l}$ 、 $Z_{rf\_l}$ ) 啮合实现载荷分流。其中,一路通过齿轮 ( $Z_{lp\_l}$ ) 同时与齿轮 ( $Z_{l1s\_l}$ 、 $Z_{l2s\_l}$ ) 相啮合实现再次载荷分流,另外一路则通过齿轮 ( $Z_{rp\_l}$ ) 同时与齿轮 ( $Z_{r1s\_l}$ 、 $Z_{r2s\_l}$ ) 相啮合实现载荷分流。最后,经人字齿轮并车传动实现功率汇流并由人字齿轮 ( $Z_g$ ) 输出动力和转速。为便于叙述,定义面齿轮的支撑轴为分扭轴,齿轮 ( $Z_{jis\_k}$ ) ( $i=1,2,j=1,r,k=1,r$ ) 的支撑轴为双联轴。

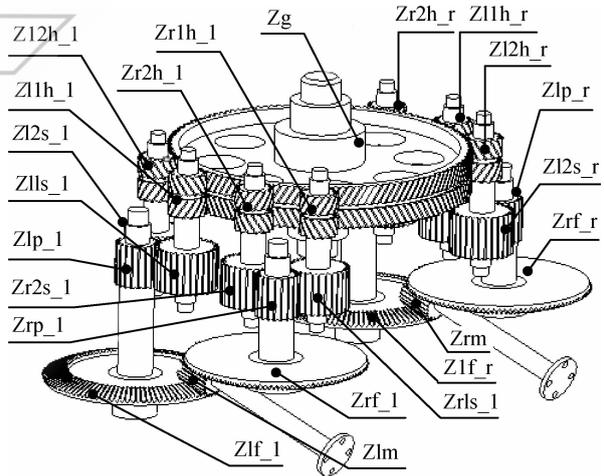


图 1 两次载荷分流传动构型示意图

Fig. 1 Sketch of twice load split transmission configuration

该传动构型零部件多、结构复杂;面齿轮传动为空间传动。为清晰的表达结构,单独提取了面齿轮分流传动模型。由于面齿轮齿面的曲率较小,因此将面齿轮传动当量为齿轮齿条传动。图 2 所示的面齿轮分流传动模型中, $Y_{mf}$ 与输入齿轮的轴线一致。

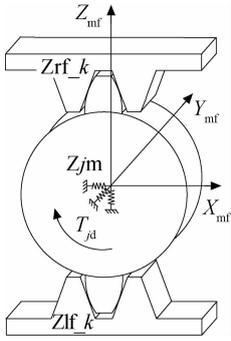


图 2 面齿轮载荷分流传动示意图

Fig. 2 Sketch of face gear load split transmission

两次载荷分流传动构型的静力学模型如图 3 所示。图中, 啮合齿轮副、轴及支撑用弹簧模拟;  $X_{j_k}$ 、 $Y_{j_k}$  为广义坐标, 且  $Y_{j_k}$  的方向为齿轮  $Z_{jp_k}$  与齿轮  $Z_g$  的中心连线;  $X$ 、 $Y$  为齿轮  $Z_g$  的广义坐标; 面齿轮传动的广义坐标用  $X_{jfk}$ 、 $Y_{jfk}$  表示。  $K_{jnpis_k}$ 、 $K_{jngih_k}$  为啮合齿轮副的平均啮合刚度;  $\theta_{jp_k}$  为分扭轴与双联轴中心连线间的夹角;  $\theta_{ji_k}$  为双联轴与分扭轴、输出轴中心连线间的夹角;  $\theta_{jg_k}$  为输出轴与双联轴中心连线间的夹角。

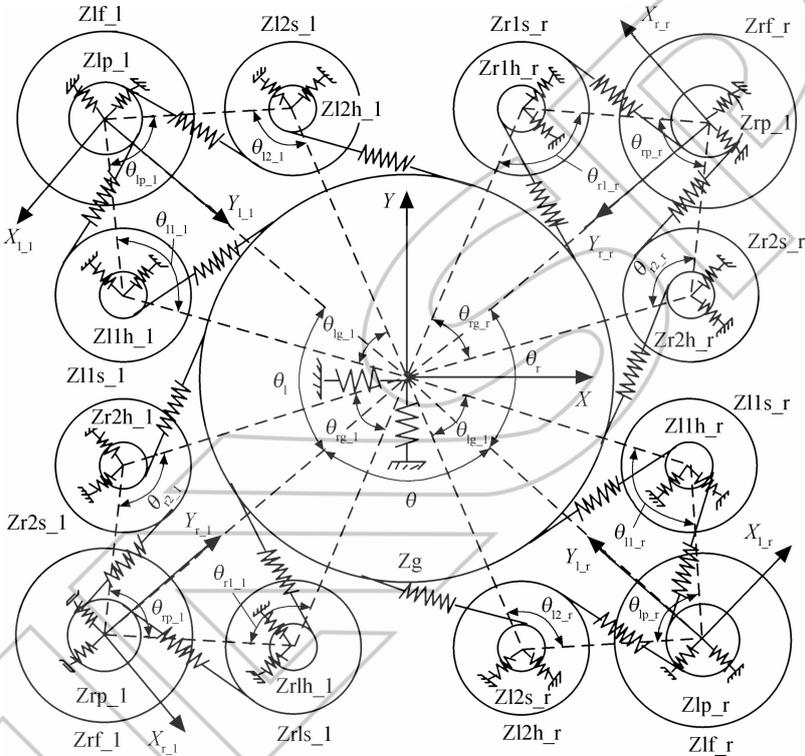


图 3 两次载荷分流传动构型的静力学模型

Fig. 3 Statics model of twice load split transmission

## 2 分流传动构型的平衡方程

### 2.1 静力学方程

图 3 中, 假定输出齿轮  $Z_g$  固定, 左右输入端施加扭矩分别为  $T_{ld}$  和  $T_{rd}$ , 规定驱动扭矩为正, 负载扭矩为负, 则可获得传动构型的平衡方程为

$$\begin{cases} T_{kd} - T_{km} = 0 \\ T_{lf_k} + T_{rf_k} - i_{mf} T_{km} = 0 \\ T_{jfk} - T_{jpk} = 0 \\ T_{j1s_k} + T_{j2s_k} - i_{ps} T_{jpk} = 0 \\ T_{jis_k} - T_{jih_k} = 0 \\ T_g - i_{gh} \sum_i \sum_j \sum_k T_{jih_k} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $i_{mf}$ 、 $i_{ps}$  和  $i_{gh}$  分别为第 1 级~第 3 级的传动比; 配有下标的  $T$  表示齿轮承受的扭矩。齿轮副间的静态啮合力与其承受扭矩的关系可表示为

$$\begin{cases} T_{km} - (F_{lnmf_k} + F_{rmf_k})r_{bm} = 0 \\ T_{jfk} - F_{jnfm_k}r_{bf} = 0 \\ T_{jpk} - (F_{lnp1s_k} + F_{lnp2s_k})r_{jbp_k} = 0 \\ T_{jis_k} - F_{jnps_k}r_{jbis_k} = 0 \\ T_{jih_k} - F_{jngh_k}r_{jih_k} = 0 \\ T_g - r_{bg} \sum_i \sum_j \sum_k F_{jngh_k} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中配有下标的  $F$  表示齿轮承受的啮合力; 配有下标的  $r$  表示齿轮的基圆半径。承载条件下, 齿轮、轴和支撑等零部件的变形使齿轮间的中心距

产生变化,进而引起齿轮偏转角变化,使得载荷不均。将中心距的变化转化为齿轮支撑轴在  $X$ 、 $Y$

坐标方向上的位移,则可获得啮合力与齿轮轴坐标方向上的位移关系,即

$$\begin{cases} F_{l_{nmf}_k} \cos \alpha_{l_{nmf}_k} - F_{r_{nmf}_k} \cos \alpha_{r_{nmf}_k} - K_{k_{m,r}} X_{km} = 0 \\ F_{l_{nmf}_k} \sin \alpha_{l_{nmf}_k} - F_{r_{nmf}_k} \sin \alpha_{r_{nmf}_k} - K_{k_{m,z}} Z_{km} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) + F_{j_{np2s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np2s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) + K_{j_{p,r}_{u,k}} X_{j_{p,u,k}} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) + F_{j_{np2s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np2s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) + K_{j_{p,y}_{u,k}} Y_{j_{p,u,k}} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) - K_{j_{1,r}_{d,k}} X_{j_{1,d,k}} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{kp}}{2} \right) - K_{j_{1,y}_{d,k}} Y_{j_{1,d,k}} = 0 \\ F_{j_{np2s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np2s}_k} + \frac{\theta_{kp}}{2} \right) - K_{j_{2,r}_{d,k}} X_{j_{2,d,k}} = 0 \\ F_{j_{np2s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np2s}_k} + \frac{\theta_{kp}}{2} \right) - K_{j_{2,y}_{d,k}} Y_{j_{2,d,k}} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{jg,k}}{2} \right) - K_{j_{1,r}_{u,k}} X_{j_{1,u,k}} = 0 \\ F_{j_{np1s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np1s}_k} - \frac{\theta_{jg,k}}{2} \right) - K_{j_{1,y}_{u,k}} Y_{j_{1,u,k}} = 0 \\ F_{j_{np2s}_k} \cos \left( \alpha_{j_{np2s}_k} + \frac{\theta_{jg,k}}{2} \right) - K_{j_{2,r}_{u,k}} X_{j_{2,u,k}} = 0 \\ F_{j_{np2s}_k} \sin \left( \alpha_{j_{np2s}_k} + \frac{\theta_{jg,k}}{2} \right) - K_{j_{2,y}_{u,k}} Y_{j_{2,u,k}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中  $K_{k_{m,r}}$ 、 $K_{k_{m,z}}$  分别为输入轴  $X$  和  $Z$  方向的支撑刚度;  $K_{j_{p,r}_{u,k}}$ 、 $K_{j_{p,y}_{u,k}}$ 、 $K_{j_{p,z}_{u,k}}$  和  $K_{j_{p,r}_{d,k}}$ 、 $K_{j_{p,y}_{d,k}}$ 、 $K_{j_{p,z}_{d,k}}$  分别为分扭轴上、下端在  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  方向的支撑刚度;  $K_{j_{1,r}_{d,k}}$ 、 $K_{j_{1,y}_{d,k}}$  和  $K_{j_{2,r}_{d,k}}$ 、 $K_{j_{2,y}_{d,k}}$  分别为双联轴上、下端在  $X$  和  $Y$  方向的支撑刚度。

啮合力与输出轴  $X$  和  $Y$  坐标方向的位移关系为

$$\begin{cases} F_{l_{ng1h_r}} \sin \theta_{l_{g_r}} + F_{r_{ng2h_r}} \sin \theta_r + F_{r_{ng1h_r}} \sin (\theta_{r_{g_r}} + \theta_r) + F_{l_{ng2h_l}} \sin (\theta + \theta_{r_{g_r}} + \theta_r) + \\ F_{l_{ng1h_l}} \sin (\theta + \theta_{r_{g_r}} + \theta_r + \theta_{l_{g_l}}) + F_{r_{ng2h_l}} \sin (\theta_{r_{g_r}} + \theta + \theta_r + \theta_l) + F_{r_{ng1h_l}} \times \\ \sin (\theta_{r_{g_r}} + \theta + \theta_r + \theta_l + \theta_{l_{g_l}}) + K_{g_x} X_g = 0 \\ F_{l_{ng2h_r}} + F_{l_{ng1h_r}} \cos \theta_{l_{g_r}} + F_{r_{ng2h_r}} \cos \theta_r + F_{r_{ng1h_r}} \cos (\theta_{r_{g_r}} + \theta_r) + F_{l_{ng2h_l}} \times \cos (\theta + \theta_{r_{g_r}} + \theta_r) + \\ F_{l_{ng1h_l}} \cos (\theta + \theta_{r_{g_r}} + \theta_r + \theta_{l_{g_l}}) + F_{r_{ng2h_l}} \cos (\theta_{r_{g_r}} + \theta + \theta_r + \theta_l) + \\ F_{r_{ng1h_l}} \cos (\theta_{r_{g_r}} + \theta + \theta_r + \theta_l + \theta_{l_{g_l}}) - K_{g_y} Y_g = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $K_{g_x}$ 、 $K_{g_y}$  分别为输出轴  $X$  和  $Y$  方向的支撑刚度。

将面齿轮承受的载荷沿分扭轴的全局坐标分解,则得

### 2.2 变形协调方程

承载条件下,零部件产生的弹性变形会导致齿轮副之间产生偏转角,该偏转角包括齿轮副啮合变形偏转角和轴、轴承支撑变形产生的中心偏移偏转角两部分。根据传动构型的力封闭特点,则可获得传动构型的变形协调方程为

$$\begin{cases} \Delta \phi_{lm_k} = \Delta \phi_{v_{lmf}_k} + \Delta \phi_{\tau_{lfp}_k} + \Delta \phi_{\delta_{lmf}_k} \\ \Delta \phi_{rm_k} = \Delta \phi_{v_{rmf}_k} + \Delta \phi_{\tau_{rfp}_k} + \Delta \phi_{\delta_{rmf}_k} \\ \Delta \phi_{j1s_k} = \Delta \phi_{v_{j1s}_k} + \Delta \phi_{\tau_{j1s}_k} + \Delta \phi_{\delta_{j1s}_k} + \Delta \phi_{j_{m_k}} / i_{ps} \\ \Delta \phi_{j2s_k} = \Delta \phi_{v_{j2s}_k} + \Delta \phi_{\tau_{j2s}_k} + \Delta \phi_{\delta_{j2s}_k} + \Delta \phi_{j_{m_k}} / i_{ps} \\ \Delta \phi_{j1h_k} = \Delta \phi_{v_{j1h_k}} + \Delta \phi_{\tau_{j1h_k}} + \Delta \phi_{\delta_{j1h_k}} + \Delta \phi_{j_{1s_k}} \\ \Delta \phi_{j2h_k} = \Delta \phi_{v_{j2h_k}} + \Delta \phi_{\tau_{j2h_k}} + \Delta \phi_{\delta_{j2h_k}} + \Delta \phi_{j_{2s_k}} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} F_{l_{nmf}_k} \cos \alpha_{l_{nmf}_k} \sin \frac{\theta_l}{2} + K_{l_{p,r}_{d,k}} X_{l_{p,d,k}} = 0 \\ F_{l_{nmf}_k} \cos \alpha_{l_{nmf}_k} \cos \frac{\theta_l}{2} - K_{l_{p,y}_{d,k}} Y_{l_{p,d,k}} = 0 \\ F_{l_{nmf}_k} \sin \alpha_{l_{nmf}_k} - K_{l_{p,z}_{d,k}} Z_{l_{p,d,k}} = 0 \\ F_{r_{nmf}_k} \cos \alpha_{r_{nmf}_k} \sin \frac{\theta_r}{2} + K_{r_{p,r}_{d,k}} X_{r_{p,d,k}} = 0 \\ F_{r_{nmf}_k} \cos \alpha_{r_{nmf}_k} \cos \frac{\theta_r}{2} + K_{r_{p,y}_{d,k}} Y_{r_{p,d,k}} = 0 \\ F_{r_{nmf}_k} \sin \alpha_{r_{nmf}_k} + K_{r_{p,z}_{d,k}} Z_{r_{p,d,k}} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\Delta\phi_{v\_jmf\_k}$ 、 $\Delta\phi_{\delta\_jmf\_k}$  和  $\Delta\phi_{\tau\_jfp\_k}$  分别为啮合力引起的面齿轮偏转角、面齿轮啮合副中心距偏移和分扭传动轴扭转角； $\Delta\phi_{lmf\_k}$ 、 $\Delta\phi_{rmf\_k}$  分别是左、右面齿轮的总扭转变形； $\Delta\phi_{v\_jpis\_k}$ 、 $\Delta\phi_{\delta\_jpis\_k}$  和  $\Delta\phi_{\tau\_jis\_k}$  分别为啮合力引起的双联轴上圆柱齿轮的偏转角、圆柱齿轮副中心距偏移和双联轴扭转角； $\Delta\phi_{jis\_k}$  为双联轴上直齿轮总扭转角； $\Delta\phi_{v\_jgih\_k}$ 、 $\Delta\phi_{\delta\_jgih\_k}$  和  $\Delta\phi_{\tau\_jih\_k}$  分别为啮合力引起的双联轴上人字齿轮的偏转角、人字齿轮副的中心距偏移和双联轴扭转角； $\Delta\phi_{j1h\_k}$ 、 $\Delta\phi_{j2h\_k}$  分别为双联轴上人字齿轮的总扭转变形。其中，啮合力引起的齿轮偏转角和齿轮轴扭转位移分别如式(7)和式(8)所示。

$$\begin{cases} \Delta\phi_{v\_jpis\_k} = \frac{T_{jpis\_k}}{r_{bjis}^2 K_{jpis\_k}} \\ \Delta\phi_{v\_jgih\_k} = \frac{T_{jgih\_k}}{r_{bjih}^2 K_{jgih\_k}} \\ \Delta\phi_{v\_jmf\_k} = \frac{T_{jmf\_k}}{r_{bjf}^2 K_{jmf\_k}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \Delta\phi_{\tau\_jis\_k} = \frac{T_{jis\_k}}{K_{jis\_k}} \\ \Delta\phi_{\tau\_jfp\_k} = \frac{T_{jfp\_k}}{K_{jfp\_k}} \end{cases} \quad (8)$$

### 2.3 静力学均载系数

齿轮扭转角是所受扭矩的函数，因此可以建立其平衡方程为

$$\begin{cases} T_{lf\_k} + T_{rf\_k} = T \\ \phi_{lmf\_k} - \phi_{rmf\_k} = \beta_{mf} \\ T_{j1s\_k} + T_{j2s\_k} = \frac{i_{mf} i_{ps} T}{2} \\ \phi_{jp1s\_k} - \phi_{jp2s\_k} = \beta_{ps} \end{cases} \quad (9)$$

式中  $T_{lf\_k}$ 、 $T_{rf\_k}$  分别为左、右面齿轮承受的扭矩； $T_{jis\_k}$  为双联轴承受的扭矩； $\beta_{mf}$  和  $\beta_{ps}$  分别为第 1 级和第 2 级齿轮副间的同步角。

定义齿轮副间的静力学均载系数为

$$\begin{cases} \Omega_{lf\_k} = \frac{2T_{lf\_k}}{T_{lf\_k} + T_{rf\_k}} \\ \Omega_{rf\_k} = \frac{2T_{rf\_k}}{T_{lf\_k} + T_{rf\_k}} \\ \Omega_{j1s\_k} = \frac{2T_{j1s\_k}}{T_{j1s\_k} + T_{j2s\_k}} \\ \Omega_{j2s\_k} = \frac{2T_{j2s\_k}}{T_{j1s\_k} + T_{j2s\_k}} \end{cases} \quad (10)$$

式中  $\Omega_{lf\_k}$ 、 $\Omega_{rf\_k}$  和  $\Omega_{j1s\_k}$ 、 $\Omega_{j2s\_k}$  分别为第 1 级和第 2 级齿轮副间的静力学均载系数。

## 3 齿轮中心偏移量与偏转角间的关系

### 3.1 面齿轮副中心偏移量与偏转角间的关系

根据面齿轮传动的初始啮合状态，建立如图 4 所示的直角坐标系。图中，坐标系原点为圆柱齿轮的中心  $O_m$ ；圆柱齿轮初始接触位置与  $X$  轴的夹角为  $\gamma_m$ ；齿轮的压力角为  $\alpha_m$ ；圆柱齿轮的基圆半径为  $r_{bm}$ ；面齿轮啮合副间的啮合线为  $AB$ 。齿轮的压力角与展角之和  $\beta_m$  可表示为

$$\beta_m = \tan\alpha_m - \alpha_m \quad (11)$$

当施加扭矩时，面齿轮和圆柱齿轮的中心会发生相对移动。假设面齿轮固定，则可获得承载面齿轮啮合副的啮合状态，如图 5 所示。此时，齿轮的啮合角变为  $\alpha_m^*$ ， $\beta_m$  也相应改变，变化后的角度为

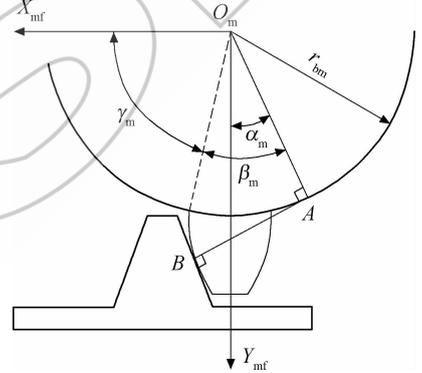


图 4 面齿轮副的初始啮合状态示意图  
Fig. 4 Sketch of initial engagement state of face gear pairs

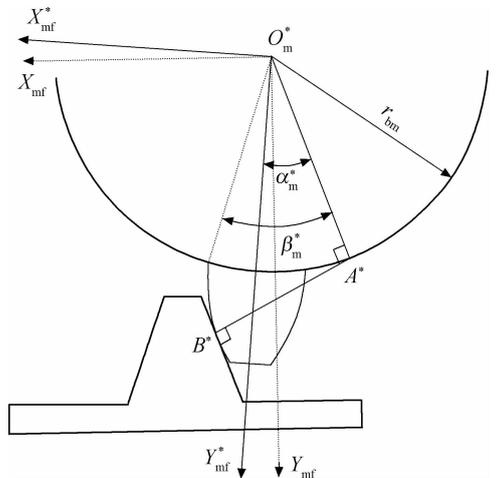


图 5 面齿轮副的承载啮合状态示意图  
Fig. 5 Sketch of load-bearing engagement state of face gear pairs

$$\beta_m^* = \tan \alpha_m^* - \alpha_m^* \quad (12)$$

则中心偏移量引起的输入齿轮转角  $\phi_{mf}$  为

$$\phi_{mf} = \beta_m - \beta_m^* \quad (13)$$

### 3.2 圆柱齿轮副中心偏移量与偏转角间的关系

该构型的最后两级传动都是圆柱齿轮啮合传动,具有结构的相似性,其中心偏移量与转角的计算方法相同。两圆柱齿轮初始啮合状态如图 6 所示。图中,压力角为  $\alpha_{ps}$  的大、小齿轮分别为  $Z_s$  和  $Z_p$ ,其啮合角分别为  $\alpha_s$  和  $\alpha_p$ ;啮合点处的压力角与展角之和分别为  $\beta_s$  和  $\beta_p$ ;与  $X$  轴的初始夹角分别为  $\gamma_s$  和  $\gamma_p$ ;两齿轮中心连线为  $Y$  轴,正方向由齿轮  $Z_s$  的中心  $O_s$  指向齿轮  $Z_p$  的中心  $O_p$ 。假设为理想情况,即齿轮的分度圆与节圆重合,则由渐开线的性质可得

$$\begin{cases} \gamma_s = \frac{\pi}{2} - (\tan \alpha_{ps} - \alpha_{ps}) \\ \gamma_p = \frac{\pi}{2} + (\tan \alpha_{ps} - \alpha_{ps}) \end{cases} \quad (14)$$

假定齿轮  $Z_p$  承受顺时针转矩,齿轮  $Z_s$  固定不动,则可获得承载齿轮副的啮合状态,如图 7 所示。图中,变量带有上标 \* 号的表示变化后的值。设齿轮  $Z_p$  的中心相对于齿轮  $Z_s$  中心在  $X_{ps}, Y_{ps}$  和  $Z_{ps}$  方向的偏移量为  $u_{ps}, v_{ps}$  和  $w_{ps}$ ,则得

$$\alpha_p^* = \alpha_s^* = \arccos \left( \frac{r_{bp} + r_{bs}}{\sqrt{u_{ps}^2 + (l_{ps} + v_{ps})^2 + w_{ps}^2}} \right) \quad (15)$$

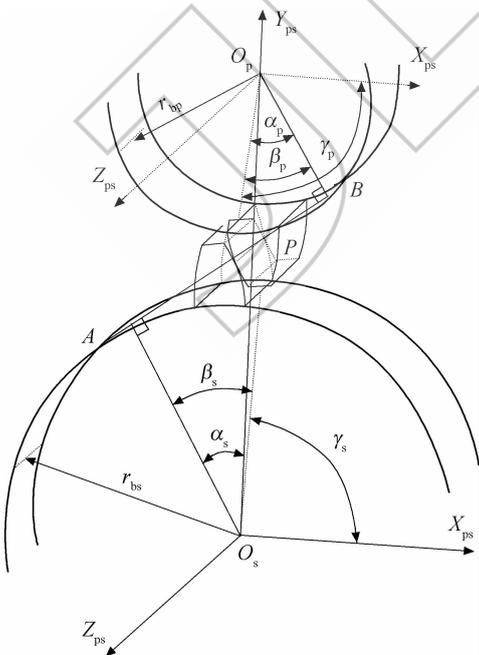


图 6 圆柱齿轮副的初始啮合状态示意图

Fig. 6 Sketch of initial engagement state of spur gear pairs

式中  $l_{ps}$  为初始中心距。其中  $u_{ps}, v_{ps}$  和  $w_{ps}$  可由式 (16) 获得,即

$$\begin{cases} u_{ps} = x_p - x_s + (\Delta e_p - \Delta e_s) \cos \alpha_{ps} \\ v_{ps} = y_p - y_s + (\Delta e_p - \Delta e_s) \sin \alpha_{ps} \\ w_{ps} = z_p - z_s \end{cases} \quad (16)$$

式中  $x_p$  和  $x_s$  分别为齿轮  $Z_p$  和齿轮  $Z_s$  的中心偏移量在  $X_{ps}$  坐标上的投影; $y_p$  和  $y_s$  分别为齿轮  $Z_p$  和齿轮  $Z_s$  的中心偏移量在  $Y_{ps}$  坐标上的投影; $z_p$  和  $z_s$  分别为齿轮  $Z_p$  和齿轮  $Z_s$  的中心偏移量在  $Z_{ps}$  坐标上的投影; $\Delta e_p$  和  $\Delta e_s$  分别为齿轮  $Z_p$  和齿轮  $Z_s$  在啮合线方向上的综合误差。由图 7 易知,  $\gamma_p^* = \gamma_p', \gamma_p^*$  可表示为

$$\gamma_p^* = \frac{\pi}{2} + \varphi_{ps} + (\beta_p^* - \alpha_p^*) \quad (17)$$

式中  $\varphi_{ps} = \arctan \left( \frac{u_{ps}}{l_{ps} + v_{ps}} \right)$ 。

根据渐开线齿轮的啮合原理,则线段  $A^*B^*$ 、 $A^*P^*$  和  $B^*P^*$  为

$$\begin{cases} B^*P^* = r_{bs} \beta_s^* \\ A^*B^* = (r_{bs} + r_{bp}) \tan \alpha_s^* \\ A^*P^* = A^*B^* - B^*P^* \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\beta_s^* = \alpha_s^* - \varphi_{ps} + \tan \alpha_{ps} - \alpha_{ps}$ 。联立式 (18) 可得  $\beta_p^* = \frac{A^*P^*}{r_{bp}}$ 。则承载条件下齿轮  $Z_p$  的中心偏移引起的沿顺时针方向的转角  $\varphi_{ps}$  为

$$\varphi_{ps} = \gamma_p^* - \gamma_p \quad (19)$$

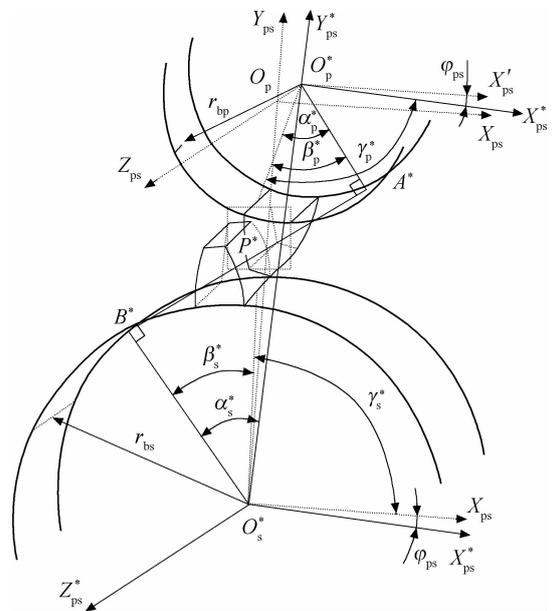


图 7 圆柱齿轮副的承载啮合状态示意图

Fig. 7 Sketch of load-bearing engagement state of spur gear pairs

## 4 均载特性分析

根据分流传动构型互换性配齿条件,以体积最小为目标函数优化了构型的设计参数,获得的基本参数如表 1 所示。针对该设计参数,开展轴的扭转和支撑刚度对各分支均载特性影响研究。

表 1 两次载荷分流传动构型的基本参数

Table 1 Basic parameters of twice load split transmission configuration

参数	数值	
输入扭矩 $T/(\text{N} \cdot \text{m})$	457	
齿数比	28/140, 20/59, 15/100	
模数/mm	$m_{mf}$	3
	$m_{ps}$	3
	$m_{gh}$	4.5
压力角/ $^\circ$	$\alpha_{imf}$	20
	$\alpha_{inps}$	25
	$\alpha_{ingjh}$	25
螺旋角 $\beta/^\circ$	33.484	
安装角/ $^\circ$	$\theta_{ip}$	108
	$\theta_{ij}$	108
	$\theta_{ig}$	36
	$\theta_g$	70
齿宽/mm	28, 32, 72	

### 4.1 扭转和支撑刚度对均载特性的影响

由于构型的两子系统相同,因此以左分支为例进行分析。轴的扭转刚度对传动构型的静力学均载特性影响如图 8 所示。图 8(a)表明:由于输入轴扭转刚度产生的扭转位移对面齿轮啮合副的影响相同,因此改变输入轴扭转刚度对均载特性基本没有影响。传动构型的空间结构限制以及互换性需求使得两分扭轴的扭转刚度大小不等。因此,增大右分扭轴扭转刚度,面齿轮分扭传动的均载特性变差;增大左分扭轴扭转刚度,面齿轮分扭传动的均载系数变好,而第 2 级圆柱齿轮分扭传动的均载特性基本无变化,如图 8(b)和图 8(c)所示。双联轴扭转刚度的变化对整个传动构型的均载特性都有影响。随着扭转刚度的增大,轴的柔性下降,变形协调能力减弱,因此均载性能变差,如图 8(d)所示。可见,双联轴的扭转刚度是一个重要的设计参数。

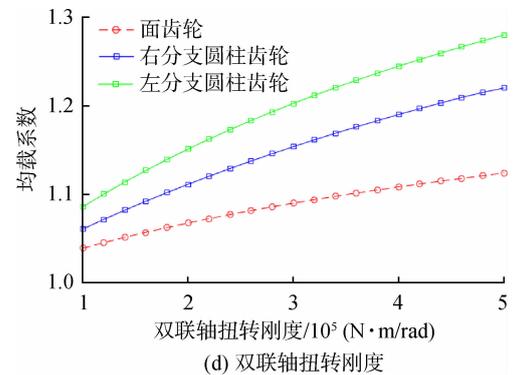
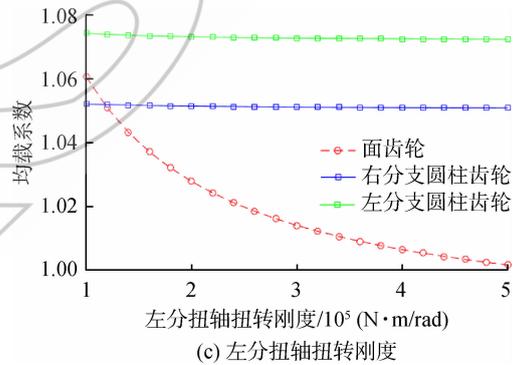
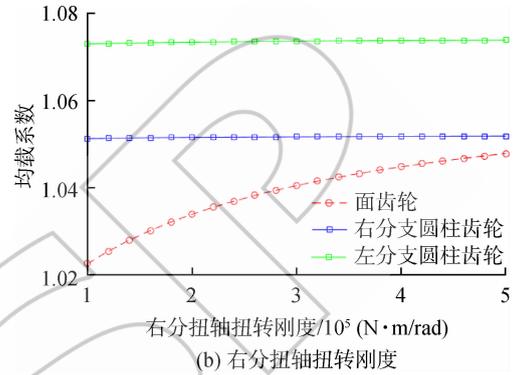
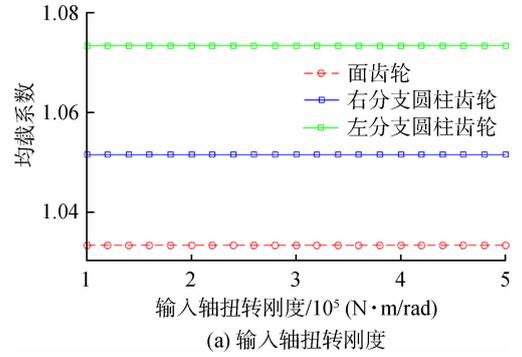


图 8 扭转刚度对均载特性的影响

Fig. 8 Influence of torsional stiffness on load sharing characteristics

图 9(a)~图 9(c)所示为轴的支撑刚度对均载特性的影响。图 9(a)表明:增大左分扭轴支撑刚度,面齿轮的均载特性变差,左分支圆柱齿轮分扭传动的均载特性变好,而对右分支圆柱齿轮分

扭传动的均载特性基本没有影响。图 9(b)中,随着右分扭轴的支撑刚度增加,面齿轮分扭和右分支圆柱齿轮分扭传动的均载特性变好,对左分支圆柱齿轮分扭传动的均载特性基本没有影响。图 9(c)中,随着双联轴支撑刚度的增加,中心位移的偏移量较小,因此各分支的均载特性都会改善。因此,增加右分扭轴的支撑刚度或减小左分扭轴的支撑刚度有助于改善面齿轮分扭传动的均载特性;增加双联轴的支撑刚度有助于提高系统的均载特性。

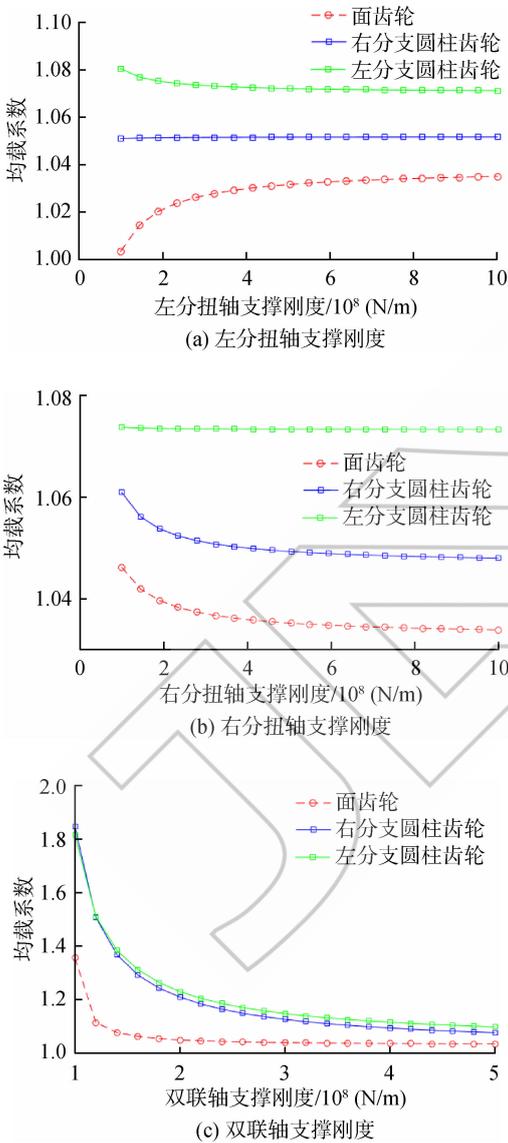


图 9 支撑刚度对均载特性的影响

Fig. 9 Influence of supporting stiffness on load sharing characteristics

#### 4.2 分扭轴的刚度对均载特性的影响

分扭轴扭转刚度同时变化对均载特性的影响如图 10(a)~图 10(c)所示。从图中可以看出,分

扭轴扭转刚度对面齿轮分扭传动的均载特性影响较大;当两个分扭轴扭转刚度比值达到一定比例时,面齿轮分扭传动可获得较好的均载特性,且上述参数的改变对圆柱齿轮分扭传动的均载特性基本没有影响。

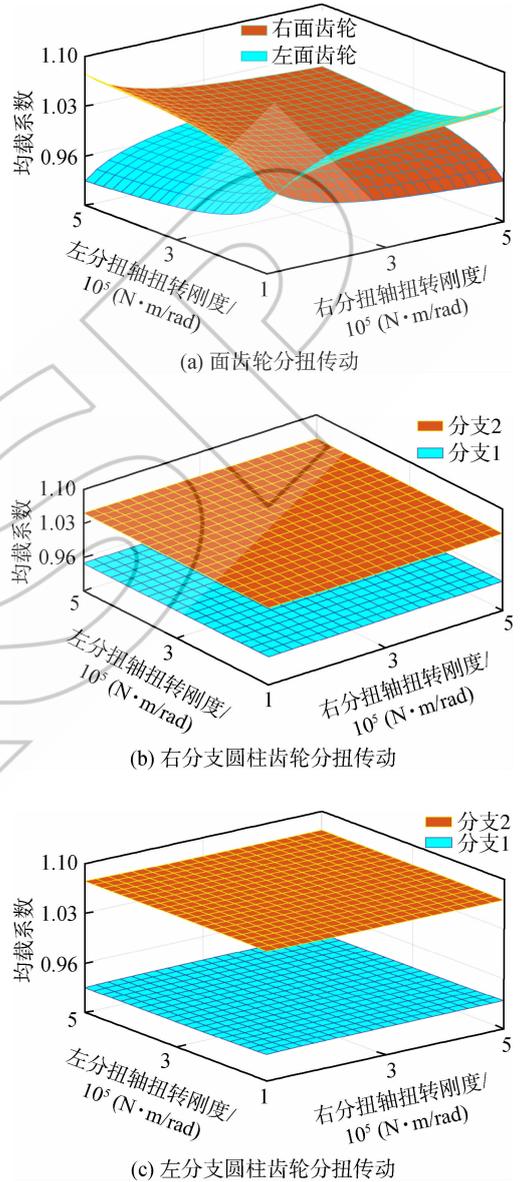
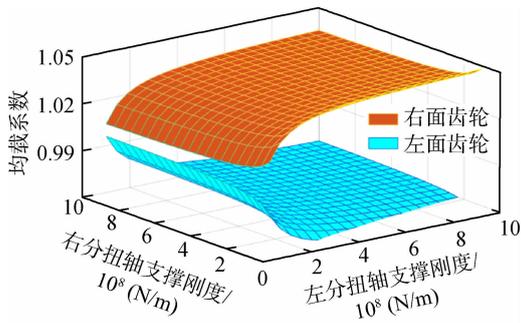
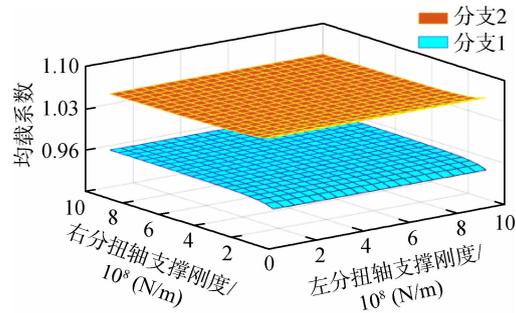


图 10 分扭轴扭转刚度同时变化对均载系数的影响  
Fig. 10 Influence of simultaneous change of torsional stiffness of the split torque shaft on the load sharing coefficient

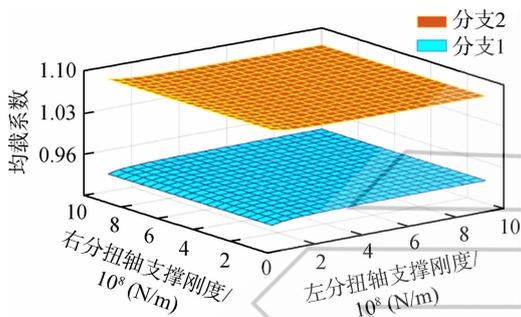
图 11(a)~图 11(c)所示为分扭轴支撑刚度同时变化对均载特性的影响。从图中可以看出,分扭轴支撑刚度对面齿轮分扭传动的均载特性影响较大,且当右分扭传动轴的支承刚度比左分扭轴的支撑刚度大时,面齿轮分扭传动的均载特性比较好,这主要和啮合力的非对称性有关。同时,



(a) 面齿轮分扭传动



(b) 右分支圆柱齿轮分扭传动



(c) 左分支圆柱齿轮分扭传动

图 11 分扭轴支撑刚度同时变化对均载系数的影响

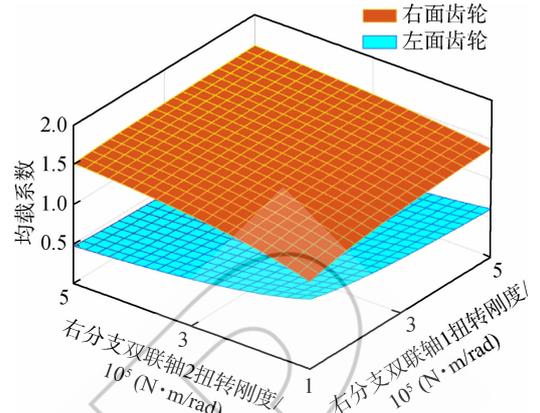
Fig. 11 Influence of simultaneous change of supporting stiffness of the split torque shaft on the load sharing coefficient

上述参数的改变对圆柱齿轮分扭传动的均载特性影响较小。

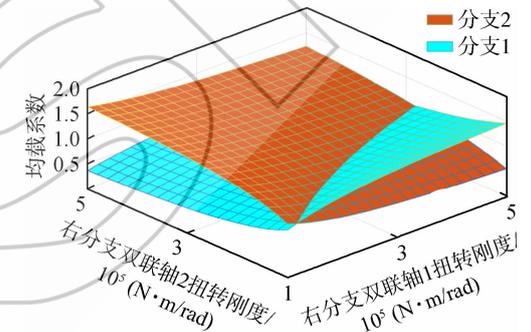
### 4.3 双联轴的刚度对均载特性的影响

传动构型两子系统中双联轴刚度同时变化对均载特性的影响类似,因此以右分支为例进行分析。右分支双联轴扭转刚度同时变化对均载特性的影响如图 12 所示。因为第 2 级传递扭矩较大,双联轴扭转刚度减小,柔性增强,相对提高了其变形协调能力,反过来有助于改善面齿轮分扭传动的均载特性,如图 12(a) 所示。分析结果表明,由于力不对称使得左右分支齿轮副间的齿侧间隙发生变化,因此当右分支双联轴 2 的扭转刚度大于右分支双联轴 1 的扭转刚度时,可以起到一定的补偿作用。尤其是满足一定比值时,圆柱齿轮分

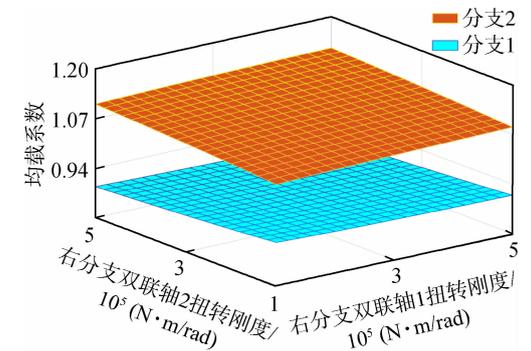
扭传动可获得较好的均载特性,如图 12(b) 所示。图 12(c) 的计算结果表明:右分支双联轴扭转刚度对左分支分扭传动的均载特性影响较小。



(a) 面齿轮分扭传动



(b) 右分支圆柱齿轮分扭传动



(c) 左分支圆柱齿轮分扭传动

图 12 右分支双联轴扭转刚度同时变化对均载系数的影响

Fig. 12 Influence of simultaneous change of torsional stiffness of compound gear shaft of the right branch on the load sharing coefficient

双联轴支撑刚度同时变化对均载特性的影响如图 13 所示。结果表明:增加双联轴支撑刚度有助于改善面齿轮分扭传动的均载特性;当双联轴 2 的支撑刚度大于双联轴 1 的支撑刚度,尤其是支撑刚度满足一定比例关系时,右分支圆柱齿轮

分扭传动的均载特性较好。但是,右分支双联轴支撑刚度的改变对左分支圆柱齿轮分扭传动的均载特性基本没有影响。

传动的均载特性几乎无变化;右分扭轴的支撑刚度大于左分扭轴支撑刚度且满足一定比例时,面齿轮可获得较好的均载特性。

3) 减小双联轴扭转刚度可同时改善面齿轮和圆柱齿轮分扭传动的均载特性;双联轴 1 和双联轴 2 的扭转刚度满足一定比值时,圆柱齿轮分扭传动可获得较好的均载特性。

4) 增加双联轴的支撑刚度,可改善整个系统的均载特性;双联轴 2 的支撑刚度大于双联轴 1 的支撑刚度,尤其是满足一定比值时,圆柱齿轮分扭传动可获得较好的均载特性。

## 参考文献:

- [ 1 ] WHITE G. New family of high-ratio reduction gear with multiple drive paths[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1974, 188(1): 281-288.
- [ 2 ] WHITE G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 1983, 197(4): 213-224.
- [ 3 ] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part G Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [ 4 ] SEGAGE R A, JOSÉ-ANTONIO, LÓPEZ L M, et al. Split torque gearboxes: requirements, performance and applications[M]. [S. l.]: InTech Press, 2012.
- [ 5 ] MAJID R, TIMOTHY K. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-105681, 1992.
- [ 6 ] KRANTZ T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-106410, 1994.
- [ 7 ] KRANTZ T L. A method to analyze and optimize the load sharing of split path transmissions[R]. NASA TM-107201, 1996.
- [ 8 ] KRANTZ T L, DELGADO I R. Experimental study of split-path transmission load sharing[R]. NASA TM-107202, 1996.
- [ 9 ] COCKING H. The design of an advanced engineering gearbox[J]. Vertica, 1986, 10(2): 213-225.
- [ 10 ] SMIRNOV G. Multiple-power-path nonplanetary main gearbox of the Mi-26 heavy-lift transport helicopter[J]. Vertiflite, 1990, 36(3): 20-23.
- [ 11 ] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part G Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [ 12 ] KISH J G. Sikorsky aircraft advanced rotorcraft transmission (ART) program-final report[R]. NASA CR-191079, 1993.
- [ 13 ] HANDSCHUH R, LEWICKI D, BOSSLER R. Experimental testing of prototype face gears for helicopter transmis-

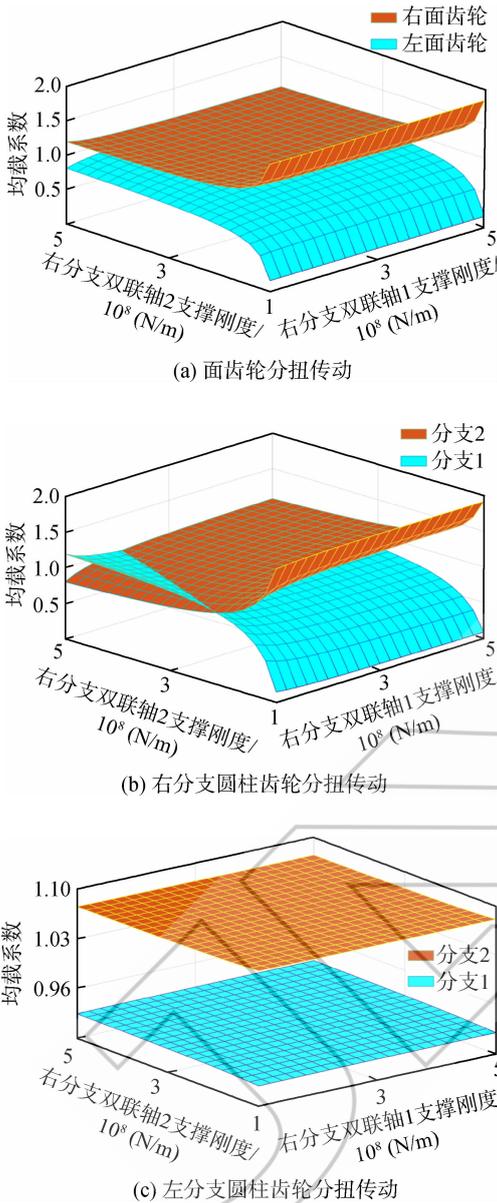


图 13 右分支双联轴支撑刚度同时变化对均载系数的影响

Fig. 13 Influence of simultaneous change of supporting stiffness of compound gear shaft of the right branch on the load sharing coefficient

## 5 结论

1) 输入轴扭转刚度的变化对均载特性几乎没有影响。

2) 分扭传动轴的刚度影响面齿轮分扭传动的均载特征;两分扭轴扭转刚度取一定比值时,面齿轮分扭传动的均载特性改善,但圆柱齿轮分扭

- sions[R]. NASA TM-105434, 1992.
- [14] HEATH G F, BOSSLER J R B. Advanced rotorcraft transmission (ART) program; final report[R]. NASA CR-191057, 1993.
- [15] ROBERT F H, DAVID G L, GREGORY F H, et al. Experimental evaluation of face gears for aerospace drive system applications[R]. NASA TM-107227, 1996.
- [16] WANG R, ZHAO N, TAO L, et al. Floating shaft load sharing method for face gear split torque transmission system[J]. Research Journal of Applied Sciences Engineering and Technology, 2013, 5(12): 3383-3392.
- [17] 陈广艳, 陈国定, 李永祥, 等. 含有面齿轮的传动系统动态响应特性研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2391-2396.  
CHEN Guangyan, CHEN Guoding, LI Yongxiang, et al. Dynamic response analysis of gear drive with face-gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2391-2396. (in Chinese)
- [18] 董皓, 方宗德, 王宝宾, 等. 基于变形协调和间隙浮动的双路功率分流系统均载特性分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(4): 872-877.  
DONG Hao, FANG Zongde, WANG Baobin, et al. Load sharing characteristics analysis of power split system based on deflection compatibility and clearance floating[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(4): 872-877. (in Chinese)
- [19] 桂永方, 朱如鹏, 扶碧波, 等. 扭转刚度对双输入圆柱齿轮分流传动系统动力学均载系数的影响[J]. 航空动力学报, 2014, 29(9): 2264-2272.  
GUI Yongfang, ZHU Rupeng, FU Bibo, et al. Impact of torsional stiffness on dynamic load sharing coefficient of two-input cylindrical gear split-torque transmission system[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(9): 2264-2272. (in Chinese)
- [20] 付晨曦, 赵宁, 赵永志, 等. 基于 FA-NSGA 分扭传动系统的均载和轻量化优化设计[J]. 航空动力学报, 2014, 29(9): 2247-2255.  
FU Chenxi, ZHAO Ning, ZHAO Yongzhi, et al. Load sharing and lightweight optimization design of torque-split transmission system based on FA-NSGA[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(9): 2247-2255. (in Chinese)
- [21] 董金城, 王三民, 林何, 等. 参数对二分支斜齿轮传动动载和均载特性影响[J]. 航空动力学报, 2015, 30(5): 1260-1266.  
DONG Jincheng, WANG Sanmin, LIN He, et al. Parameters effect on dual-path helical gear transmission dynamic load and load sharing characteristic[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(5): 1260-1266. (in Chinese)
- [22] 靳广虎, 任薇, 朱如鹏. 扭转刚度对功率分流传动系统均载特性的影响[J]. 航空动力学报, 2019, 34(11): 2478-2489.  
JIN Guanghu, REN Wei, ZHU Rupeng, et al. Influence of backlash on load sharing and dynamic load characteristics of twice split torque transmission system[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(11): 2478-2489. (in Chinese)
- [23] JIN G H, REN W, ZHU R P, et al. Influence of backlash on load sharing and dynamic load characteristics of twice split torque transmission system[J]. Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2019, 7(6): 565-577.
- [24] MO Shuai, YUE Zongxiang, FENG Zhiyou, et al. Analytical investigation on load-sharing characteristics for multi-power face gear split flow system[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part C Mechanical Engineering Science, 2020, 234(2): 676-692.
- [25] JIN G H, XIONG Y P, GUI Y F, et al. Sensitive parameter and its influence law on load sharing performance of double input split torque transmission system[J]. Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2017, 5(6): 584-595.
- [26] GREGORY F H, STEPHEN C S, DAVID J F. Helical face gear development under the enhanced rotorcraft drive system program[R]. NASA/TM-217125, 2011.
- [27] YURIY G, SHULIN H, GREGORY B, et al. Load sharing test of the CH-53K split torque main gearbox[R]. Grapevine, Texas, US; the American Helicopter Society (AHS) 65th Annual Forum, 2009.
- [28] YURIY G, WOOD B. Multi-path rotary wing aircraft gearbox; US7918146B2[P]. 2011-04-05.
- [29] YURIY G, MATTHEW A, PETER P, et al. Design and development of a modern transmission; baseline configuration of the CH-53K drive system[R]. Virginia Beach; the American Helicopter Society (AHS) 67th Annual Forum, 2011.

(编辑:王碧珺)