

TC11 钛合金棒材和锻件的室温 设计许用值计算

钟 斌^{1,2,3}, 马少俊^{1,2,3}, 张仕朝^{1,2,3}, 焦泽辉^{1,2,3}, 黄子琳⁴, 何玉怀^{1,2,3}

(1. 中国航空发动机集团有限公司 北京航空材料研究院, 北京 100095;

2. 中国航空发动机集团有限公司 北京航空材料研究院
材料检测与评价重点实验室, 北京 100095;

3. 中国航空发动机集团有限公司 北京航空材料研究院
航空材料检测与评价北京市重点实验室, 北京 100095;

4. 中国航空发动机集团有限公司 湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘 要: 从统计学基本概念和原理出发,对金属材料室温拉伸强度设计许用值的直接计算方法要素进行了简析,并对批产 TC11 钛合金棒材和锻件的室温设计许用值进行了计算与分析。结果表明:采用回归方法计算的 TC11 棒材不同规格系列设计许用值下限,比材料标准规定的 S 基准值下限更接近产品实际强度,不同规格抗拉强度的计算下限值比规定下限值高 31~85 MPa;采用不回归方法计算的 TC11 锻件抗拉强度设计许用值比锻件标准规定的 S 基准值低 11 MPa。计算的设计许用值比国内材料数据手册中 TC11 合金的 A 基准值高,棒材强度高 1.5%~7.2% 不等,锻件抗拉强度和屈服强度分别高 3.9% 和 5.2%。

关 键 词: 设计许用值; A 基准值; S 基准值; TC11 钛合金; 拉伸强度

中图分类号: V250.3

文献标志码: A

Calculation of design allowable values for TC11 titanium bar and forging at room temperature

ZHONG Bin^{1,2,3}, MA Shaojun^{1,2,3}, ZHANG Shichao^{1,2,3},

JIAO Zehui^{1,2,3}, HUANG Zilin⁴, HE Yuhuai^{1,2,3}

(1. Beijing Institute of Aeronautical Materials,

Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;

2. Key Laboratory of Aeronautical Materials Testing and Evaluation,

Beijing Institute of Aeronautical Materials,

Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;

3. Beijing Key Laboratory of Aeronautical Materials Testing and Evaluation,

Beijing Institute of Aeronautical Materials,

Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;

4. Hunan Aviation Powerplant Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

Abstract: In view of the basic problems and principles of statistics, the elements of di-

收稿日期:2020-04-17

作者简介:钟斌(1976—),女,高级工程师,硕士,主要从事航空发动机材料力学性能测试与表征方法研究。

引用格式:钟斌,马少俊,张仕朝,等. TC11 钛合金棒材和锻件的室温设计许用值计算[J]. 航空动力学报,2020,35(10):2195-2204.
ZHONG Bin, MA Shaojun, ZHANG Shichao, et al. Calculation of design allowable values for TC11 titanium bar and forging at room temperature[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(10): 2195-2204.

rect calculation for design allowable value of metallic material tensile strength at room temperature were briefly analyzed. The design allowable values for TC11 titanium bar and forging were calculated and analyzed. Result showed that the lower limit of series allowable values for TC11 bar with different sizes calculated by regression method was closer to the actual product strength compared with specified S-basis values. The calculated ultimate strengths were 31—85MPa higher than specified lower limit. The allowable value calculated by non-regression method for TC11 forging ultimate strength was 11MPa lower than specified S-basis value. Calculated values were higher than A-basis values of TC11 alloy in domestic material data handbooks, i. e. 1.5%—7.2% higher for bars, 3.9% and 5.2% higher for forging ultimate strength and yield strength.

Key words: design allowable value; A-basis value; S-basis value; TC11 titanium alloy; tensile strength

金属材料的力学性能是航空产品进行选材和设计的基础,性能数据受材料制备、试验过程等诸多因素的影响,需要按照一定的规范获得基准值作为设计许用值,如 S 基准值和 A 基准值等,方可用于选材和设计。基准值的计算涉及复杂的统计计算过程,目前已有一些标准的方法,如已获得广泛应用的美国《Metallic Materials Properties Development and Standardization》(以下简称 MMPDS)手册中所述的方法^[1]。

MMPDS 前身为美国《Military Handbook-5》(以下简称 MIL-HDBK-5)系列,是被 Federal Aeronautics Administration (FAA) 认可的公开发布金属材料 and 连接件设计许用值性能数据的手册^[2-8]。该手册定义 A 基准值为统计计算 T_{99} 值或材料标准规定 S 基准值中的较小值。 T_{99} 值指母体中至少有 99% 的数值等于或超过该值,即可靠度 99%,其置信度为 95%。美国发动机结构完整性大纲《Engine Structural Integrity Program》(ENSIP) MIL-HDBK-1783B^[9] 中要求,除断裂韧性和疲劳裂纹扩展速率外,所有的材料性能都应采用 50% 置信度的 -3σ 值(可靠度为 99.87%)或 95% 置信度的 -2σ 值(可靠度为 97.72%),或者 50% 置信度的 $B_{0.1}$ 值(可靠度为 99.9%),或者 MIL-HDBK-5 的 A 基准值。

设计许用值计算方法包括基于大样本的直接法和基于小样本的间接法,同时分为回归和非回归两种。非回归的直接法又分为参数统计和非参数统计。对于直接的参数统计方法计算 T_{99} 值,在 MIL-HDBK-5 系列早期只采用正态分布,后来正态法引入了偏斜度,并引入了威布尔分布。但由于偏斜度难以检验,常导致运用正态法得到的结果不理想, MIL-HDBK-5J (2003 年更名为

MMPDS) 不再推荐使用该方法^[5-6]。2016 年发布的 MMPDS-11 主要采用皮尔森Ⅲ型系列分布和威布尔分布两种分布形式,并且对于不满足分布的数据样本,允许删减高侧数据后进行威布尔检验,或者进行两种分布的回退处理,使得不够理想的情况下仍可以给出工程可用的设计许用值^[1]。

近年来国内学者对金属材料的室、高温拉伸强度设计许用值计算方法也开展了一些研究^[10-12],并形成了标准^[13-14]。马国宇^[10]研究了不同来源与样本量的数据统计处理方法,以及三参数威布尔分布参数的估计方法。陈颖^[11]详细讨论了样本分布拟合的流程和方法,以及多个样本母体校验的 K 样本 Anderson-Darling 检验方法(以下简称 ADK 检验)。原鲲等^[12]采用正态分布直接计算方法给出了某高温合金的容限范围母体比例 99% 的高温设计许用值曲线。北京航空材料研究所^[13]参照 MIL-HDBK-5D,参数统计方法采用正态分布给出了 TC11 等 5 种材料的 A 基准值和 -3σ 值。GJB18Z/A-2005^[14] 标准中参数方法采用带偏斜度的正态分布和威布尔分布,与 MIL-HDBK-5H 基本一致。

本文对金属材料室温拉伸强度设计许用值的直接计算方法要素进行简要阐述,对航空发动机用 TC11 钛合金棒材和锻件的室温拉伸强度批产检验数据进行统计分析,对棒材和锻件的两组数据分别采用回归和非回归的方法进行计算。其中非回归的参数方法采用皮尔森Ⅲ型系列分布和威布尔分布进行检验和计算。最后对计算结果进行简要分析。

1 数据要求

为了确保获得的设计许用值代表材料当前真

实的生产能力,用于测试强度性能的材料必须来自稳定批生产,且按照当前材料标准生产并供应。

参与计算的数据需满足最小的样本量和最少的炉批次要求^[1,14]。金属材料的室温抗拉强度和屈服强度是在材料标准中规定的质量验收指标,且在生产中被广泛应用。因此,将生产中的这些检验数据汇集起来较容易满足样本量和炉批次的要求,可用直接法计算获得室温强度基准值。这些室温强度基准值是间接法导出其高温强度以及其他强度性能基准值的前提。

试验过程中的关键因素如试样形式和拉伸速率等会在一定程度上影响强度测试结果。因此,需按照统一的试验方法标准进行试验,或者至少参与计算的一组数据应按照统一的试样形式和试验参数进行试验,以保证数据的一致性。

有的金属材料制品由于成型工艺的原因,其不同取样方向会表现出性能上的差异,不同规格厚度也会呈现出性能差异。因此,在计算设计许用值以及使用这些设计许用值时都应予以考虑。

2 统计分析方法简析

2.1 基本概念

工程上金属材料强度 A 基准值或其他设计许用值的计算,在统计学中可表述为特定分布条件下母体百分位数的容许下限问题。

设 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是来自分布函数 F_θ 的一个样本,其中 $\theta\in\Theta$,又设 T_1 和 T_u 是两个统计量,假如对任意给定的 β 和 $\gamma,0<\beta,\gamma<1$,和所有的 $\theta\in\Theta$,有

$$P_\theta\{P_\theta(T_1\leq X)\geq\beta\}\geq\gamma\tag{1}$$

$$P_\theta\{P_\theta(X<T_u)\geq\beta\}\geq\gamma\tag{2}$$

或等价地有

$$P_\theta\{F(T_1)\leq 1-\beta\}\geq\gamma\tag{3}$$

$$P_\theta\{F(T_u)\geq\beta\}\geq\gamma\tag{4}$$

则 T_1 和 T_u 分别称为分布 F_θ 的 (β,γ) 容许下限和 (β,γ) 容许上限^[15]。

设总体分布属于所有连续型分布的集合,若 T_u 是 F_θ 的 β 分位数 t_β 的置信水平为 γ 的置信上限,则 T_u 是 F_θ 的 (β,γ) -容许上限。 T_1 是 F_θ 的 $(1-\beta)$ 分位数 $t_{1-\beta}$ 的置信水平为 γ 的置信下限,则 T_1 是 F_θ 的 (β,γ) 容许下限^[15]。

当 $\gamma=95\%,\beta=99\%$ 时,所得到的容许下限就是工程设计中所用的 A 基准值。

对于金属材料强度与某一特征量如厚度、直

径、寿命等呈现相关性时,A 基准值或其他设计许用值的计算,则可表述为特定置信度 γ 、可靠度 β 的回归下限问题。工程上常用的方法为单侧容限系数法^[1,16]。

当 $\gamma=50\%,\beta=99.87\%$ 时,所得到的下限曲线就是工程设计中所用的 50% 置信度的一 3σ 曲线。同理可得 $\gamma=95\%,\beta=99\%$ 的 A 基准曲线。

2.2 回归显著性检验

首先应对所有数据进行适当的统计显著性检验,包括回归和不回归的两种情况。由于金属材料制品的性能有时会随着某些尺寸特性(如材料规格)呈线性或非线性变化,因此应先检验性能与尺寸之间的关系,即进行回归显著性检验。

回归显著性检验时通常需要进行正态性假设,即假设残差服从正态分布,这一正态假设的有效性可由 Anderson-Darling (A-D) 检验进行评估^[1,17]。工程实际中往往一个材料规格会有多个性能观测值,因此回归显著性检验需要分两步进行,先检验失拟性,再检验显著性。前者度量所选回归模型的适用性,后者度量模型对数据进行描述的关联性。两种检验均通过残差分析,采用不同的统计量进行 F 检验来实现。

如果有两组或多组相互独立的数据,例如不同来源或不同时间段的数据,则在显著性检验前需进行回归一致性检验,以判断数据是否可合并。回归一致性仍然通过 F 检验来实现。

如果数据的直接回归关系不成立,有时还可以通过简单的数据转换,例如对直径取对数,来建立新的回归关系,这样的转换还可使后续的分析得到简化^[1,14]。

2.3 同类性检验

对于不需要回归的数据,首先应检查数据是否满足炉批数和子样数要求,满足要求可直接计算,不满足要求则需进一步增加数据量。如果有两组或多组相互独立的数据,则可通过同类性检验来判断数据是否可合并。

同类性检验常用的方法有 F 检验、t 检验以及 ADK 检验等。其中 F 检验和 t 检验基于正态性假设且只能两两相比进行判断,对于多组数据的检验,过程会比较繁琐。ADK 检验为非参数统计方法,只需假设各子样是来自各自母体的独立随机子样即可,且可对多组数据进行检验,因而在工程上更为常用^[1,10-11]。

2.4 拟合优度检验

对于已满足炉批次和子样数要求的数据,需

要进行拟合优度检验,来判断数据符合哪种已知分布,从而采用该分布的参数进行计算。

将样本数据的经验累积分布函数与假设数据呈某特定分布时期望的理论累积分布函数进行比较,如果实测差异足够小,常取 5% 的误差风险,则接受符合该分布的假设。工程上采用基于 A-D 检验的方法,来确定母体是否符合威布尔分布或皮尔森Ⅲ型分布^[1,14]。

如果多种分布同时通过检验,则分别进行计算并择优选取计算结果。择优选取的原则之一是选择对低侧数据拟合较好的分布。这是因为工程设计中真正关注的是材料性能分布中的低侧数据。同样的原因,当数据经检验不符合任何一个已知分布时,可对高侧数据进行适当的删减。在某些情况下虽然整体不服从某分布,但对于低侧数据,分布仍可提供较为合理的近似^[1]。如果数据经过删减后仍不符合分布,还可进一步采用回退方法,即针对皮尔森分布适当降低母体均值的

估计值,或针对威布尔分布适当降低母体门槛值,以达到对强度基准值进行适当的保守估计的目的。如果经上述方法检验,所有已知分布均不能符合,则按照未知分布的非参数统计方法进行计算^[1,14]。

3 TC11 钛合金设计许用值计算

3.1 数据信息

从实际生产中获得的 TC11 合金棒材和锻件近十年的出入厂检验室温拉伸强度数据见表 1 和表 2。

表 1 为棒材不同直径 D 的抗拉强度 R_m 和屈服强度 $R_{p0.2}$ 数据,按材料标准 GJB494A-2008 的要求进行取样和试验。表 2 为锻件入厂检验数据,按锻件标准 Q/16 GJXO-635-2013 的要求在锻件试样环上取样。室温拉伸试验方法均采用 GB/T 228.1-2010。

表 1 TC11 棒材室温拉伸强度数据
Table 1 Room temperature tensile strength data of TC11 bar

D/mm	R_m/MPa	$R_{p0.2}/MPa$
25	1160,1170,1190,1190	1020,1020,1040,1030
27	1140,1130,1130, ,1160,1170	1010,1000,1010,1010,1030,1040
29	1110,1150,1110,1150,1170,1180, 1100,1130,1150,1150	985,1010, 985,1010,1030,1040, 965, 995,1020,1010
30	1130, 1140	1000, 1010
32	1110,1110,1110,1110,1120,1130, 1120,1110,1140,1130,1150,1130	940, 955, 940, 955,1000,1010, 975, 970,1010,1010,1020,1020
35	1110,1100	970, 960
36	1140,1110,1110,1120	1010, 980, 980, 975
38	1110,1110,1120,1120,1140,1130,1120,1120, 1120,1110,1130,1120,1110,1110,1120,1120, 1120,1110,1120,1120,1120,1130	940, 955, 970, 990,1020, 990, 975, 985, 970, 975,1000, 990, 975, 995, 990,1000, 980, 970, 965, 975, 965, 965
42	1100,1090,1110,1110,1110,1100,1130,1130, 1130,1130, , ,1120,1110	975, 965, 975, 975, 955, 950, 975, 990, 985, 980, 985,1000, 980, 985
43	1100,1100,1110,1100	965, 975, 955, 950
46		1000, 995
48	1100,1100,1120,1120	955, 955, 980, 970
50	1120,1120	985, 995
51	1110,1110,1140,1120	980, 980, 980, 975
55	1100,1100,1120,1120	940, 945, 980, 975
69	,1110,1090,1090	1006, 988, 945, 940

表 2 TC11 锻件室温拉伸强度数据

Table 2 Room temperature tensile strength data of TC11 forging

参数	数值
R_m /MPa	1 200,1 220,1 200,1 230,1 200,1 220,1 160,1 210,1 080,1 130,1 220,1 230,1 220,1 210,1 061,1 065, , 1 088,1 112,1 190,1 210,1 210,1 190,1 230,1 230,1 230,1 180,1 080,1 080,1 149,1 156, 1 170,1 200,1 200,1 210,1 210,1 220,1 230,1 180,1 150,1 090,1 080,1 080,1 070,1 100,1 060,1 067, 1 190,1 210,1 220,1 080,1 097,1 230,1 070,1 070,1 088,1 061,1 060,1 110,1 130,1 130,1 130,1 070, 1 090,1 110,1 100,1 100,1 090,1 130,1 160,1 080,1 110,1 180,1 200,1 220,1 200,1 180,1 200,1 110, 1 090,1 110,1 130,1 090,1 070,1 130,1 130,1 110,1 130,1 110,1 100,1 106,1 108,1 165,1 144,1 117, 1 130,1 103,1 089,1 175,1 141,1 143,1 132,1 102,1 087,1 120,1 129,1 148,1 161,1 131,1 137
	1 040,1 040,1 040,1 040,1 030,1 050,1 010,1 040, 970,1 020,1 040,1 040,1 050,1 040, 957, 964, 964, 965, 993,1 022,1 070,1 100,1 080,1 050,1 090,1 110,1 100,1 040, 990,1 000,1 044,1 067, 1 010,1 030,1 040,1 050,1 050,1 050,1 060,1 070,1 000, 965, 950, 955, 950, 960, 965, 980, 1 020,1 030,1 050, 980, 965,1 060, 945, 940, 978, 940, 938,1 020,1 040,1 050,1 040, 965, 995,1 000, 990, 990, 985,1 030,1 060, 980, 990,1 040,1 040,1 040,1 020,1 010,1 030,1 030, 995,1 010,1 040, 990, 980,1 040,1 050,1 020,1 030,1 030,1 020, 986,1 019,1 065,1 050,1 027, 1 035,1 025,1 005,1 070,1 030,1 042,1 034,1 037,1 016,1 027,1 041,1 031,1 031,1 012,1 012

3.2 棒材-回归显著性检验

TC11 合金棒材有多个规格,直径分布于 25~69 mm 之间,每种规格均有多个抗拉强度和屈服强度数据(详见表 1)。首先进行回归失拟性和显著性检验。由于线性回归未通过检验,两种强度均进行了二次回归失拟性和显著性检验。

二次回归的关系式如下:

$$Y = a + bx + cx^2 + \epsilon \tag{5}$$

其中 Y 为强度, x 为直径, ϵ 为残差, a 、 b 、 c 为常数。

表 3 为失拟性和显著性检验的方差分析表。表中 n 表示 (x_i, Y_i) 试验点的总数, k 表示不同 x 值的数量,表中各项的计算式见式(6)~式(13)。

表 3 二次回归方差分析表

Table 3 Quadratic regression analysis of variance

方差源	自由度	平方和	均方值	F 统计量
回归	2	S_{sr}	$S_{sr}/2$	F_1
残差	$n-3$	S_{se}	$S_{se}/(n-3)$	F_1
失拟性	$k-3$	S_{slf}	$S_{slf}/(k-3)$	F_2
纯误差	$n-k$	S_{spe}	$S_{spe}/(n-k)$	F_2
总和	$n-1$	S_{st}		

回归平方和 S_{sr} 、残差平方和 S_{se} 及总离差平方和 S_{st} 定义如下:

$$S_{sr} = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \tag{6}$$

$$S_{se} = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \tag{7}$$

$$S_{st} = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \tag{8}$$

其中 $\hat{Y}_i$ 为 x_i 处由方程计算的 Y 值; $\bar{Y}$ 为所有 Y_i 的平均值。

为了计算失拟平方和 S_{slf} 和纯误差平方和 S_{spe} ,需按 x 值的大小顺序对数据重新编号。令 Y_{uj} 代表第 u 个 x 水平所对应的第 j 个数据值, n_u 代表第 u 个 x 水平的数据个数,则第 u 个 x 水平所有 Y_{uj} 的平均值 $\bar{Y}_u$ 由下式计算:

$$\bar{Y}_u = \sum_{j=1}^{n_u} Y_{uj} / n_u \tag{9}$$

令 $\hat{Y}_{uj}$ 代表第 u 个 x 水平处由方程计算的 Y 值,则

$$S_{slf} = \sum_{u=1}^k \sum_{j=1}^{n_u} (\bar{Y}_u - \hat{Y}_{uj})^2 \tag{10}$$

$$S_{spe} = S_{se} - S_{slf} \tag{11}$$

用于二次回归失拟性检验与显著性检验的两个 F 统计量定义如下:

$$F_1 = (S_{sr}/2) / [S_{se}/(n-3)] \tag{12}$$

$$F_2 = [S_{slf}/(k-3)] / [S_{spe}/(n-k)] \tag{13}$$

如果 F_2 大于分子自由度 $k-3$ 且分母自由度 $n-k$ 的 F 分布 95% 分位数,则失拟性显著,模型不可用。反之,则失拟性不显著,认为该回归模型可描述 x 和 Y 之间的关系。若失拟性不显著,则进一步检验 F_1 是否大于分子自由度 2 分母自由度 $n-3$ 的 F 分布 95% 分位数,如果是则回归显著, x 和 Y 之间的关联性显著。反之则回归不显著。

TC11 棒材的抗拉强度数据经对数转换后通

过了二次回归的失拟性和显著性检验,即对棒材直径取对数后进行二次回归,用 D 表示直径,则式(5)中的 x 为 $\lg D$ 。屈服强度未经数据转换即通过了二次回归的失拟性和显著性检验, x 为直径 D 。

3.3 棒材-回归的直接计算

TC11 棒材抗拉强度数据经对数转换后符合二次回归关系,屈服强度未经转换符合二次回归关系。对于二次回归,采用式(14)计算在 $x = x_0$ 处的 T_{99} 值。

$$T_{99} = a + bx_0 + cx_0^2 - t_{0.95}(n-3, 2.326/\sqrt{Q})\sqrt{Qs_y}$$

(14)

其中 $t_{0.95}(n-3, 2.326/\sqrt{Q})$ 指带有偏心参数 $2.326/\sqrt{Q}$ 和自由度为 $n-3$ 的偏心 t 分布 95%分位数, Q 为偏心率, s_y 为回归标准差, a 、 b 、 c 为常数。 a 、 b 、 c 、 s_y 和 Q 由二次回归计算获得^[1,14]。

按照上述方法,用自主开发并经过验证的计算机程序分别计算 TC11 棒材的抗拉强度和屈服强度 T_{99} 值,结果如图 1(a)和图 1(b)所示。

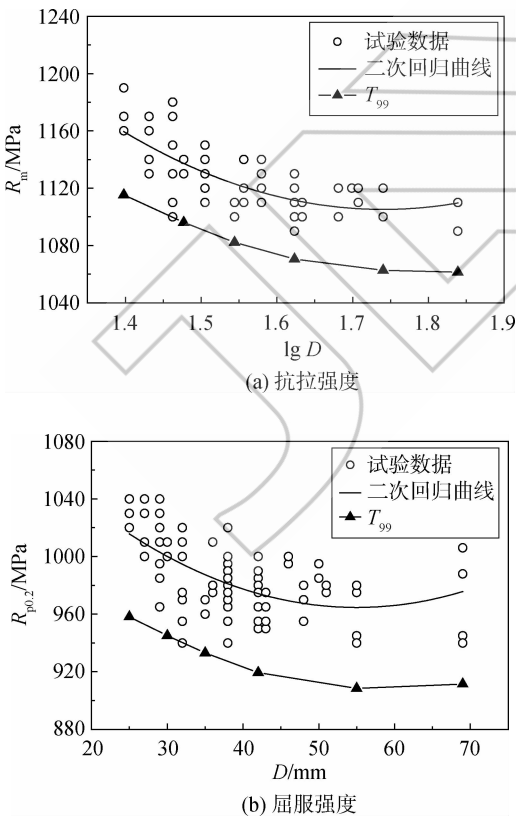


图 1 TC11 棒材拉伸强度 T_{99} 计算结果
Fig.1 Computed T_{99} of tensile strength for TC11 bar

表 4 列出了直径规格分别取具体数值时 T_{99} 的数值结果。

表 4 不同直径 TC11 棒材拉伸强度 T_{99} 计算结果
Table 4 Computed T_{99} of tensile strength for TC11 bar with different diameters

D/mm	$\lg D$	R_m/MPa	$R_{p0.2}/\text{MPa}$
25	1.397 94	1 115	958
30	1.477 12	1 096	945
35	1.544 07	1 082	933
42	1.623 25	1 070	920
55	1.740 36	1 063	908
69	1.838 85	1 061	912

3.4 锻件-拟合优度检验

TC11 合金锻件的检验数据(见表 2)均为锻件试样环上取样,与尺寸无关,不需要回归,直接进行拟合优度检验。

图 2(a)和图 2(b)分别给出了 TC11 合金锻件抗拉强度和屈服强度的频率直方图,这些数据是否满足已知分布需要通过威布尔分布或皮尔森Ⅲ型分布的 A-D 检验来进行判断^[1,14,18]。

两种分布的 A-D 检验结果显示,上述抗拉强度和屈服强度均不符合分布。如前文所述,工程上更关注低侧数据,因此在新标准中允许进行适当的高侧删减,使数据符合威布尔分布^[1]。由图

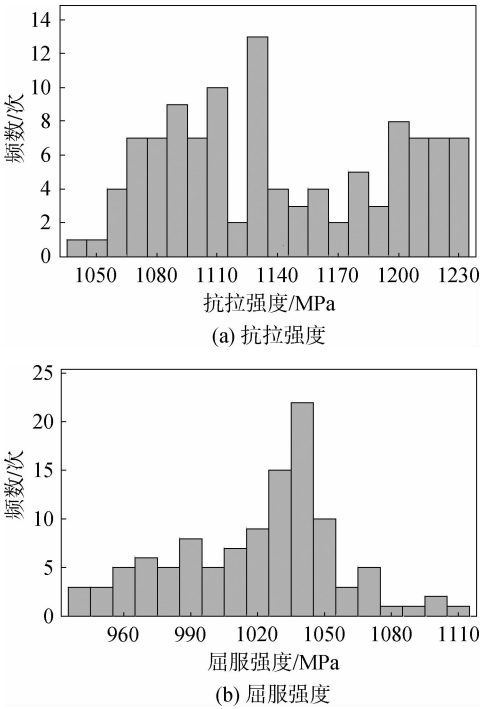


图 2 TC11 锻件室温强度数据的频率分布直方图
Fig.2 Probability distribution histogram for room temperature tensile strength of TC11 forging

2 亦可看出,若适当删减高侧数据,保留的低侧数据即有可能符合威布尔分布。

威布尔分布的 A-D 检验统计量由下式计算:

$$A_d = - \sum_{i=1}^r \left(\frac{2i-1}{n} \ln F_i - 2F_i \right) + \frac{r^2}{n} \ln F_{r+1} - 2rF_{r+1} + \frac{n}{2} F_{r+1}^2 \quad (15)$$

其中 n 为子样数, r 为删减后的子样数 ($1 \leq r \leq n$); F_i 为累积分布函数,由式(16)计算

$$F_i = 1 - \exp \left[- \left(\frac{X_{(i)} - \tau_{50}}{\alpha_{50}} \right)^{\beta_{50}} \right] \quad (16)$$

其中 $X_{(i)}$ 为所有数据从小到大排序后的第 i 个数据, τ_{50} 、 α_{50} 和 β_{50} 分别为三参数威布尔分布的母体门槛值、母体形状参数和尺寸参数。

如果 A_d 值满足式(17)的要求,则母体不符合威布尔分布。反之,如果 A_d 值小于临界值,则符合威布尔分布^[1]。

$$A_d \geq \begin{cases} 0.3951 + 4.186 \times 10^{-5} n & \text{未删减数据} \\ 0.2603 + 4.182 \times 10^{-5} n & \text{删减 20\% 数据} \\ 0.1761 + 1.842 \times 10^{-5} n & \text{删减 50\% 数据} \end{cases} \quad (17)$$

计算结果显示,对抗拉强度的高侧数据进行 20% 删减后,可满足威布尔分布;屈服强度经 20% 删减仍不满足,经 50% 删减后方满足威布尔分布。上述计算过程和结果如表 5 所示。

表 5 TC11 锻件数据的威布尔分布 A-D 检验结果

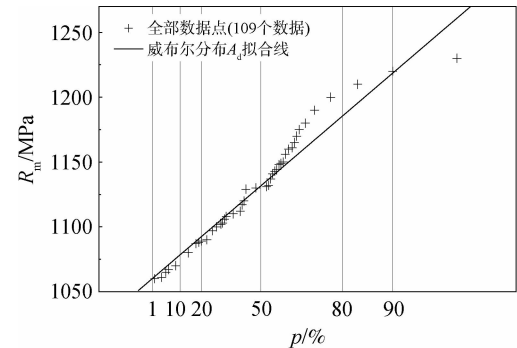
Table 5 A-D test results of weibull distribution for TC11 forging

待检验数据	n	A_d	临界值	是否符合
R_m , 未删减	109	0.536	0.400	否
R_m , 20% 删减	88	0.156	0.265	是
$R_{p0.2}$, 未删减	111	0.538	0.400	否
$R_{p0.2}$, 20% 删减	89	0.530	0.265	否
$R_{p0.2}$, 50% 删减	56	0.088	0.178	是

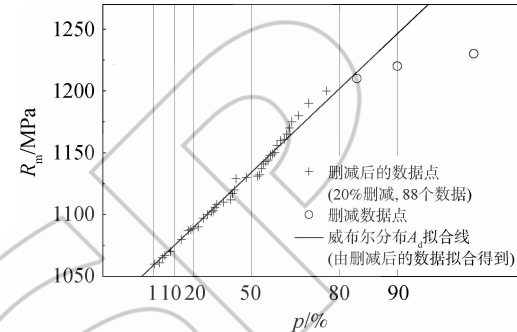
抗拉强度的未删减数据威布尔分布 A-D 检验概率图如图 3(a)所示,检验结果不符合分布;删减 20% 数据后的威布尔分布 A-D 检验概率图如图 3(b)所示,检验结果符合分布。两种情况的威布尔分布概率密度曲线如图 3(c)中的虚线所示。

3.5 锻件-不回归的直接计算

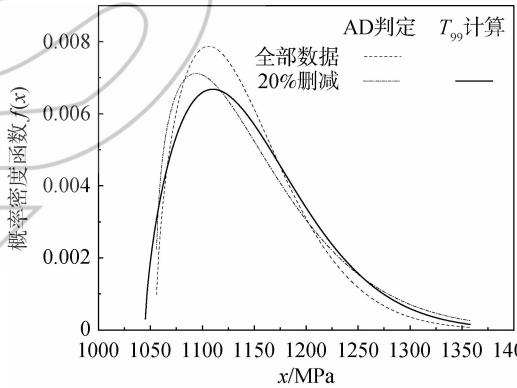
TC11 锻件抗拉强度数据经 20% 删减、屈服强度经 50% 删减后符合威布尔分布。对于威布



(a) 未删减数据威布尔分布概率图-不符合分布



(b) 删减20%数据威布尔分布概率图-符合分布



(c) 概率密度曲线

图 3 TC11 锻件抗拉强度威布尔分布 A-D 检验过程

Fig. 3 A-D test procedure of Weibull distribution of R_m for TC11 forging

尔分布,计算 T_{99} 值时需首先确定母体门槛 τ_{99} 、母体形状参数 α_{99} 和尺寸参数 β_{99} 以及三参数威布尔分布的单侧容限系数 V_{99} ^[1,10,14]。确定母体各参数后,可通过式(18)计算 T_{99} 值。

$$T_{99} = \tau_{99} + Q_{99} \exp \left[-V_{99} / (\beta_{99} \sqrt{n}) \right] \quad (18)$$

其中 Q_{99} 按下式计算:

$$Q_{99} = \alpha_{99} (0.01005)^{\frac{1}{\beta_{99}}} \quad (19)$$

按照上述方法,用自主开发并经过验证的计算机程序分别计算了 TC11 锻件的抗拉强度和屈服强度的 T_{99} 值,结果如表 6 所示。其中,计算抗拉强度 T_{99} 值的威布尔分布概率密度曲线如图 3(c)中的实线所示。

表 6 TC11 锻件拉伸强度 T_{99} 计算结果

Table 6 Computed T_{99} of tensile strength for TC11 forging

参数	数值
R_m/MPa	1 049
$R_{p0.2}/\text{MPa}$	910

4 分析与讨论

参与计算的 TC11 钛合金数据为批产材料的

表 7 TC11 合金标准中室温拉伸强度的规定值

Table 7 Specified values of room temperature tensile strength for TC11 alloy according to specifications

材料或锻件标准	材料品种	R_m/MPa	$R_{p0.2}/\text{MPa}$
GJB494A-2008	棒材	1 030~1 230	≥ 930
Q/16GJXO-635-2013	锻件	1 060~1 230	≥ 910

4.1 棒材计算结果分析

在一定直径范围内取计算 T_{99} 值的最小值作为该直径范围材料最低下限值,将表 4 中的计算结果以直径为横坐标重新作图,如图 4 所示。图中的粗实线为计算 T_{99} 最低下限值,呈台阶状,绝大多数情况下随着直径增大逐级降低,只有屈服强度直径为 55~69 mm 时没有降低而是合并为一级。这是因为,69 mm 规格的个别数据偏高,造成回归曲线在 69 mm 结尾处略微上翘,在表 4 中 55 mm 屈服强度 908 MPa 略低于 69 mm 屈服强度 912 MPa。笔者认为此处 4 MPa 的差异工程上可忽略,故将 55 mm 和 69 mm 合并为一级,取最小值 908 MPa 作为下限。此外,GJB 494A-2008 适用于直径不大于 70 mm 的棒材,参与计算设计许用值的数据应尽可能均匀地覆盖所有规格范围^[1],但 55~69 mm 间隔很大一段没有数据,也是本组数据不够理想之处。因此,需进一步补充规格和数据,才能很好地弥补上述问题。

图 4 中点划线为棒材标准规定的 S 基准值,呈水平直线。可以看到,该组棒材抗拉强度所有规格的计算 T_{99} 值均高于 S 基准值。这时以 S 基准值作为 A 基准进行设计,显然过于保守。屈服强度 T_{99} 粗实线一开始高于 S 基准值点划线,随着直径增大,在直径 35 mm 规格处转为低于点划线。这时应先以 S 基准值为 A 基准,直径大于 35 mm 后则以 T_{99} 值为 A 基准。实际上,无论抗拉强度还是屈服强度,直接由计算 T_{99} 值给出不同规格的最低下限是最接近产品实际强度水平的。

检验数据,这些数据和材料均满足表 7 所示的材料标准或锻件标准的要求。两标准均对抗拉强度的上下限值和屈服强度下限值进行了规定。设计许用值一般只关注规定下限值,即 S 基准值。如前文所述,A 基准值定义为 T_{99} 值或 S 基准值中的较小值^[1],需要对两者进行比较。初步比较发现,部分棒材规格的屈服强度 T_{99} 值不同程度地低于 S 基准值 930 MPa,锻件的抗拉强度 T_{99} 值略低于 S 基准值 1 060 MPa。

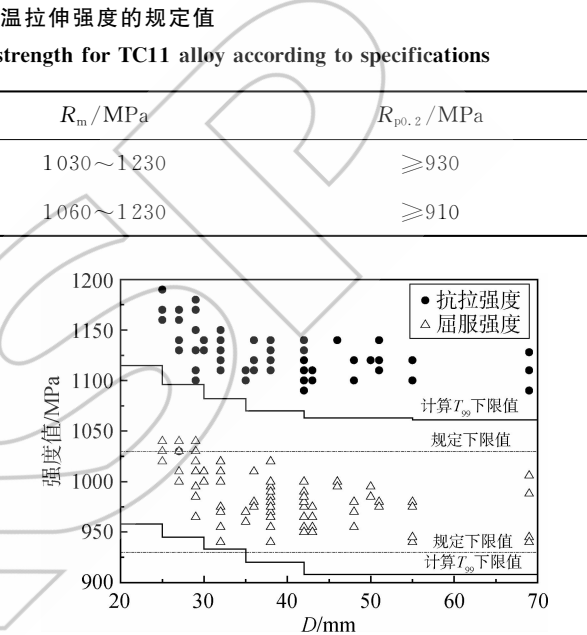


图 4 TC11 棒材室温拉伸强度规定与计算的下限值比较

Fig. 4 Comparison between specified and computed lower limit values for room temperature tensile strength of TC11 bar

4.2 锻件计算结果分析

为了分析锻件计算结果,先计算锻件数据的均值 $\bar{X}$ 、标准差 s 、变异系数 C_v 和过程能力指数 C_{pk} 。后两者的计算式见式(20)和式(21),计算结果见表 8。

$$C_v = s/\bar{X} \tag{20}$$

$$C_{pk} = (\bar{X} - S)/3s \tag{21}$$

其中 S 基准值量符号记为 S。

变异系数 C_v 反映数据相对波动的特征, C_v 值越低,产品性能波动范围越小。由表 8 中两种强度的 C_v 值相比可知,抗拉强度 C_v 值较屈服强度高,说明抗拉强度数据的波动性大。

过程能力指数 C_{pk} 表示过程能力满足技术标准的程度, C_{pk} 越高,则产品过程能力越高。一般来说, $C_{pk} > 1$ 为正常, $C_{pk} > 1.3$ 为充分,说明产品

质量有较大保障。表 8 中屈服强度的 C_{pk} 勉强接近 1,抗拉强度 C_{pk} 远小于 1。

表 8 TC11 锻件拉伸强度的均值、标准差、 C_v 值和 C_{pk} 值
Table 8 Computed mean, standard deviation, C_v and C_{pk} values of tensile strength for TC11 forging

参数	数值	
	R_m	$R_{p0.2}$
n	109	111
S/MPa	1060	910
$\bar{X}/\text{MPa}$	1142	1019
s/MPa	54	38
$C_v/\%$	4.72	3.68
C_{pk}	0.507	0.970

由 C_{pk} 的公式可知,该值是均值与规定下限值之差与 3 倍标准差的比值,表征材料产品的强度是否有足够的裕度。产品要具备足够的裕度不仅要求强度足够高,还要求分散性足够小。锻件抗拉强度均值 1140 MPa 虽然比规定下限值1060 MPa 高出80MPa,但由于分散性大,标准差55

MPa,使得 C_{pk} 值只有 0.507。也正是由于该组数据较为分散,标准差较大,才使得锻件抗拉强度的计算 T_{99} 值 1049 MPa 比规定下限值低 11 MPa。不过,工程上一般取 13.8 MPa 或规定下限值的 2%,两者取其大作为实际产品计算 T_{99} 值与规定下限值是否存在显著差异的判断标准^[1],本文中虽然计算 T_{99} 值比规定下限值低 11 MPa,但并未超过上述标准,工程上是可接受的,即认为两者不存在显著差异。

与 MMPDS-11^[1] 不同,国内的《航空发动机设计用材料数据手册》(以下简称手册)第 2 册^[13] 和 GJB18Z/A-2005 标准^[14] 定义 A 基准值为 T_{99} 值,并在手册中同时给出 S 基准值和 A 基准值。将手册中 TC11 棒材和锻件的室温设计许用值列于表 9 中进行比较,可以看到,只有棒材抗拉强度 A 基准值比 S 基准值高 10 MPa,其余强度 A 基准值均低于 S 基准值。本文计算结果的趋势与之基本一致,即棒材不同规格抗拉强度计算 T_{99} 值比 S 基准值高 31~85 MPa,其余强度 T_{99} 值与 S 基准值相比则有高有低,不具备这样的优势。

表 9 手册第 2 册中 TC11 棒材和锻件的室温设计许用值

材料或锻件标准	材料品种	R_m/MPa		$R_{p0.2}/\text{MPa}$	
		S 基准值	A 基准值	S 基准值	A 基准值
GJB494-88	棒材	1030	1040	930	895
HB5263-83	锻件	1030	1010	885	865

本文的统计计算方法与手册第二册相比,除了前文所述的非回归参数方法有较大进步之外,还有棒材数据采用了回归的方法,可表达出强度随直径的变化。

本文参与计算的数据来自最近十年生产的材料,手册第二册数据主要来自 20 世纪 80 年代生产的材料,从两者的计算结果还可以看到 TC11 材料的发展。这不仅体现在本文计算 T_{99} 值比手册中的 A 基准值高,棒材强度高 1.5%~7.2%不等,锻件抗拉强度和屈服强度分别高 3.9%和 5.2%;还体现在锻件标准的差异上,锻件标准的抗拉强度和屈服强度规定下限值分别比过去提高了 30 MPa 和 25 MPa。

5 结 论

1) 从统计学基本概念和基本原理等方面简

析了金属材料室温强度设计许用值的直接计算方法,并针对批产 TC11 钛合金棒材和锻件的室温拉伸强度进行了计算。

2) 采用回归方法计算了不同规格 TC11 合金棒材室温拉伸强度的系列 T_{99} 值。以 T_{99} 值作为不同规格材料的最低下限,比 S 基准值更接近产品的实际强度水平。

3) TC11 合金棒材不同规格抗拉强度的计算下限值比规定下限值高 31~85 MPa,屈服强度的计算下限值与规定下限值相比有高有低。

4) 采用非回归方法计算了 TC11 合金锻件的抗拉强度和屈服强度 T_{99} 值。由于抗拉强度数据较分散,使得计算 T_{99} 值比 S 基准值低 11 MPa。

5) 本文计算 T_{99} 值比手册第二册中 TC11 合金的 A 基准值高,棒材强度高 1.5%~7.2%不等,锻件抗拉强度和屈服强度分别高 3.9%和 5.2%。

参考文献：

[1] Federal Aviation Administration. Metallic materials properties development and standardization ;Chapter 9 Guidelines for presentation of DATA; MMPDS-11[S]. Columbus;Battelle Memorial Institute,2016:11-144.

[2] PETRAKIS J J. Certifying airworthiness[J]. Aerospace Engineering,2003,23(10):24-26.

[3] NIEDZINSKI M, RUBADUE J, RICE R, et al. MMPDS Handbook;a key element in aircraft and aerospace design [J]. Light Metal Age,2013,71(1):46-49.

[4] PAUL E R. An overview of the MIL-HDBK-5 program [R]. Columbus;Battell Columbus Laboratories,1984.

[5] BRAY M H,ZOOK L M,RALEY R E,et al. Achieving innovation and affordability through standardization of materials development and testing[R]. Huntsville, US; Marshall Space Flight Center,2012.

[6] BAKUCKAS J G Jr, THOMPSON S R,RICE R C. Metallic materials properties development and standardization (MMPDS);continuation and replacement for MIL-HDBK-5[R]. Columbus;Battelle Memorial Institute,2002.

[7] RICE R C,JACKSON J L,BAKUCKAS J,et al. Metallic materials properties development and standardization (MMPDS)[R]. DOT/FAA/AR-MMPDS-01,2003.

[8] 沈小明,陈挺,张迎春.民用航空材料适航审定[J].材料工程,2017,45(11):139-142.

SHEN Xiaoming, CHEN Ting, ZHANG Yingchun. Airworthiness certification of civil aviation materials[J]. Journal of Materials Engineering, 2017, 45 (11): 139-142. (in Chinese)

[9] United States Department of Defense. Engine structural integrity program (ENSIP); MIL-HDBK-1783B [S]. Washington;United States Air Force,2002:64-65.

[10] 马国宇.材料力学设计许用值统计方法研究及软件开发[D].沈阳:东北大学,2010.

MA Guoyu. Statistical methods for allowable values of mechanical design and software development[D]. Shenyang: Northeastern University. (in Chinese)

[11] 陈颖.飞机材料设计许用值统计分析及实际应用[J].工艺设计改造及检测检修,2015,223(19):58-59.

CHEN Ying. Statistic methodology and application of design allowable for aircraft materials[J]. China Science and Technology Overview,2015,223(19):58-59. (in Chinese)

[12] 原鲲鹏,赵熹,叶萍,等.确定 GH3128 高温拉伸性能设计许用值的方法[J].清华大学学报(自然科学版),2014,54(9):1236-1239.

YUAN Kun,ZHAO Xi,YE Ping,et al. Methodology for determining high temperature tensile design allowable strengths of alloy GH3128[J]. Tsinghua University (Science and Technology),2014,54(9):1236-1239. (in Chinese)

[13] 北京航空材料研究所.航空发动机设计用材料数据手册:第2册[M].北京:国防工业出版社,1993.

[14] 北京航空材料研究院.金属材料力学性能数据处理与表达:GJB18Z/A-2005[S].北京:国防科学技术工业委员会,2005:9-21.

[15] 苑诗松,王静龙.数理统计[M].上海:华东师范大学出版社,1990.

[16] 高镇同,熊峻江.疲劳可靠性[M].北京:北京航空航天大学出版社,2000.

[17] 何晓群,刘文卿.应用回归分析[M].3版.北京:中国人民大学出版社,2011.

[18] 杜宝江,季长芹,郭京敏,等.航空用某复合材料力学特性统计分布的研究[J].兵器材料科学与工程,2012,35(3):30-33.

DU Baojiang,JI Changqin,GUO Jingmin,et al. Statistical distribution of mechanical properties for one aeronautical composite material[J]. Ordnance Material Science and Engineering,2012,35(3):30-33. (in Chinese)

(编辑:张 雪)