文章编号:1000-8055(2021)01-0130-07 doi:10.13224/j.cnki.jasp.2021.01.015

直升机吊挂控制系统飞行品质分析

聂文松[1], 曹义华[1], 李 强[2]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191;
2. 中国航空工业集团有限公司 西安飞行自动控制研究所 飞行控制部, 西安 710065)

摘 要: 基于直升机指令模型、PID 控制和动态逆控制理论,建立了三种直升机吊挂耦合系统控制模型以研究吊挂对直升机飞行品质的影响。依据军用旋翼飞行器飞行品质规范(ADS-33E)和直升机带吊挂飞行的飞行品质要求,对各控制模型进行了仿真和频域分析,并研究了吊挂质量和吊索长度对系统飞行品质的影响。结果表明:引入吊挂摆角状态反馈可提高系统操纵品质,系统幅值裕度达到 12.6 dB,增益带宽为 3.31 rad/s。而吊挂摆角的滞后反馈可使吊挂摆角在 1 rad/s 频率附近的幅值衰减减少一半,但系统操纵品质变差,增益带宽仅为 0.62 rad/s。此外,较大的吊挂质量和较长的吊索长度将严重影响系统的飞行品质。

关 键 词: 直升机; 吊挂; 控制系统; 频域分析; 飞行品质
中图分类号: V249.122 **文献标志码**: A

Flying qualities analysis for helicopter-slung load control system

NIE Wensong[1], CAO Yihua[1], LI Qiang[2]
(1. School of Aeronautic Science and Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Department of Flight Control,
Xi'an Flight Automatic Control Research Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Limited, Xi'an 710065, China)

Abstract: Three helicopter-slung load control systems were developed to study the effect of slung load on helicopter's flying qualities, based on command filter system, PID control and dynamic inverse control. Control system were investigated using simulation and frequency domain analysis according to the requirements presented by ADS-33E and flying qualities criteria for rotorcraft with slung load. Subsequently, the effect of slung load mass and sling length on helicopter flying qualities was analyzed. The result showed that the load state feedback can improve helicopter's handling qualities, the gain margin reached 12.6 dB and the bandwidth was 3.31 rad/s. The lagged cable angle feedback can damp the load swing effectively at the cost of getting the bandwidth down to 0.62 rad/s, and the helicopter with a long sling and heavy load may get poor flying qualities.

Key words: helicopter; slung load; control system; frequency domain analysis; flying qualities

收稿日期:2020-06-01

作者简介:聂文松(1993-),男,博士生,主要从事直升机吊挂系统研究。E-mail:niewensong@yeah.net
通信作者:曹义华(1962-),男,教授、博士生导师,博士,主要研究直升机空气动力学与飞行力学。E-mail:yihaocaobu@126.com

引用格式:聂文松,曹义华,李强. 直升机吊挂控制系统飞行品质分析[J]. 航空动力学报,2021,36(1):130-136. NIE Wensong,CAO Yihua,LI Qiang. Flying qualities analysis for helicopter-slung load control system[J]. Journal of Aerospace Power,2021,36(1):130-136.

直升机带吊挂运输由于其对货物外形限制少,对地形要求低,在民用和军事领域中都有着多样且重要的应用。然而吊挂载荷将影响直升机稳定性,使直升机操纵难度变大[1],甚至威胁直升机的飞行安全[2]。另外在直升机带吊挂运输或吊装任务中,尤其需要保证悬停或低速状态下吊挂物的稳定,以完成吊挂物的精准定点投放,而飞行员通常不能直接从驾驶舱观察吊挂物情况。因此,他们需要借助先进的直升机控制律减少飞行员工作量、提高直升机吊挂系统操纵品质同时尽可能提高吊挂的摆动控制[2]。

国外研究中,Bisgaard 等利用输入整形控制实现了直升机的航迹跟随并减少吊挂物的摆动振荡,但由于不测量吊挂的实时状态,导致振荡无法完全消除[3]。Olgac 和 Holm-Hansen 最早考虑了采用滞后激励的方式来减少振荡,滞后共振器的频率设计成与系统频率相同[4]。而后随着在直升机外部或吊挂上测量设备的安装,吊挂状态参数的反馈应用到了耦合系统动力学的增稳中,这在无人机的吊挂摆动控制中已经得到了较广泛的应用[5-7]。

目前国内针对直升机吊挂系统的研究主要集中在吊挂对直升机系统的稳定性和飞行品质的影响[8-9]。2009 年开始,北京航空航天大学曹义华教授团队围绕直升机吊挂飞行动力学建模、配平计算、稳定性及飞行品质分析等进行了大量研究[10-12]。而针对直升机吊挂控制,仅仅利用直升机本体控制系统无法保证直升机在良好的操纵品质下实现吊挂的摆动控制[13],因此需要额外设计吊挂的反馈控制系统。

本文针对直升机吊挂耦合系统控制模型,讨论了 3 种直升机吊挂控制系统模型,分别是为满足直升机本体姿态和速度保持的基准控制系统、引入吊挂物状态量反馈的吊挂摆角状态反馈系统和能抑制吊挂摆动的吊挂摆角滞后反馈系统,并对各控制系统进行了频域分析以研究不同控制系统对直升机吊挂耦合系统飞行品质的影响。

1　直升机吊挂系统模型

本文采用 UH-60 直升机的数学模型作为直升机本体模型[14-15],该模型基于分部件建模方法分别计算直升机主旋翼、尾旋翼、机身和各安定面气动力,从而得到 6 自由度 9 阶的直升机本体模型。

吊挂物则视为质点,采用单点吊挂形式,吊索无质量、完全刚性连接,吊挂与直升机本体通过吊索传递力,但不传递力矩。直升机吊挂耦合系统构型如图 1 所示,吊挂坐标系的各轴矢量方向分别与直升机体轴系各轴矢量方向平行,吊挂挂点为 O_s,其在体轴系下的坐标为 $O_s(x_s, y_s, z_s)$。吊挂物的状态可通过其后摆角 θ_s 和侧摆角 ϕ_s 描述。

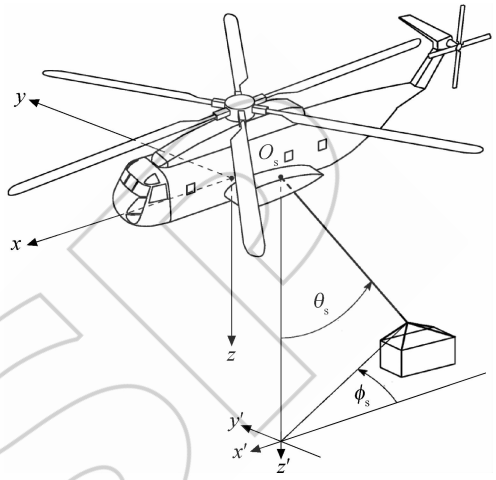


图 1　直升机吊挂耦合系统构型图

Fig. 1　Helicopter coupled model with slung load

1.1　吊挂动力学模型

吊挂坐标系下,吊挂质心 P 的坐标为

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l\sin\theta_s\cos\phi_s \\ l\sin\theta_s\sin\phi_s \\ l\cos\theta_s \end{pmatrix} \tag{1}$$

其中 l 为吊索长度。则吊挂质心位置在体轴系下可以表示为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_h + \boldsymbol{R}_l \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{R}_h$ 表示体轴系下挂点的位置,$\boldsymbol{R}_l$ 为吊挂点与吊挂质心 P 间的相对位移。

吊挂物的绝对速度可以表示为

$$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v} + \dot{\boldsymbol{R}}_l + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}_h \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{v}$ 为直升机质心速度,$\boldsymbol{\omega}$ 为直升机角速度。

吊挂质心绝对加速度可以表示为

$$\boldsymbol{a}_P = \boldsymbol{a} + \ddot{\boldsymbol{R}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{R} + 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}_l + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}) \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{a}$ 为直升机质心加速度。

吊挂物的气动力仅考虑其受到的气动阻力 $\boldsymbol{D}$,表示为

$$\boldsymbol{D} = -\frac{1}{2}\rho C_D S_s |\boldsymbol{v}_P| \boldsymbol{v}_P \tag{5}$$

式中 ρ、C_D、S_s 分别为空气密度、吊挂物阻力系数和吊挂物参考面积。

吊挂物对直升机本体的作用力可以看作为吊挂点上的附加力和力矩，分别表示为

$$\boldsymbol{F}_s = \boldsymbol{D} + m_s\boldsymbol{g} - m_s\boldsymbol{a}_P \tag{6}$$

$$\boldsymbol{M}_s = \boldsymbol{R} \times (-\boldsymbol{F}_s) \tag{7}$$

式中 m_s 为吊挂质量。

1.2 直升机吊挂耦合动力学模型

根据前述假设，可以将吊挂看作直升机的一个子系统，将直升机吊挂耦合系统分解为空间上的平动和转动运动，方程为[10]

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_s + m\boldsymbol{g} = m(\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_s = \boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega}) \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{M}$ 分别为直升机本体模型的合力和合力矩，m 为直升机吊挂系统的总质量，$\boldsymbol{I}$ 为直升机本体的惯性矩阵

$$\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \tag{10}$$

补充直升机姿态角 $\boldsymbol{\theta}(\phi \quad \theta \quad \psi)^{\mathrm{T}}$，其中 ϕ 为滚转角，θ 为俯仰角，ψ 为偏航角，与直升机角速度 $\boldsymbol{\omega}(p \quad q \quad r)^{\mathrm{T}}$ 的关系：

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cos\phi \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \tag{11}$$

将式(3)～式(7)代入式(8)和式(9)中，同时引入直升机的 4 个操纵输入 $\boldsymbol{U}(\delta_e \quad \delta_a \quad \delta_c \quad \delta_p)^{\mathrm{T}}$，$\delta_e$ 为纵向操纵输入，δ_a 为横向操纵输入，δ_c 为总矩操纵输入，δ_p 为脚蹬操纵输入。操纵输入量分别体现在直升机的主旋翼和尾旋翼的力和力矩中，变换后可以得到如下形式的直升机吊挂耦合系统微分方程组：

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{U}) \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{\omega} \quad \boldsymbol{\theta} \quad \phi_s \quad \dot{\phi}_s \quad \theta_s \quad \dot{\theta}_s)^{\mathrm{T}}$ 是包含了吊挂摆角和角速度的直升机吊挂耦合系统的各状态变量。UH60 样例直升机及吊挂的相关参数如表 1 所示。

表 1 UH-60 样例直升机及吊挂主要参数

Table 1 Parameters of the UH-60 helicopter and slung load

参数	数值
直升机本体质量 m_g/kg	7439
I_{xx}/(kg·m²)	9592
I_{yy}/(kg·m²)	54232
I_{zz}/(kg·m²)	50436
I_{xz}/(kg·m²)	2264
吊挂挂点坐标 O_s/m	(0.305,0,1.311)
吊索长度 l/m	16
吊挂质量 m_s/kg	2000
吊挂参考面积 S_s/m²	0.4

2 直升机吊挂控制系统

2.1 小扰动线化

根据前面得到的直升机吊挂耦合系统动力学模型，利用小扰动假设[16]，可以得到如下线化方程组：

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{U} \tag{13}$$

其中状态矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和控制矩阵 $\boldsymbol{B}$ 可以通过有限差分近似得到

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_0} \qquad \boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{U}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_0} \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{X}_0$ 为系统各状态量在平衡状态下的配平解。

选择系统的输出状态量为 $\boldsymbol{Y}(\phi \quad \theta \quad V_z \quad r)^{\mathrm{T}}$，各量分别代表直升机的滚转角、俯仰角、垂向速度和偏航角速度，从而可以得到系统输出方程为

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{X} \tag{15}$$

其中 $\boldsymbol{C}$ 为 4×12 维输出矩阵，式(13)和式(15)即为该直升机吊挂耦合系统的状态空间方程。

2.2 控制率设计

为了讨论引入吊挂摆角和角速度反馈对直升机本体操纵品质的影响，同时分析吊挂摆角的滞后反馈对吊挂摆动的抑制作用，本文分析了 3 种情况下的直升机吊挂状态反馈系统，控制系统结构图如图 2 所示，其中 $\boldsymbol{e}$ 和 $\dot{\boldsymbol{e}}$ 分别为指令输出与系统输出的比较值。

2.2.1 基准控制系统

直升机基准控制系统是为了满足 ADS-33E 标准[17]所规定的各轴闭环响应带宽要求而设计，这一控制系统在悬停和低速下可以较好地实现直升机的姿态保持。其中指令模型用于计算直升机操纵量对机身状态的响应，设定滚转和俯仰姿态指令为典型 2 阶环节，垂向速度和偏航指令为 1 阶模型，相关参数如表 2 所示。PID 模块是传统的比例、积分和微分运算器，主要用来补偿系统误

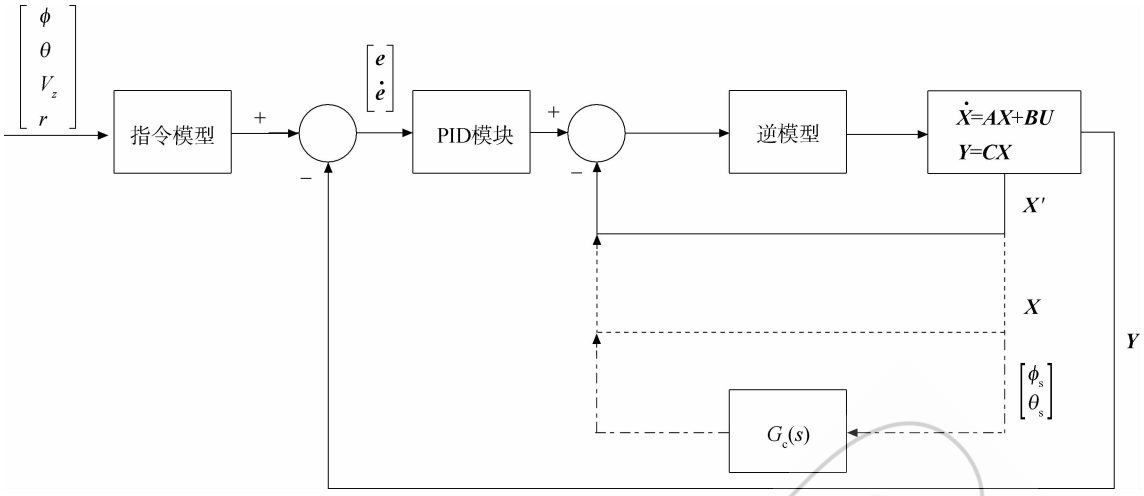


图 2　控制系统结构图

Fig. 2　Block diagram of control system

表 2　指令模型参数

Table 2　Parameters of command filter system

参数	取值
滚转通道自然频率/(rad/s)	2.5
滚转通道阻尼比	0.8
俯仰通道自然频率/(rad/s)	2.5
俯仰通道阻尼比	0.8
垂向速度通道时间常数	2
偏航轴时间常数	0.4

差和突风干扰,取滚转和俯仰通道上的(K_p　K_i　K_d)为(7　3　4.75),垂向速度通道上的各值为(1　0.25　0),而偏航轴通道上取值为(5　6.25　0)。逆模型是基于动态逆控制理论[18],为系统的控制输入提供一个估计值,并利用反馈路径消除误差。整个基准控制系统是用于直升机本体的相关姿态和速度保持,但没有考虑吊挂状态的影响,此时参与反馈调节的系统状态量仅包含直升机本体状态量 $\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{v}\quad\boldsymbol{\omega}\quad\boldsymbol{\theta})^{\mathrm{T}}$。

2.2.2　吊挂摆角状态反馈系统

吊挂物对直升机本体的稳定性和操纵性都有着不可忽视的影响,同时吊挂物本身也可能处于不稳定摆动状态,因此要分析吊挂摆动状态对直升机的影响,或期望对吊挂的摆动进行有效控制,完整的直升机吊挂控制系统需要增加直升机吊挂摆角/角速度反馈回路,这里采用线性化反馈引入吊挂摆角和角速度状态量,如图 2 虚线所示,系统共包含 13 个状态量 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{v}\quad\boldsymbol{\omega}\quad\boldsymbol{\theta}\quad\phi_s\quad\dot{\phi}_s\quad\theta_s\quad\dot{\theta}_s)^{\mathrm{T}}$。

2.2.3　吊挂摆角滞后反馈控制

为了抑制吊挂摆动,吊挂摆角的滞后反馈是一种简单有效的方法[19]。如图 2 中点划线部分所示,针对吊挂摆角$(\phi_s\quad\theta_s)^{\mathrm{T}}$增加一个滞后反馈回路,应用的 1 阶滞后反馈传递函数为

$$G_c(s)=-\frac{K}{\tau s+1} \tag{16}$$

式(16)中合适的 K 和 τ 的取值可以使得吊挂摆动达到最好的抑制,这里针对侧摆角,取 $K_\phi=13$,$\tau_\phi=50$,针对后摆角,取 $K_\theta=10$,$\tau_\theta=33$。

3　仿真与分析

3.1　飞行品质分析

利用 MATLAB 软件对以上 3 种控制系统进行建模仿真,得到悬停状态下直升机滚转角对横向操纵的响应波特图如图 3 所示。为评估吊挂摆动对直升机姿态控制的影响,Lusardi 等[1]提出了 1 个重要指标 Δd(the depth of notch),定义为频率在 1 rad/s 附近时,吊挂摆动所引起的姿态响应衰减量,吊挂的质量越大,所造成的响应衰减也越大,同时也意味着直升机操纵品质越差。从图 3 中可以看到,比较基准控制系统和吊挂摆角状态反馈系统,基准控制系统由于没有对吊挂摆动加以限制,直升机滚转角响应在 1 rad/s 附近出现了明显的幅值衰减。对于吊挂摆角滞后反馈系统,其仍然存在姿态响应的衰减,但 Δd 相对较小。

图 4 和图 5 分别为吊挂侧摆角和后摆角对横向操纵的响应波特图,可以看到基准控制系统与吊挂摆角状态反馈系统的波特图大致相同,吊挂摆角都存在较大的峰值。而引入滞后反馈后,侧摆角和后摆角的响应峰值都得到了有效减小,说明摆角滞后反馈在抑制吊挂摆动方面最为有效。

为更清晰地比较各个控制系统的优劣，表 3 列出了各系统的幅值裕度、增益带宽、ω_{-135} 和 Δd 各参数，其中 ω_{-135} 指的是由于吊挂耦合，相频曲线中频率为 1 rad/s 附近相角开始小于 −135°时的频率。

从表 3 可以看到，通常直升机操纵品质规范中要求幅频曲线上留出 6 dB 的余量，无论引入吊挂摆角状态反馈还是使用原基准控制系统，都能较好地满足操纵品质要求，但在吊挂摆角滞后反馈系统中滚转角的幅值裕度则略有不足，仅 5.36 dB。对于吊挂摆角状态反馈系统，其能够获得较大的响应带宽，同时还不会出现滚转角幅值的突然衰减，是 3 种控制系统中对直升机操纵最为友好的，但不能对吊挂摆角进行有效抑制。对于吊挂摆角滞后反馈系统，其在有效抑制吊挂摆动下降低了 Δd，但带宽较小。

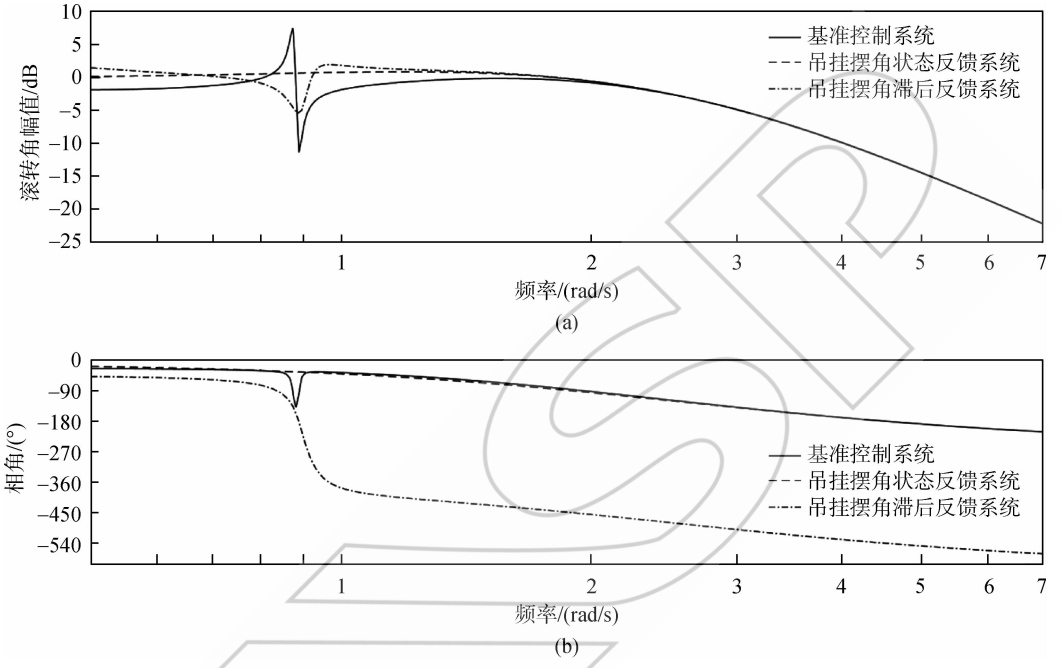


图 3 滚转角在横向操纵输入下的波特图

Fig. 3 Bode diagram of roll attitude angle due to lateral cyclic

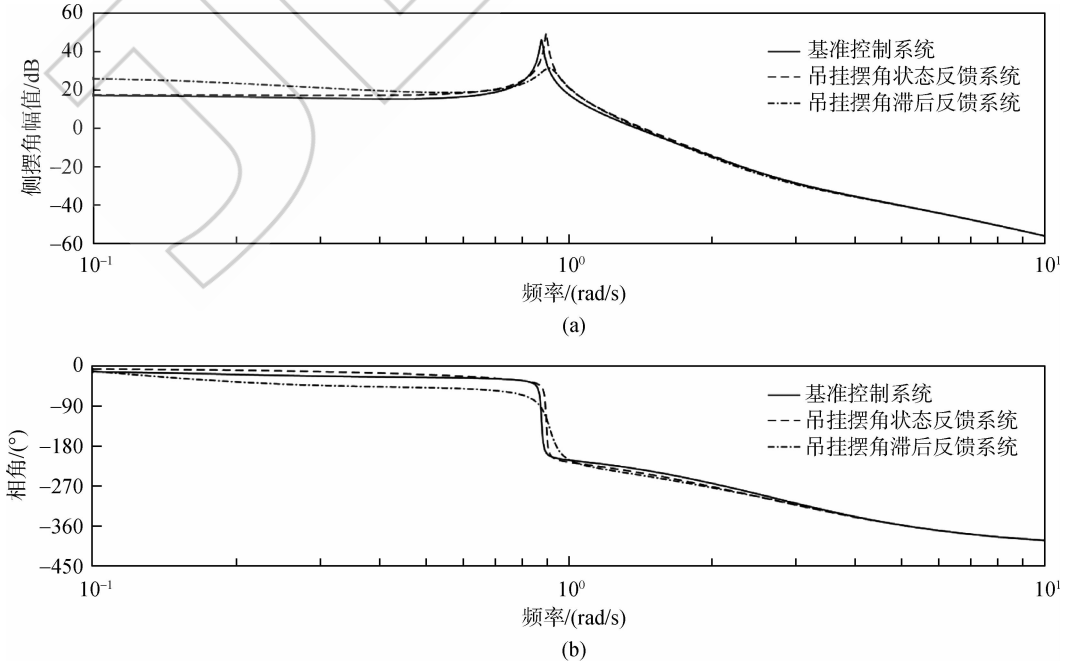


图 4 吊挂侧摆角在横向操纵输入下的波特图

Fig. 4 Bode diagram of lateral swing angle due to lateral cyclic

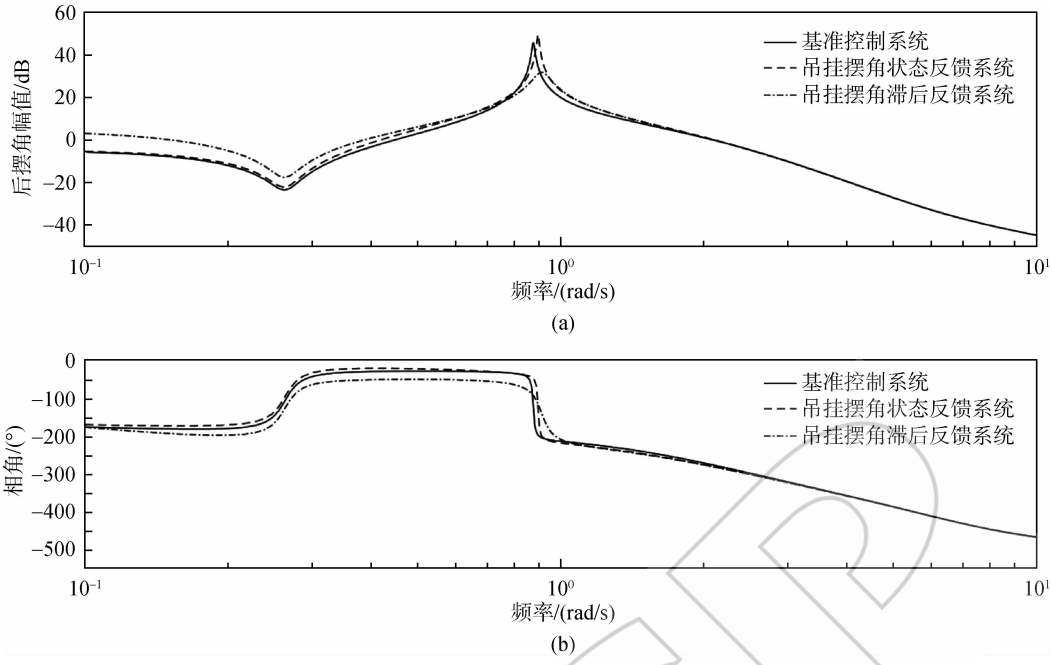


图 5　吊挂后摆角在横向操纵输入下的波特图

Fig. 5　Bode diagram of rear swing angle due to lateral cyclic

表 3　各系统指标参数

Table 3　Metrics of three control systems

系统	幅值裕度/dB	增益带宽/(rad/s)	ω_{-135}/(rad/s)	Δd/dB
吊挂摆角状态反馈系统	12.6	3.31	2.87	0.1
基准控制系统	12.6	3.35	0.882	11.4
吊挂摆角滞后反馈系统	5.36	0.62	0.874	5.5

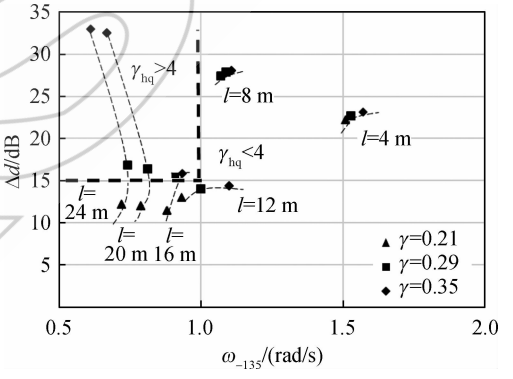


图 6　不同吊挂参数下基准控制系统的飞行品质

Fig. 6　Flying qualities of slung load parameters in basic control system

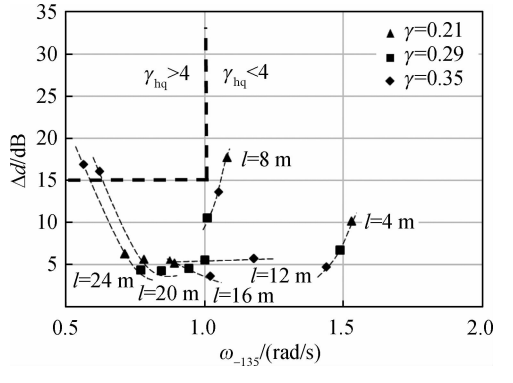


图 7　不同吊挂参数下摆角滞后反馈控制系统的飞行品质

Fig. 7　Flying qualities of slung load parameters in lagged cable angle feedback system

3.2　吊挂参数的影响

定义吊挂质量与直升机吊挂耦合系统总质量的比值为 γ[20],表达式如式(17),一般质量比大于 0.33 时,吊挂将严重影响直升机操纵品质。

$$\gamma = \frac{m_s}{m} \tag{17}$$

根据试飞试验数据[1],结合 ω_{-135} 和 Δd 这两个参数指标可以预估直升机带吊挂系统的飞行品质评分(handing qualities rate,HQR,记为 γ_{hq}),这里 $\gamma_{hq}>4$ 则意味着较差的飞行品质。

对于基准控制系统,图 6 列出了不同质量比和吊索长组合下直升机滚转角姿态在横向操纵输入下的飞行品质情况。可以看到随着吊索长的增加,ω_{-135} 将逐渐减小,随着吊挂质量的增加,Δd 将逐渐增大,特别是在吊索长度较大时,吊挂质量的增加将严重影响直升机飞行品质,甚至到达飞行品质较差区域。而对于吊挂摆角滞后反馈系统,如图 7 所

示,大多数吊挂构型下直升机都能处在较好的飞行品质下,这也意味着飞行员在吊挂飞行任务中受到的吊挂摆动运动干扰较为缓和。

4 结 论

本文针对直升机吊挂耦合系统模型,分别建立了直升机基准控制系统、吊挂摆角状态反馈系统和吊挂摆角滞后反馈系统,依据 ADS-33E 和直升机带吊挂飞行的品质规范要求,分析了各系统在悬停状态下的飞行品质特性,并研究了吊挂质量和吊索长度对飞行品质的影响。结果表明:

1) 吊挂物摆动会影响直升机本体的操纵品质,而引入吊挂摆角状态反馈系统可以有效维持直升机较好的操纵品质。

2) 三种控制系统中只有吊挂摆角滞后反馈系统可以有效抑制吊挂摆动,但会使得系统带宽减小,容易发生诱发振荡。

3) 吊挂质量越大,吊索长度越长,吊挂物的摆动对直升机飞行品质影响越大,但在摆角滞后反馈系统中,大多数吊挂参数的组合都能处于较好的飞行品质区域。

因此,在直升机带吊挂飞行中,需要在直升机操纵品质和吊挂物的摆动抑制中进行权衡,可以依据飞行任务和飞行状态切换直升机控制系统,以满足特定的吊挂稳定需求或良好的操纵品质需要。

参考文献:

[1] LUSARDI J A, BLANKEN C L, BRADDOM S R, et al. Development of external load handling qualities criteria for rotorcraft[R]. Phoenix, US: the American Helicopter Society 66th Annual Forum, 2010.

[2] KEY D L. Analysis of army helicopter pilot error mishap data and the implications for handling qualities[R]. Rome: the 25th European Rotorcraft Forum, 1999.

[3] BISGAARD M, COUR-HARBO A L, BENDTSEN J D. Adaptive control system for autonomous helicopter slung load operations[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(7): 800-811.

[4] OLGAC N, HOLM-HANSEN B T. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 176(1): 93-104.

[5] OTTANDER J A, JOHNSON E N. Precision slung cargo delivery onto a moving platform[R]. AIAA-2010-8090, 2010.

[6] BISGAARD M, COUR-HARBO A L, BENDTSEN J D. Swing damping for helicopter slung load systems using delayed feedback[R]. AIAA-2009-5795, 2009.

[7] MCGONAGLE J G. The design, test, and development challenges of converting the k-max helicopter to a heavy lift rotary wing UAV[R]. Washington DC: AHS International Forum 57, 2001.

[8] 崔瑛,高正. 直升机吊挂运输中的安全稳定分析[J]. 航空科学技术,2005(3):40-42.
CUI Ying, GAO Zheng. Safety and stability analysis of a helicopter with an external slung load[J]. Aeronautical Science and Technology, 2005(3): 40-42. (in Chinese)

[9] 齐万涛,陈仁良. 直升机吊挂飞行稳定性和操纵性分析[J]. 南京航空航天大学学报,2011,43(3):406-412.
QI Wantao, CHEN Renliang. Stability and control characteristic analysis for flight of helicopter with slung-load[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 43(3): 406-412. (in Chinese)

[10] 曹龙. 直升机外吊挂动力学建模与飞行性能分析[D]. 北京:北京航空航天大学,2014.
CAO Long. Dynamics modeling and flying performance analysis of helicopter with slung-load[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014. (in Chinese)

[11] 崔利,曹义华,李国知. 直升机吊挂飞行平衡、稳定性与操纵性研究[J]. 航空动力学报,2010,25(10):2307-2311.
CUI Li, CAO Yihua, LI Guozhi. Studies on trims, stability, and controllability of helicopter with slung-load[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10): 2307-2311. (in Chinese)

[12] 王照瑞. 重型直升机外吊挂飞行稳定性分析和控制设计研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2017.
WANG Zhaorui. Flight stability analysis and control design study for heavy helicopter with external slung load[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017. (in Chinese)

[13] IVLER C, TISCHLER M, POWELL J D. Cable angle feedback control systems to improve handling qualities for helicopters with slung loads[R]. AIAA-2011-6686, 2011.

[14] TALBOT P D, TINLING B E, DECKER W A, et al. A mathematical model of a single main rotor helicopter for piloted simulation[R]. NASA TM-84281, 1982.

[15] HILBERT K B. A mathematical model of the UH-60 helicopter[R]. NASA TM-85890, 1984.

[16] WILLIAM R S. Small perturbation theory[M]. Princeton, US: Princeton University Press, 2016.

[17] ANONYMOUS. Aeronautical design standard performance specification, handing qualities requirements for military rotorcraft[R]. Army Aviation and Missile Command Aviation Engineering Directorate, ADS-33E-PRF, 2000.

[18] STEVENS B L, LEWIS F L. Aircraft control and simulation[M]. Hoboken, US: Wiley-Interscience, 2003.

[19] KRISHNAMURTHI J, HORN J F. Helicopter slung load control using lagged cable angle feedback[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2015, 60(2): 1-12.

[20] HOH R H, HEFFLLEY R K, MITCHELL D G. Development of handling qualities criteria for rotorcraft with externally slung loads[R]. NASA/CR-213488, 2006.

(编辑:李岩梅、陈 越)