文章编号:1000-8055(2021)01-0167-09 doi:10.13224/j.cnki.jasp.2021.01.019

周期性碰摩激励作用下薄壁机匣支撑系统响应机理

韩金昌[1]，左彦飞[2]，冯 坤[1]

(1. 北京化工大学 高端机械装备健康监控及自愈化北京市重点实验室，北京 100029；
2. 北京化工大学 发动机健康监控及网络化教育部重点实验室，北京 100029)

摘 要：针对发动机薄壁机匣支撑系统在碰摩激励作用下动力学响应复杂，基于机匣振动信号的碰摩故障特征识别难度大的问题，提出了一种用于故障特征机理分析的数值仿真方法。通过建立薄壁机匣系统的等效动力学三维实体模型，将碰摩激励进行等效力学简化，利用瞬态动力学方法对周期性碰摩故障进行了数值仿真。在系统固有特性分析的基础上，对机匣测点在碰摩激励作用下的时域、频域响应特征展开研究，得到了碰摩故障特征的产生机理。机匣位移振动信号主导频率为系统整体低阶固有频率，加速度振动信号主导频率为碰摩脉冲激励频率及其倍频，上述结论可作为碰摩故障发生的依据，为故障早期诊断提供参考。

关 键 词：薄壁机匣；碰摩；故障诊断；动力学响应；故障特征

中图分类号：V291.31 **文献标志码**：A

Response mechanism of thin-walled casing support system under periodic rubbing exciation

HAN Jinchang[1], ZUO Yanfei[2], FENG Kun[1]

(1. Beijing Key Laboratory of High-end Mechanical Equipment Health Monitoring and Self-Recovery, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;
2. Key Laboratory of Engine Health Monitoring-control and Networking of Ministry of Education, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: In view of the complex dynamic response law of the engine's thin-walled casing support system under rubbing excitation and the difficulty of character identification of rubbing fault based on the vibration signal of the casing, a numerical simulation method for the mechanism analysis of the fault characteristics was presented. An equivalent dynamic three-dimensional solid model of the thin-walled casing system was established and the rubbing excitation was simplified by equivalent mechanics. Then the periodic rubbing fault was simulated numerically with transient dynamics method. Based on analysis of the inherent characteristics of the system, the time domain and frequency domain response characteristics were studied and the rubbing fault feature was obtained. The dominant frequency of the casing displacement vibration signal was the low-order natural frequency of the system, and the dominant frequency of the acceleration vibration signal was the rub-impact excitation frequency and its multiples. The above conclusions can be used as the basis for rub-impact

收稿日期:2020-06-17

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(51905025)；中央高校基本科研业务费专项资金(JD1911)

作者简介:韩金昌(1996－)，男，博士生，主要从事航空发动机碰摩故障数值模拟。

引用格式:韩金昌，左彦飞，冯坤. 周期性碰摩激励作用下薄壁机匣支撑系统响应机理[J]. 航空动力学报，2021，36(1)：167-175.
HAN Jinchang, ZUO Yanfei, FENG Kun. Response mechanism of thin-walled casing support system under periodic rubbing exciation[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(1): 167-175.

faults and provide references for early fault diagnosis.

Key words: thin-walled casing; rubbing; fault diagnosis; dynamic response; fault characteristics

现代燃气涡轮发动机在设计过程中为了提高推质比和效率,不断缩小转静件之间的间隙,结果极易导致叶片与机匣之间发生碰摩故障。而碰摩故障又常常与转子不平衡、不对中等其他故障耦合发生,因此发动机一旦发生碰摩故障,在短时间内很可能造成机匣封严结构损坏或者叶片断裂,进而导致整机振动增大,发生严重事故[1]。大量研究表明,转动件与静止件之间的碰摩或者摩擦是旋转机械失效最基本的模式之一。

自 20 世纪 80 年代以来,转静件之间的碰摩问题开始得到关注并有了较为深入的研究。

在碰摩力模型研究方面,Padovan 等[2] 于 1987 年考虑系统不平衡量、叶片刚度、系统阻尼等因素建立了碰摩力的力学模型。Ma 等[3] 考虑到离心载荷作用、机匣弹性等因素对碰摩力力学模型进行了修正。赵洋等[4] 考虑到了碰摩力在接触区域的非线性变化,推导出一种新的叶片-机匣碰摩模型,从而使其能够适用于不同的机匣碰摩情况。Williams[5] 通过接触动力学仿真和实验测试,表明叶片机匣之间的接触力与脉冲力相似。当前对碰摩力模型已有了较为成熟的研究,并且针对不同碰摩条件建立了不同的碰摩力模型。

在碰摩故障数值仿真分析方面,马辉等[6] 建立了转子-叶片-机匣耦合模型,研究了叶尖侵入量、转速等参数对系统动力学响应的影响。Batailly 等[7] 建立了航空发动机高压压气机单叶片碰摩的数值仿真分析模型,研究了叶片在碰摩前后的动力学行为。Arzina[8] 通过建立简单的圆环模型,利用 LS-DYNA 软件对发动机机匣发生椭圆形变形引起的叶片-机匣碰摩非线性问题进行了动力学仿真分析。刘书国等[9] 提出了基于隐式-显式相结合的积分方法,综合考虑低频线性稳态响应和高频非线性瞬态响应,得到碰摩过程产生应力波在叶身传导的结论。Turner 等[10] 通过分析转静件连续撞击情况下的瞬态动力学特性,确定了叶尖接触力分布和叶片在不同碰摩情况下的振动形式。当前数值仿真主要针对碰摩导致的局部振动问题进行研究,如机匣强度分析、叶片振动衰减分析等,对于结合发动机薄壁机匣结构特点的动力学分析尚未进行深入研究。

在碰摩故障诊断方面,通过机匣测点振动信号来诊断碰摩故障或者确定碰摩故障发生位置具有重要工程实用价值。陈果等[11] 进行单点碰摩和偏摩实验并提取碰摩状态下的机匣加速度特征,结果表明机匣振动加速度具有明显周期性冲击特征,在频谱图上可见叶片通过频率及倍频,并且在频率两侧出现了以旋转频率为间隔的边频带族。孙云岭等[12] 利用定子的高频振动信号与角度定位信号相结合的方法,实现了对碰摩故障发生位置的定位。He 等[13] 基于板波理论和小波包带能量分解,在旋转机械实验台上进行了一系列的碰摩实验,将波束形成方法及其改进方法应用于转子与定子摩擦定位。

然而,由于燃气涡轮发动机内部运行环境恶劣、温度极高,一般只能在机匣表面有限位置安装振动传感器进行信号采集,因此机匣测点振动信号几乎是判断发动机碰摩故障的唯一依据。目前国内外学者针对叶片-机匣碰摩力模型和碰摩导致的局部动力学响应问题已有了深入的研究,不过由于机匣复杂动力特性的影响,基于机匣测点振动信号的燃气涡轮发动机的微弱碰摩故障特征识别与诊断难度依然很大,机匣测点碰摩故障特征产生机理尚需结合发动机薄壁机匣支撑系统薄壁结构特征和振动特性进行深入研究。

为此,本文利用数值仿真分析方法,建立了薄壁机匣支撑结构的等效动力学模型,将碰摩激励进行等效力学简化,并施加在机匣碰摩位置,结合发动机机匣测点振动信号时频响应,分析碰摩激励与薄壁机匣支撑系统固有特性之间的关系,为研究薄壁机匣支撑系统的动力学响应规律以及基于机匣测点振动信号的碰摩故障特征提取提供参考。

1 发动机薄壁机匣支撑系统结构特点与动力学特性

1.1 薄壁机匣结构特点及等效动力学模型

发动机机匣支撑系统作为发动机骨架,其主体为薄壁回转体结构,由风扇机匣、压气机机匣、中介机匣、燃烧室机匣、涡轮机匣等多段薄壁圆筒形壳体轴向分段装配而成,结构十分复杂。文献[14]建立了发动机高保真机匣模型,若利用该模

型直接进行有限元分析,一方面会造成求解困难、求解时间长,降低分析效率;另一方面在结果分析时会受到机匣结构复杂性的干扰,增加分析难度。为此,本文首先建立了与发动机高保真机匣具有动力学相似性的简化机匣模型进行数值仿真分析。

根据动力学相似性相关原理[15],并结合机匣结构特点、承力方式以及安装方式,对薄壁机匣复杂支撑系统及边界条件进行合理简化:

1) 简化机匣结构与真实机匣支撑系统的径向尺寸、轴向尺寸以及机匣厚度尺寸相当,忽略静子叶片与机匣局部细节特征;

2) 内外机匣采用两个内径不变的圆筒代替;

3) 保留风扇机匣、中介机匣和涡轮机匣支板作为承力框架;

4) 在简化机匣相应位置同样建立主安装节和辅助安装节。

简化机匣模型各组成部分及主安装节、辅助安装节如图 1 所示。

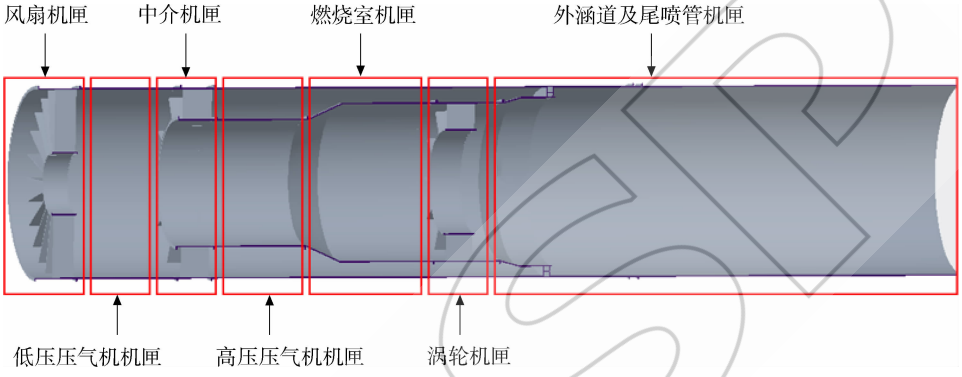


图 1　简化机匣支撑系统几何模型

Fig. 1　Geometric modal of simplified casing support system

利用有限元法对结构进行离散,建立了薄壁机匣支撑系统有限元模型,各安装节约束情况如图 2 所示。利用 ANSYS 软件对简化机匣动力学模型进行模态分析。

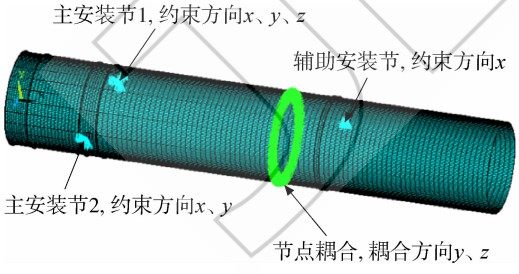


图 2　薄壁机匣支撑系统动力学模型及约束示意图

Fig. 2　Dynamic modal and constraint diagram of thin-walled casing support system

表 1 对简化机匣模型与高保真机匣模型的部分模态计算结果进行了对比,两者具有良好的对应性。说明简化机匣在动力学特性上与高保真发动机机匣具有一定相似性,能够较好地反映原结构的振动特性,可以利用简化机匣模型来再现原型的典型碰摩故障特征,表中 f_n 为固有频率。

1.2　激振点单位脉冲激励下测振点响应特性分析

发动机薄壁机匣支撑系统在约束状态下,由碰摩位置至机匣表面测点的频响函数及相应的模态特性是系统的固有属性。对于瞬态振动而言,系统频响函数定义为单位脉冲激励下测点响应的傅里叶变换与脉冲激励的傅里叶变换之比:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \tag{1}$$

式中 $H(\omega)$ 为频响函数,$F(\omega)$ 和 $X(\omega)$ 分别为测点响应和脉冲激励的傅里叶变换。

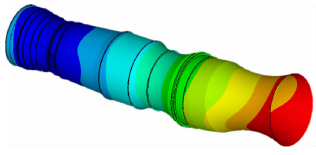
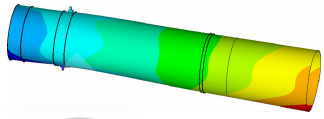
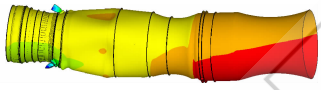
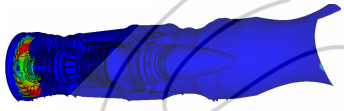
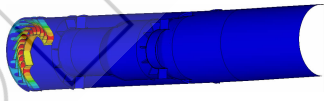
根据测点响应输出结果不同,式(1)可以分为位移频响函数和加速度频响函数,位移频响函数和加速度频响函数分别反映了系统在低频和中高频段的固有属性。在高压压气机静子机匣内部节点同时施加法向单位脉冲激励和切向单位脉冲激励,对系统固有特性进行分析,如图 3 中红色箭头所示。

结合单位脉冲下机匣测点响应结果,由式(1)分别求得了激振点-测振点位移频响函数(0～250 Hz)和加速度频响函数(0～6000 Hz)。频响函数和文中第 1.1 节模态分析结果对应关系如图 4 和图 5 所示,图中 f 为频率。图 4 中峰值频率主要对应机匣系统的低阶俯仰、弯曲等整体振型的固有频率。

图 5 中的峰值频率主要对应高阶复杂整体振型的 固有频率。

表 1 高保真机匣与简化机匣振型和固有频率对比

Table 1 Comparison of vibration mode and natural frequency between high-fidelity casing and simplified casing

阶数	振型描述	模态振型图和固有频率对比	
		高保真机匣	简化机匣
1	水平偏摆	 $f_n=8.2$ Hz	 $f_n=9.8$ Hz
2	轴向振动	 $f_n=42.7$ Hz	$f_n=55.8$ Hz
3	风扇支板与内环扭转振动(局部振型)	 $f_n=103.9$ Hz	 $f_n=98.1$ Hz

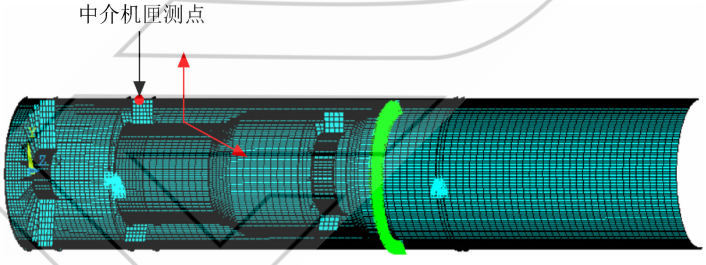


图 3 单位脉冲激励及机匣测点示意图

Fig. 3 Schematic diagram of unit pulse excitation and casing measuring point

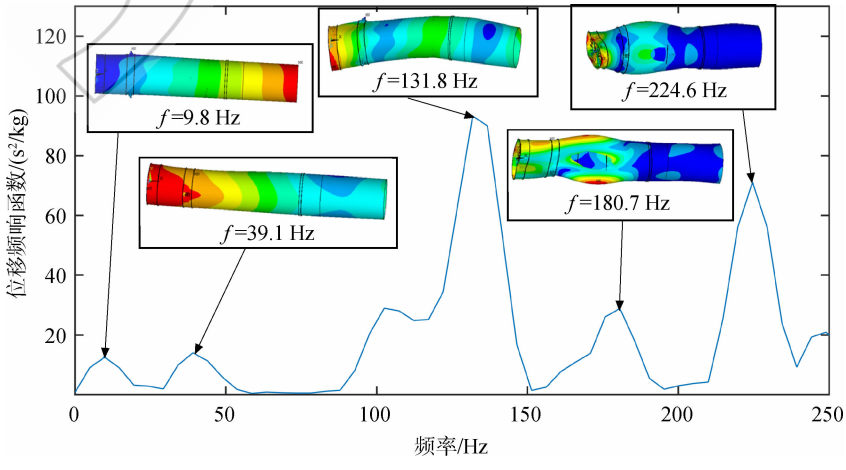


图 4 位移频响函数与机匣振型对应关系

Fig. 4 Correspondence between displacement frequency responce function and casing vibration mode

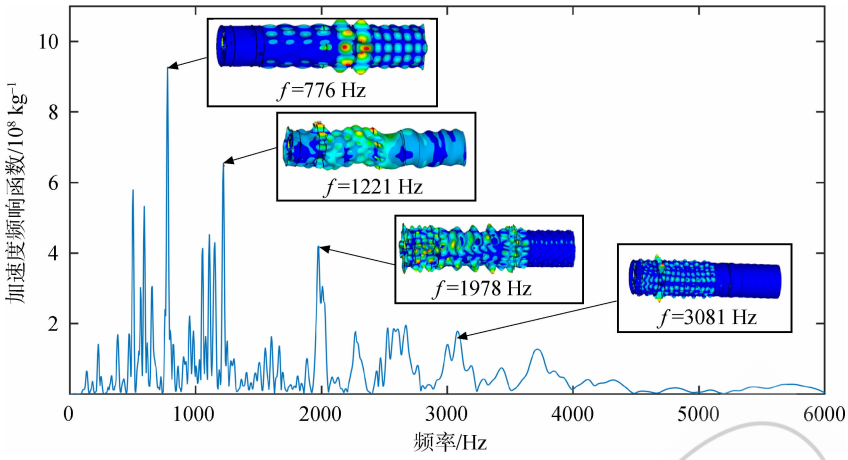


图 5　加速度频响函数与机匣振型对应关系

Fig. 5　Correspondence between acceleration frequency responce function and casing vibration mode

2　转子-机匣周期性碰摩激励特性与模拟

发动机压气机机匣主要零部件材料为钛合金和耐热合金,由于加工生产组织不合理、运行环境恶劣等原因,在发动机正常运行过程中容易产生变形。

如图 6 所示,假定压气机机匣产生局部变形,高速旋转的叶片与变形机匣直接接触,在法向上产生碰撞力,在切向产生摩擦力。

本文以机匣单点-转子全周碰摩故障为例,对周期碰摩激励下薄壁机匣动力学响应机理进行分析,即每个叶片转过时,都会和机匣变形部位发生接触碰摩。针对周期性碰摩故障,参考文献[16]提到的碰摩力模型,分别建立了法向碰撞力和切向摩擦力表达式来描述转静件间的行为。

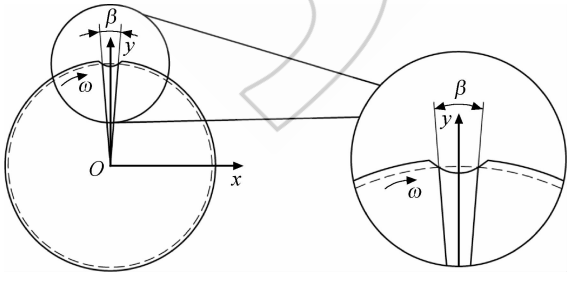


图 6　叶片-机匣单点碰摩故障示意图

Fig. 6　Schematic diagram of blade-casing single-point rubbing

1) 法向碰撞力模型

不考虑法向阻尼,最常用的线性法向碰撞力模型

$$F_n = kd \tag{2}$$

式中 k 表示碰摩面的刚度系数,d 表示转子和定子在碰摩接触面的接触变形大小。当叶片与机匣接触最大时,碰摩力最大。

2) 切向摩擦力模型

切向摩擦力采用库仑摩擦力模型:

$$F_t = \mu F_n \tag{3}$$

式中 μ 为摩擦因数,F_t 为法向碰摩力。本文中 $\mu=0.3$。

很多学者通过实验测试和接触动力学仿真方法获得了叶片-机匣局部接触碰摩力数据,通过分析发现叶片-机匣单点或者局部碰摩的接触力类似于周期性脉冲力,因此提出了基于脉冲力模型的碰摩故障模拟方法[17-18]。Sinha 提出了半正弦脉冲、矩形脉冲和锯齿形脉冲三种简化表达形式[19]。目前大多数文献均把碰摩脉冲函数描述为图 7 所示的半正弦波形脉冲。

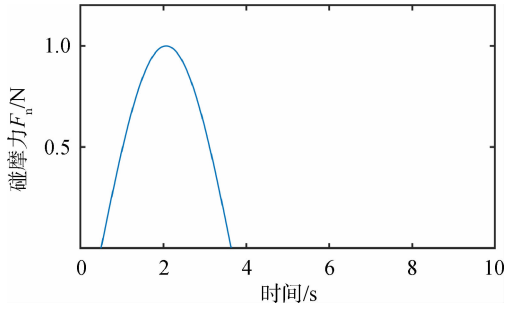


图 7　半正弦碰摩脉冲

Fig. 7　Half sine rub pulse

实际上,由于转子转速极高,碰摩时间极短,半正弦波形脉冲即近似于三角脉冲,所以本文在数值仿真分析时用三角形脉冲来代替叶片-机匣碰摩激励,如图 8 所示。

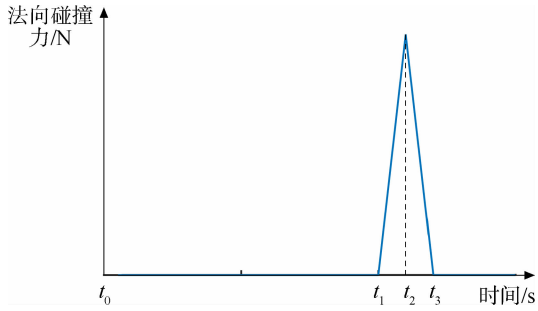


图 8 法向碰撞力三角脉冲载荷示意图

Fig. 8 Schematic diagram of normal impact force triangular pulse load

假定机匣全周只有一处发生变形：

时间 $t\in[t_0,t_1]$，无叶片与机匣变形位置接触，机匣无碰摩载荷作用；

时间 $t\in[t_1,t_2]$，叶片与机匣变形位置开始接触，碰摩力由 0 N 迅速增大至最大值；

时间 $t\in[t_2,t_3]$，碰摩力达最大值后，叶片迅速脱离机匣变形位置直至完全脱离，碰摩力由最大值迅速减小为 0 N。

假定第 1 个叶片与机匣变形位置接触后，机匣变形程度不发生变化，接着第 2 个叶片、第 3 个叶片……，依次与机匣变形位置发生碰摩，则机匣受到完全相同的周期性碰摩载荷，如图 9 所示，切向摩擦力(F_t)与法向碰撞力(F_n)同时产生和消失。

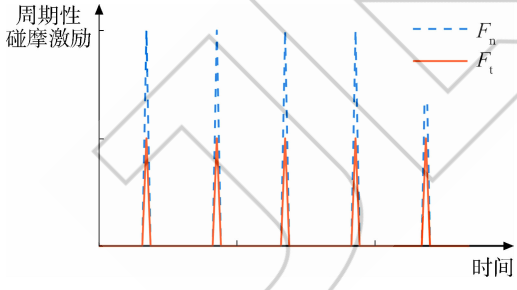


图 9 周期性碰摩激励示意图

Fig. 9 Schematic diagram of periodic rubbing excitation

对周期性三角脉冲碰摩激励进行谐波分析，其激励频谱如图 10 所示，即周期性脉冲碰摩激励可以看作一系列碰摩脉冲激励频率 f_r 及其整数倍频成分的叠加，且各阶激励幅值逐渐减小。故周期性碰摩激励可以写为

$$F(t)=\sum_{n=1}^{\infty}F_n e^{in\omega_1 t},n=1,2,3,\cdots \tag{4}$$

式中 n 为正整数，F_n 表示各整数倍频激励的幅值，且 $F_1>F_2>F_3>\cdots$；$\omega_1=2\pi f_r$ 表示简谐激励角频率。

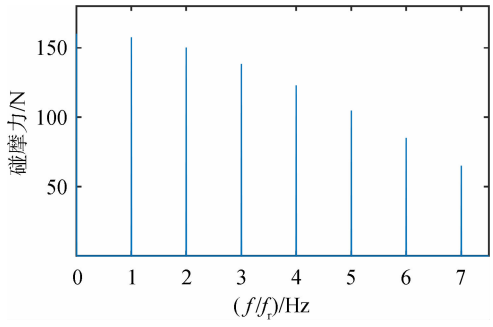


图 10 周期性碰摩激励频谱

Fig. 10 Periodic rubbing excitation frequency spectrum

3 周期碰摩激励下薄壁机匣支撑系统的响应机理分析

利用 ANSYS 瞬态动力学方法，在高压压气机机匣内部节点施加图 9 所示的周期性碰摩激励，模拟发动机因高压压气机机匣出现局部变形导致的周期性碰摩故障，碰摩力施加位置与图 3 单位脉冲激励施加位置相同。假设转子转速为 1 500 r/min(25 Hz)，机匣变形位置处对应的某级高压转子有 32 个叶片，所以碰摩脉冲激励频率 $f_r=25\times32=800$ Hz，即叶片通过频率。

本节在碰摩故障激励特性与双层薄壁机匣支撑系统固有特性分析的基础上，对薄壁机匣支撑结构在碰摩故障激励下测点响应机理及特征进行了分析。

3.1 碰摩激励下机匣测点位移振动特征分析

提取测点位移时域振动信号并进行频谱分析，如图 11 和图 12 所示。从时域波形图看，测点振动信号表现出复杂的周期性冲击响应特征；从位移频谱(0～250 Hz)分析，薄壁机匣支撑系统在周期性脉冲激励作用下以系统低阶固有频率进行振动。

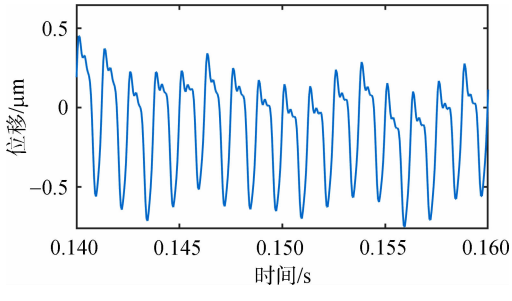


图 11 周期性碰摩脉冲激励下位移时域响应

Fig. 11 Displacement time-domain response under periodic rubbing pulse excitation

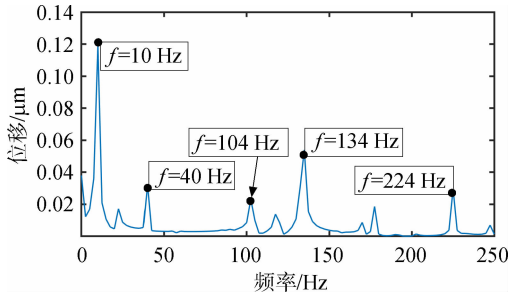


图 12　周期性碰摩脉冲激励下位移振动频谱

Fig. 12　Displacement response frequency spectrum under periodic rubbing pulse excitation

由图 12 分析，测点在周期碰摩脉冲激励下的振动以低阶固有频率 10 Hz 和 134 Hz 为主。10 Hz 对应了机匣的整体横向摆动，134 Hz 对应了机匣的横向弯曲振动。这主要是由于叶片与机匣碰摩时，两者之间除产生法向碰撞力之外，还产生了较大的切向摩擦力，其与机匣横向偏摆和横向弯曲方向一致，如图 13 所示，图中红色箭头表示切向摩擦力方向。测点位移频谱中除 10、134 Hz 之外，其他频率成分主要对应的是机匣挤压运动振型、俯仰振型。

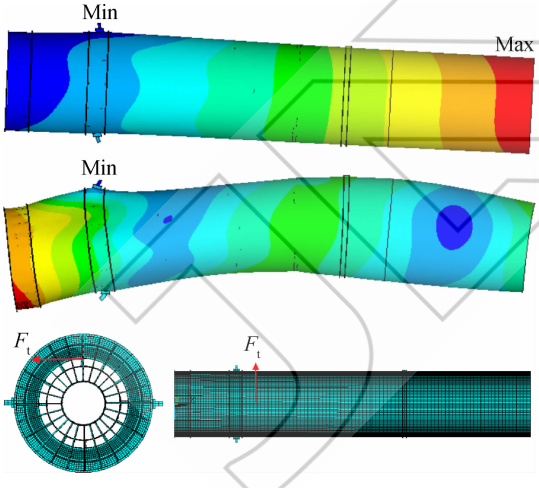


图 13　机匣振型与切向摩擦力对应关系

Fig. 13　Correspondence between casing vibration mode and tangential friction force

3.2　碰摩激励下机匣测点加速度振动特征分析

对测点加速度振动信号进行时频分析，如图 14 和图 15 所示。机匣测点加速度振动响应在时域上也表现出复杂的周期性冲击响应特征，频域上响应峰值频率均为周期性激励频率及其整数倍频成分，但是其响应幅值并没有像图 10 激励频谱中各阶幅值一样表现出“逐阶递减”的规律。

根据文中第 2 节的分析，对周期性碰摩激励

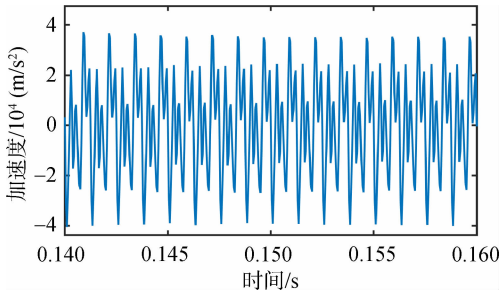


图 14　周期性碰摩脉冲激励下加速度时域响应

Fig. 14　Acceleration time-domain response under periodic rubbing pulse excitation

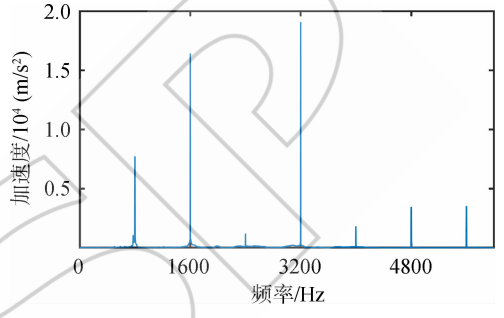


图 15　周期性碰摩脉冲激励下加速度振动频谱

Fig. 15　Acceleration response frequency spectrum under periodic rubbing pulse excitation

通过谐波分析，可以分解为一系列激励频率及其整数倍频率的简谐激励的叠加。首先求得单一频率简谐激励下的系统响应，然后根据线性系统的叠加原理，将各频率下系统的响应逐一叠加，即可得到系统对周期激励总的振动响应[20]。

结合式(4)周期性碰摩激励分析表达式，得到周期碰摩激励作用下基于三维实体有限元模型建立的双层薄壁机匣支撑系统的动力学方程：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\omega_1 t} \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{K}$ 分别为物理坐标下系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵；$\boldsymbol{x}$ 为物理坐标向量。

将式(5)物理坐标下系统的动力学表达转换为主坐标下的动力学方程，接着转换为各主自由度下的动力学方程，然后线性叠加各阶简谐激励的响应，得到系统在主坐标下的稳态响应，最后还原到物理坐标，得到了物理坐标下薄壁机匣支撑系统在周期性碰摩脉冲激励下的响应表达式[21]：

$$\boldsymbol{x} = \sum_{j=1}^{\infty} \boldsymbol{\phi}^{(j)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\boldsymbol{\phi}^{(j)\mathrm{T}} F_{pn}}{k_{pj}} \cdot \frac{1}{\beta_j} \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\omega_1 t} \tag{6}$$

$$\beta_j = \frac{1}{\sqrt{[1-(ns_j)^2]^2 + (2\xi_j s_j)^2}} \tag{7}$$

式中 β_j 成为振幅放大因子；$\boldsymbol{\phi}^{(j)}$ 为系统第 j 阶振

型；s_j 为激励频率与系统第 j 阶固有频率之比，$s_j=\frac{\omega_1}{\omega_j}$；$\xi_j=\frac{c_{pj}}{2m_{pj}\omega_j}$为第 j 阶振型阻尼比，m_{pj}、c_{pj}、k_{pj}分别为第 j 阶振型对应主坐标下系统的主质量、主阻尼和主刚度，F_{pn} 为主坐标下不同频率激励幅值。

进一步，图 16 将激励频谱、激励点-测振点加速度频响函数、测点加速度振动响应频谱进行对比。式(7)说明系统的总振动响应由激励频率、激励作用方式(位置和方向)、系统固有频率决定。激励的作用方式与系统固有属性之间的关系可以由系统激振点-测振点的频响函数决定；激励频率和系统固有频率之间的关系表现为各倍频激励下的振幅放大因子。

结合图 16 和式(7)，尽管 1 600、2 400 Hz 和 3 200 Hz 均为 800 Hz 整数倍频，但是测点加速度响应频谱 2 400 Hz 处没有响应幅值，这是由于频响函数在 2 400 Hz 处无响应幅值，而在 1 600、3 200 Hz 附近存在响应幅值，如图中实线框标注；再者，频响函数在 1 221、1 973 Hz 响应峰值较大，但是由于它们不是 800 Hz 的整数倍，所以测点振动响应中无 1 221 Hz 和 1 973 Hz 振动成分，如图中红色虚线框标注。

综上，只有激励点-测振点频响函数在碰摩脉冲激励频率及其整数倍频率附近有较大响应峰值时，测点响应频谱中在对应倍频位置处才会出现较大响应峰值，即该倍频成分振动对测点总振动响应贡献较大，这与参考文献[21]所得结论一致。

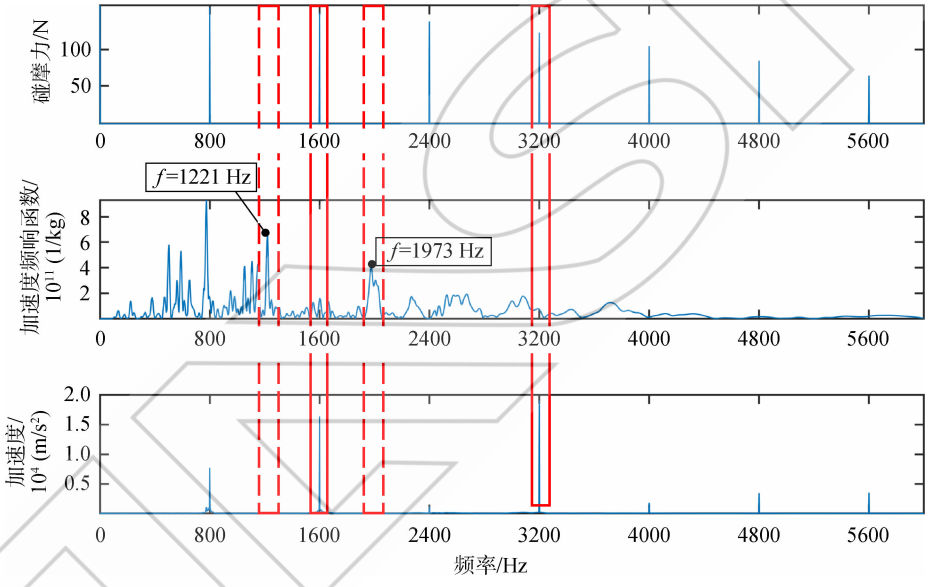


图 16 周期性碰摩激励频谱、激振点-测振点加速度频响函数、测振点响应频谱对应关系

Fig. 16 Correspondence of periodic rubbing excitation frequency spectrum, acceleration frequency responce function of excitation point to measurement point, frequency spectrum of measurement point

4 结 论

本文从薄壁机匣支撑系统发生碰摩故障时的动力学响应规律和基于机匣测点振动信号的碰摩故障特征提取出发，利用数值仿真分析方法，建立了简化的三维实体有限元模型，进一步结合机匣系统固有属性、碰摩激励特点，对机匣测点的位移和加速度振动响应进行时频分析，得到了薄壁机匣支撑系统在周期性碰摩激励作用下的位移振动信号、加速度振动信号响应规律。主要结论如下：

1) 机匣位移振动信号频域主导频率为系统整体低阶固有频率，说明周期性碰摩激励引起了结构的低频振动响应，最大响应峰值频率对应了系统的横向弯曲振动，其他频率对应振型为机匣挤压运动以及机匣俯仰模态等。

2) 机匣加速度振动信号频域主导频率为周期性激励频率及其整数倍频，当激励点-测振点加速度频响函数在叶片通过频率或其倍频处有较大峰值响应时，则该倍频对应响应幅值出现调幅放大现象，对测点总振动响应有较大的贡献。

3) 工程应用上可对机匣测点振动信号进行时频分析，当加速度频谱中叶片通过频率及其整数倍频处响应幅值较大，且位移频谱结构固有频率明显增大，可作为判断发生碰摩故障的依据。

参考文献:

[1] 张华彪.航空发动机转子系统碰摩的非线性动力学研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.
ZHANG Huabiao. Nonlinear dynamics on impact-rub of aero engine rotor system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2012. (in Chinese)

[2] PADOVAN J,CHOY F K. Nonlinear dynamics of rotor/blade/casing rub interactions[J]. Journal of Turbomachinery,1987,109(4):527-534.

[3] MA Hui, WANG Di, TAI Xingyu, et al. Vibration response analysis of blade-disk dovetail structure under blade tip rubbing condition[J]. Journal of Vibration and Control,2015,23(2):252-271.

[4] 赵洋,华一雄,张执南,等.基于 Hertz 接触理论的叶片-机匣碰摩模型[J].上海交通大学学报,2019,53(6):660-664.
ZHAO Yang,HUA Yixiong,ZHANG Zhinan,et al. A new blade-casing rubbing modal based on Hertz contact theory [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University,2019,53(6):660-664. (in Chinese)

[5] WILLIAMS R J. Simulation of blade casing interaction phenomena in gas turbines resulting from heavy tip rubs using an implicit time marching method[R]. ASME Paper GT2011-45495,2011.

[6] 马辉,吴志渊,太兴宇,等.含碰摩故障的转子-盘片-机匣系统动力学特性分析[J].航空动力学报,2015,30(8):1950-1957.
MA Hui,WU Zhiyuan,TAI Xingyu,et al. Dynamic characteristic analysis of rotor-blade-casing system with rub-impact fault[J]. Journal of Aerospace Power,2015,30(8):1950-1957. (in Chinese)

[7] BATAILLY A,AGRAPART Q,MILLECAMPS A,et al. Experimental and numerical simulation of a rotor/stator interaction event localized on a single blade within an industrial high-pressure compressor[J]. Journal of Sound and Vibration,2016,375(4):308-331.

[8] ARZINA D. Vibration analysis of compressor blade tip-rubbing[D]. Cranfield, Bedfordshire, UK: Cranfield University,2011.

[9] 刘书国,洪杰,陈萌.航空发动机叶片-机匣碰摩过程的数值模拟[J].航空动力学报,2011,26(6):1282-1288.
LIU Shuguo,HONG Jie,CHEN Meng. Numerical simulation of the dynamic process of aero-engine blade-to-case rub-impact[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(6):1282-1288. (in Chinese)

[10] TURNER K E,DUNN M,PADOVA C. Airfoil deflection characteristics during rub events[J]. Journal of Turbomachinery,2012,134(1):11-18.

[11] 陈果,冯国权,姜广义,等.航空发动机叶片-机匣碰摩故障的机匣振动加速度特征分析及验证[J].航空发动机,2014,40(1):10-16.
CHEN Guo,FENG Guoquan,JIANG Guangyi,et al. Analysis and verification of casing vibration acceleration for aero-engine blade-casing rubbing fault[J]. Aeroengine, 2014, 40(1):10-16. (in Chinese)

[12] 孙云岭,张永祥,常汉宝.基于定子振动的转子碰摩故障诊断方法研究[J].振动工程学报,2009,22(4):391-394.
SUN Yunling, ZHANG Yongxiang, CHANG Hanbao. Method of rotor rub-impact faults diagnosis based on stator vibration signal[J]. Journal of Vibration Engineering,2009,22(4):391-394. (in Chinese)

[13] HE Tian,XIAO Denghong,PAN Qiang,et al. Analysis on accuracy improvement of rotor-stator rubbing localization based on acoustic emission beamforming method[J]. Ultrasonics,2014,54(1):318-329.

[14] 王辰,左彦飞,江志农,等.全转速系数矩阵降维重构的燃机不平衡量逆推方法[J].航空学报,2020,41(11):223670.1-223670.11.
WANG Chen,ZUO Yanfei,JIANG Zhinong,et al. A backstepping method of gas turbine unbalance vector based on dimension reduction and reconstruction of full speed coefficient matrix[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2020,41(11):223670.1-223670.11. (in Chinese)

[15] 王有,罗忠,曲涛,等.薄壁构件试验模型的动力学相似设计方法[J].航空发动机,2016,42(1):36-40.
WANG You,LUO Zhong,QU Tao,et al,Dynamic similitude design method of experimental models for thin walled structures[J]. Aeroengine,2016,42(1):36-40. (in Chinese)

[16] 张耀涛,秦海勤,徐可君,等.转子叶片与机匣碰摩研究进展与展望[J].新技术新工艺,2018,40(4):1-10.
ZHANG Yaotao,QIN Haiqin,XU Kejun,et al. Research progress and prospect of rotor blade and casing rub-impact [J]. New Technology and New Process,2018,40(4):1-10. (in Chinese)

[17] 王杰.航空发动机压气机叶片-封严涂层碰摩仿真与实验研究[D].天津:天津大学,2019.
WANG Jie. Simulation and experimental study on the rubbing of aero-engine compressor blade-seal coating[D]. Tianjin: Tianjin University,2019. (in Chinese)

[18] 太兴宇,马辉,谭祯,等.脉冲力加载下的叶片-机匣动力学特性研究[J].东北大学学报(自然科学版),2012,33(12):1758-1761.
TAI Xingyu,MA Hui,TAN Zhen,et al. Reseach on dynamic characteristics of blade-casing with impulse loading [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science),2012,33(12):1758-1761. (in Chinese)

[19] SINHA S K. Non-linear dynamic response of a rotating radial Timoshenko beam with periodic pulse loading at the free-end[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics,2005,40(1):113-149.

[20] 倪振华.振动力学[M].西安:西安交通大学出版社,1989.

[21] 耿斌斌,左彦飞,王辰,等.轴承周期冲击激励下发动机薄壁支承结构响应机理研究[J].振动与冲击,2020,39(2):72-78,99.
GENG Binbin,ZUO Yanfei,WANG Chen,et al. Thin-walled support structure responses of an engine under the periodic impact excitation of bearing[J]. Journal of Vibration and Shock,2020,39(2):72-78,99. (in Chinese)

(编辑:陈　越)