文章编号：1000-8055(2021)12-2490-13 doi：10.13224/j.cnki.jasp.20210297

止口螺栓连接结构解析建模与阻尼特性分析

于平超[1]，赵芝梅[2]，侯 丽[1]，陈 果[1]
（1.南京航空航天大学 民航学院，南京 211106；
2.中国航空发动机集团有限公司 商用航空发动机有限责任公司，上海 200241）

摘 要：针对止口螺栓连接，论文从连接结构轴向拉压力学行为分析出发，提出了可模拟连接非线性刚度和阻尼耗散的扇区模型，基于此进一步构建了弯矩载荷下的非线性解析模型。通过与三维实体有限元模型计算结果的对比分析，验证了所提出模型的有效性，并揭示了连接的非线性刚度特性和迟滞阻尼特性。基于所提出模型研究了关键参数对止口螺栓的阻尼特性的影响规律，结果表明：连接的阻尼耗散能力随弯矩载荷幅值和摩擦因数的增加呈现先增加后降低趋势，而随止口紧度和法兰长度的增加单调增加；法兰长度除对连接的阻尼耗散存在一定影响外，还能显著降低连接结构的等效刚度。

关 键 词：止口螺栓连接；迟滞回线；阻尼特性；损耗因子；解析力学模型
中图分类号：V231.96 **文献标志码**：A

Analysis on analytical modelling and damping characteristics of bolted joint structure with spigot

YU Pingchao[1]，ZHAO Zhimei[2]，HOU Li[1]，CHEN Guo[1]
（1. College of Civil Aviation，
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106，China；
2. Commercial Aircraft Engine Company Limited，
Aero Engine Corporation of China，Shanghai 200241，China）

Abstract：For the bolted joint with spigot，a nonlinear model for the single region of bolted joint under axial loads was built. Based on this model，the nonlinear analytical model was further proposed to describe the behavior of joint under bending moment. By performing a comparison study with the finite contact element model，the accuracy of the analytical model was validated，meanwhile，the nonlinear stiffness and damping characteristics of the joint were highlighted. Finally，the influence law of key parameters on joints' damping characteristics was investigated. The results showed that the ability of damping dissipation of bolted joint firstly increased and then decreased with the increase of bending moment amplitude and friction coefficient，while the ability of damping dissipation increased for the increasing interference fit of spigot and flange length. More importantly，flange length can not only affect the damping characteristics，but also decrease the equivalent stiffness of bolted joint significantly.

收稿日期：2021-06-12
基金项目：中央高校基本科研业务费(NT2020018)；国家科技重大专项(2017-I-0008-0009)；国家自然科学基金(52005252)；江苏省自然科学基金(BK20211187)；航空科学基金(2020Z039052007)

作者简介：于平超(1991－)，男，讲师，博士，主要从事转子动力学研究。E-mail：yupingchao@nuaa.edu.cn

引用格式：于平超，赵芝梅，侯丽，等. 止口螺栓连接结构解析建模与阻尼特性分析[J]. 航空动力学报，2021，36(12)：2490-2502. YU Pingchao，ZHAO Zhimei，HOU Li，et al. Analysis on analytical modelling and damping characteristics of bolted joint structure with spigot[J]. Journal of Aerospace Power，2021，36(12)：2490-2502.

Key words：bolted joint with spigot；hysteresis curve；damping characteristic；loss factor；analytical model

止口螺栓连接由于结构简单、安装方便、定心性能好等优势，是现代航空发动机转静子系统中最为广泛采用的一种连接结构[1]。连接的多个接触界面使结构本质上具有非连续特征，不仅造成结构的刚度非线性，还将产生不可忽视的摩擦阻尼[2]。同时，现代先进航空发动机对高性能和高推重比的不断追求，结构刚度不断减弱，但承受的负荷却不断增加，使得连接的非线性影响更为突出，成为引发结构系统复杂振动行为和振动超标的关键因素之一[3]。

开展连接力学特性及其建模的研究，是进一步预测含连接的结构系统动力学行为的重要前提，国内外学者在此方面开展了广泛研究。Ouyang等[4]通过理论和试验，研究了动态扭矩下螺栓连接的迟滞非线性特征。Argatov等[5]解析推导了螺栓连接的非线性本构方程。Schwingshackl等[6]基于精细的接触有限元模型，对连接的力学特性开展研究。上述研究中的对象均是简单的平面搭接螺栓。对于航空发动机中复杂的环形螺栓法兰连接，姚星宇、翟学等[7-8]建立了连接刚度的理论表达式，分析了关键参数对连接刚度的影响规律。Qin等[9]建立了螺栓连接鼓筒弯曲刚度解析模型，进一步将其应用于转子动力学特性的分析。Luan等[10]分析了螺栓连接的拉压刚度非线性特征，提出了模拟螺栓连接的双线性弹簧等效模型。刘卓乾等[11]将螺栓连接简化为刚度分段线性模型，分析了连接对结构振动特性的影响。王存等[12]基于双线性等效模型建立了螺栓法兰连接的弯曲刚度模型。上述工作集中在对螺栓连接刚度特性的研究，关注的对象是法兰和螺栓结构。然而，实际航空发动机中螺栓法兰结构通常还包含止口定位，近期，部分学者讨论了含止口的螺栓连接结构力学特性。文献[13]研究表明，定位止口的存在不仅能显著提升螺栓连接结构的刚度值，同时影响连接的刚度非线性变化规律。王志等[14]仿真分析了止口结构产生的迟滞特性，并建立了简化模型分析了止口连接转子的振动特性。Beaudoin等[15]采用少量的一维弹簧单元和接触单元模拟止口-螺栓非线性接触行为，避免以往仿真中使用大量三维接触单元，分析了止口螺栓连接对结构振动特性的影响，然而实际应用表明，该模型计算效率仍然可观，因此应用范围有限。

对于连接结构在结构系统整体动力学模型中的引入，目前主要包括三种方法。第一种是离散接触单元[6]，该方法直接基于结构几何形状建立模型，通过接触单元模拟界面行为，能够精确反映连接的力学行为，但通常需要大量的非线性单元，实际应用中存在效率低下、收敛困难等问题。第二种是薄层单元法[16-17]，薄层单元法本质上是采用一层特殊的实体单元替代非线性接触单元，通过设置单元的材料属性来反映连接结构局部的阻尼和刚度特性，但它忽视了连接的非线性本质，且实际应用时需要进行参数识别和模型更新，因此应用范围有限[18]。第三种是集总参数模型，典型的包括模拟界面阻尼行为的Iwan模型[19]、基于接触理论和统计模型建立的界面物理模型[20]等，其特点是通过结构的受力、力学特性分析等方式建立连接广义力和广义位移之间的函数表达，本质是一种解析或半解析的力学模型，该方法不仅能够避免大量接触单元的使用，同时亦可保留连接非线性的本质，是连接动力学分析中最为广泛采用的方法之一。

综上所述，国内外学者在螺栓连接的力学特性、等效建模方法及对结构动力学特性的影响方面已经开展了大量研究，并取得了丰富的研究成果。然而，目前大部分工作侧重研究螺栓连接刚度特性，已有的解析模型也多局限于对法兰和螺栓连接结构的等效模化，对于螺栓连接的阻尼特性，特别是止口的影响关注较少，尚未充分揭示止口螺栓连接的阻尼力学行为。更为重要的是，目前尚无能准确反映止口螺栓连接阻尼力学行为的解析力学模型，尽管采用三维接触有限元方法可精确模拟止口阻尼力学行为，但这种大规模自由度的非线性模型不仅具有计算耗时、难于收敛的缺点，当模型结构尺寸改变时还需要不断更新计算模型，很难应用于实际工程分析中。因此，亟需建立一种有效的止口螺栓连接解析模型，一方面能方便快速分析止口螺栓连接典型参数对结构刚度阻尼的影响，揭示止口螺栓连接力学特性，另一方面这也是进一步预测连接阻尼特性对结构系统整体动力学特性影响的关键。

有鉴于此，本文以典型的止口螺栓连接为对

象，基于结构在轴向和弯矩载荷下的力学行为分析，首先构建了止口-螺栓连接扇区的拉压解析模型；然后将连接结构在弯矩作用的力学行为等效为各部分扇区的拉压，推导得到了弯矩载荷与连接变形的解析表达，进而建立了止口螺栓连接解析力学模型。模型综合考虑了法兰弯曲和止口摩擦的影响，能准确反映连接结构的非线性阻尼耗散特性，同时模型参数均是解析得到，具有高计算效率和便于植入到连接结构系统动力学模型的优点。将所提出的解析模型与三维精细有限元接触模型计算结果对比，验证解析力学模型的有效性。最后应用该解析力学模型，定量分析止口螺栓连接关键参数对结构阻尼力学特性的影响。

1 止口螺栓连接解析力学模型

典型止口螺栓连接如图1，主要包括螺栓、法兰和止口结构三部分。短螺栓提供轴向预紧力将法兰轴向压紧，并且止口圆柱面通常采用过盈配合以实现可靠的装配定心，结构工作时通过轴向压紧的法兰和过盈装配的止口圆柱面传递载荷。连接在工作过程中受到的载荷包括剪力F和弯矩M。其中，剪力载荷由过盈配合的止口和法兰对接面之间的摩擦共同平衡，但由于法兰对接面的切向刚度远小于止口径向刚度，剪力载荷将主要由止口承担，其近似与止口径向刚度成正比；而弯矩载荷需要通过止口的摩擦和法兰对界面的拉压承受，止口和法兰均对弯矩载荷下止口螺栓连接的力学特性有显著影响，因此情况较为复杂，是本文研究的重点。

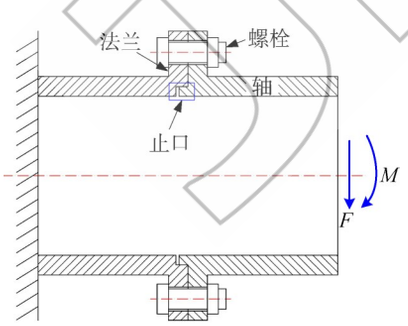


图1 止口螺栓连接示意图

Fig.1 Schematic diagram of bolted joint with spigot

止口螺栓连接在承受弯矩时，结构部分区域受拉，另一部分区域受压，如图2所示。拉伸区域承受螺栓法兰约束力F_i和止口摩擦力f，压缩区域承受端面压力F_n。不同于连续结构，止口螺栓连接由于结构的非连续性其受拉区域明显大于受压区域[12]。由于连接结构在弯矩作用下的受载特征本质上是结构各部分区域拉压的组合，因此弯矩载荷作用下结构的整体力学行为与结构扇区在轴向载荷下的拉压力学行为密切相关，下面从结构的拉压模型出发，建立止口螺栓连接的弯矩-载荷变形关系。

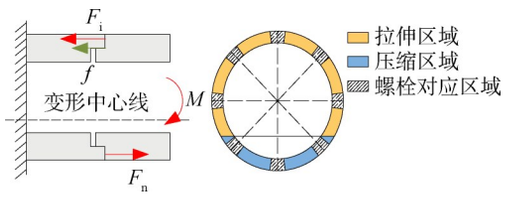


图2 止口螺栓连接在弯矩载荷下的应力分布

Fig.2 Bolted joint with spigot stress distribution under bending load

1.1 轴向载荷下连接结构扇区模型

分析止口螺栓连接在轴向载荷下的力学行为，如图3为连接结构扇区模型及其在不同载荷状态下的变形特征[13]，F_a为扇区受到的轴向载荷，F_p为扇区模型中止口压力，F_t为止口受到的摩擦力：①当结构受到轴向拉伸载荷且载荷较小时，止口结构的摩擦力能够平衡该载荷，此时止口处于黏滞状态，如图3(a)；②随着拉伸载荷增加，当其超过止口最大摩擦力时，止口处发生宏观滑移，同时法兰会发生显著的弯曲变形，如图3(b)；③当结构受到压缩载荷时，外载荷主要由结构受压区域承受，如图3(c)。上述分析表明，连接结构在不同轴向载荷下轴向刚度将表现出非线性特征，同时当交变的轴向载荷作用于结构时，由于止口位置黏滞-滑移效应，结构还将产生显著的摩擦阻尼。

根据上述分析，首先建立止口螺栓连接的单

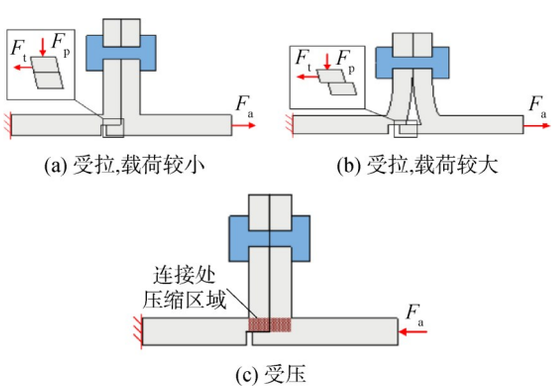


图3 连接结构扇区在轴向拉压载荷下的力学行为

Fig.3 Mechanical behavior of joint structure section under axial tensile load

个扇区在轴向载荷下的力学模型;而后综合所有扇区的力-位移关系获得止口螺栓连接结构的弯矩-转角关系,即止口螺栓连接结构的解析力学模型。图 4 所示为止口螺栓连接结构的单个扇区及其本构力学模型。连接结构单个扇区的主要参数包括:反映扇区大小的扇区角度 α_r、内弧长 b_{r1} 和外弧长 b_{r2};螺母直径 D_b、螺栓中心线所在半径 R_b、反映螺栓压紧区域大小的角度 α_{bp};法兰厚度 h_f;轴的外半径 R_f、厚度 h_s;止口长度 a、止口过盈量 Δ(图中未示出);反映轴向受压时压缩区域大小的参数 h_c。所建立的本构力学模型由一个非线性弹簧单元和一个 Jenkins 单元并联而成,非线性弹簧单元模拟连接结构扇区的非线性刚度,Jenkins 单元模拟止口的黏滞-滑移行为。模型中,k_s 为止口的切向刚度,F_p 为止口过盈配合产生的正压力,k_f 为与轴向载荷相关的分段非线性刚度,ε 为止口的滑移位移,δ_A 为加载点的位移,上述力学参数如刚度 k_s、k_f 以及载荷 F_p 均是指一个连接结构扇区的。为表述简介,在文中第 1.1 节后文中如无特殊说明,所涉及的力学参数均是对应一个连接结构扇区。

对于单个螺栓连接扇区,其大小与螺栓压紧区域大小相关。而已有研究表明,螺栓压紧区域则主要取决于结构尺寸和材料,受螺栓预紧载荷影响较小[7]。反映螺栓压紧区域大小的角度 α_{bp} 由式(1)确定[21-22],则进一步根据几何关系可确定单个扇区角度 α_r,如式(2)。

$$\frac{1}{\tan(\alpha_{bp})}=\sqrt[3]{\left(\frac{D_b}{2h_f}\right)^3+0.61^3}+0.53-\frac{D_b}{2h_f} \tag{1}$$

$$\alpha_r=\frac{D_b+2h_f\tan\alpha_{bp}}{R_b} \tag{2}$$

图 4(b)本构模型的力学参数主要取决于连接结构本身的几何参数、材料参数和配合参数,下面解析推导给出各个参数的表达式。

1.1.1　非线性弹簧单元的刚度

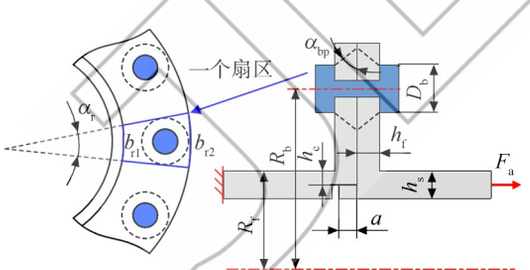
当轴向载荷 $F_A<0$ 时,连接受压,如图 3(c),此时连接扇区类似于受压杆件,该阶段对应的刚度 k_f 可由材料力学理论得出,如式(3)所示:

$$k_{f,-}=\frac{EWh_c}{2h_f} \tag{3}$$

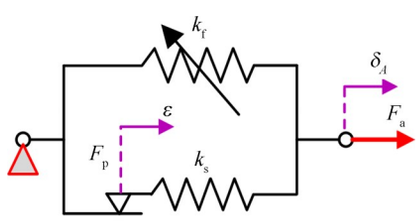
其中 $k_{f,-}$ 为受压时刚度,E 为法兰结构的弹性模量,W 为一个连接结构扇区对应的受压区域的等效宽度,其表达式如式(4):

$$W=\frac{\alpha_r[R_f+(R_f-h_c)]}{2} \tag{4}$$

当 $F_A>0$ 时,法兰发生弯曲变形,此状态下刚度 k_f 可由法兰的弯曲刚度推导获得。如图 5 所示,将法兰简化为欧拉梁,螺栓的影响简化为作用于加载点 B 的具有恒定刚度 k_B 的线性弹簧,刚度值 k_B 为螺杆刚度和法兰边压紧区域产生的刚度的并联,具体计算公式见文献[7]。l_{AB} 为轴到螺栓



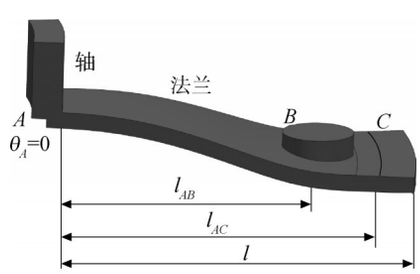
(a) 单个扇区及其结构参数



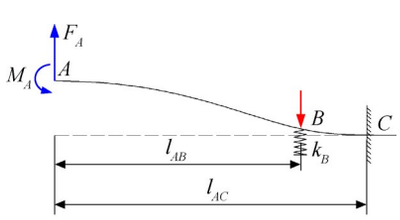
(b) 单个扇区的本构力学模型

图 4　止口螺栓连接单个扇区及其本构力学模型

Fig.4　Single section and its constitutive mechanical model of bolted joint with spigot



(a) 法兰参数



(b) 法兰弯曲的简化梁模型

图 5　基于梁单元的法兰结构弯曲刚度模型

Fig.5　Bending stiffness model of flange structure based on beam element

中心的距离，l_{AC}为轴到法兰开始分离点C的距离。同时，由于轴对法兰结构的加强，法兰端点A边界条件为$\theta_A=0$，于是在A点作用一等效的附加弯矩M_A。

当外载荷F_A作用于轴上时，根据力矩平衡，得到平衡方程式(5)

$$F_A l_{AC}-M_A-k_B\delta_B(l_{AC}-l_{AB})=0 \tag{5}$$

其中δ_B为法兰变形时螺栓中心点B的挠度。同时，根据梁理论获得法兰结构A点和B点的挠度和转角。对于A点，其转角θ_A如式(6)：

$$\theta_A=\frac{F_A {l_{AC}}^2}{2EI_{\mathrm{f}}}-\frac{F_B(l_{AC}-l_{AB})^2}{2EI_{\mathrm{f}}}-\frac{M_A l_{AC}}{EI_{\mathrm{f}}}=0 \tag{6}$$

其中E为弹性模量，I_{f}为单个扇区对应的法兰弯曲惯性矩。对于B点，其挠度表达式如式(7)：

$$\delta_B=\frac{F_A(l_{AC}-l_{AB})^2(3l_{AC}-(l_{AC}-l_{AB}))}{6EI_{\mathrm{f}}}-\frac{k_B\delta_B(l_{AC}-l_{AB})^3}{3EI_{\mathrm{f}}}-\frac{M_A(l_{AC}-l_{AB})^2}{2EI_{\mathrm{f}}} \tag{7}$$

联立求解式(5)～式(7)，可以得到未知参量δ_B、l_{AC}和M_A，于是，法兰在A点的变形和等效弯曲刚度如下：

$$\begin{cases}\delta_A=\dfrac{F_A l_{AC}^3}{3EI_{\mathrm{f}}}-\dfrac{M_A l_{AC}^2}{2EI_{\mathrm{f}}}-\dfrac{k_B\delta_B\left(l_{AC}-l_{AB}\right)^3}{3EI_{\mathrm{f}}}-l_{AB}\dfrac{k_B\delta_B\left(l_{AC}-l_{AB}\right)^2}{2EI_{\mathrm{f}}}\\ k_{\mathrm{f},+}=F_A/\delta_A\end{cases} \tag{8}$$

式中$k_{\mathrm{f},+}$为受拉时刚度。综合上述分析，非线性刚度的表达式为

$$k_{\mathrm{f}}=\begin{cases}\dfrac{EWh_{\mathrm{c}}}{2h_{\mathrm{f}}} & F_A<0\\ k_{\mathrm{f},+} & F_A\geqslant 0\end{cases} \tag{9}$$

1.1.2 Jenkins单元的相关参数

Jenkins单元参数包括止口切向刚度k_{s}和压力F_{p}，这两个参数均是由止口过盈产生。对接触问题的已有研究表明[23]，两接触体的切向刚度与法向刚度近似为线性关系，即$k_{\mathrm{s}}=\beta k_n$，其中系数β满足$0<\beta<1$，通过仿真或试验确定，k_{n}为接触体的法向刚度。下面根据弹性体接触理论确定压力F_{p}和止口法向刚度k_{n}与止口结构参数和材料参数的关系。根据弹性体接触理论[24]，两个圆柱体的内接触问题可简化为含刚性体-弹性表面层

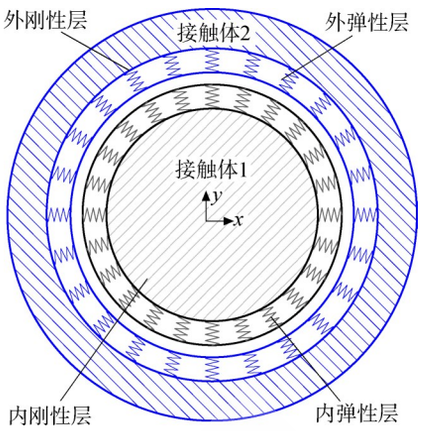


图6 两圆柱体内接触的弹性接触模型

Fig.6 Elastic contact model of two cylinders in contact

的接触问题，如图6，模型中弹性表面层视为一系列弹簧单元，弹性表面层刚度如式(10)：

$$k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2} \tag{10}$$

其中k_1和k_2分别为外=性层和内弹性层刚度。接触压力与法向侵入量间的关系如式(11)[25]：

$$p(x,y)=\frac{k}{h}\delta(x,y) \tag{11}$$

式中$p(x,y)$为接触压力，$\delta(x,y)$为法向侵入量，h为弹性层厚度。根据接触理论，材料参数与弹性层刚度关系如下：

$$cE^*=\frac{ak}{h} \tag{12}$$

$$\frac{1}{E^*}=\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2} \tag{13}$$

其中E_1和E_2分别为接触体的弹性模量，ν_1和ν_2为接触体的泊松比，c为接触系数，取决于接触形式，参考文献[25]，本文取0.06。

根据上述理论，推导止口在过盈状态下的压力和法向刚度，图7所示为止口结构参数与接触状态。当止口初始过盈量为Δ时，根据式(11)和式(12)，得到单位弧度对应的法向接触力，如式(14)：

$$f_{\mathrm{p}}=aR_2\frac{k}{h}\Delta=cE^*R_2\Delta \tag{14}$$

根据图4和式(2)，单个连接扇区对应的弧度为α_{r}，因此初始过盈量Δ下单个连接扇区受到的法向接触力如式(15)：

$$F_{\mathrm{p}}=\alpha_{\mathrm{r}}f_{\mathrm{p}}=\alpha_{\mathrm{r}}cE^*R_2\Delta \tag{15}$$

下面推导止口的法向刚度k_{n}，首先假设内接触柱面发生位移$u(u<\Delta)$，如图7所示。则对于任一角位置α，根据式(11)和式(12)，得到对应的

法向侵入量以及单位接触力在y方向的分量,如式(16)和式(17):

$$\delta_\alpha=\rho_2-\rho_1 \tag{16}$$

$$f_y(\alpha)=aR_2\frac{k}{h}\delta_\alpha\cos\alpha=cE^*R_2\delta_\alpha\cos\alpha \tag{17}$$

式中ρ_1和ρ_2为柱面坐标下外接触柱面和内接触柱面的径向坐标(柱面坐标系原点为初始状态下接触面圆心)。同时,根据几何关系可得到ρ_1和ρ_2的方程如下:

$$\begin{cases}\rho_1=R_1\\(\rho_2\sin\alpha)^2+(\rho_2\cos\alpha-u)^2=R_2^2\end{cases} \tag{18}$$

其中R_1为止口外接触面半径,R_2为止口内接触面半径,u为止口内接触面y向位移。基于式(18),可以计算得到任一角位置α处的法向侵入量δ_α,进而由式(17)得到对应的单位接触力在y方向的分量$f_y(\alpha)$。沿整个柱面对接触力y向分量$f_y(\alpha)$进行积分,得到当内接触柱面发生位移u时的y向总接触力,如式(19):

$$F_y=2\int_0^\pi f_y(\alpha)d\alpha\approx\pi cE^*R_2u \tag{19}$$

其中F_y为内接触面发生位移u的y向总接触力,E^*表示弹性模量。

根据式(19),止口的法向刚度如下所示:

$$k_{\text{ntotal}}=\frac{\mathrm{d}F_y}{\mathrm{d}u}=\pi cE^*R_2 \tag{20}$$

式(20)为整个止口的法向刚度,则单个连接扇区的法向刚度和切向刚度如式(21)所示:

$$k_\text{n}=\frac{\alpha_\text{r}}{2}cE^*R_2,\qquad k_\text{s}=\beta k_\text{n} \tag{21}$$

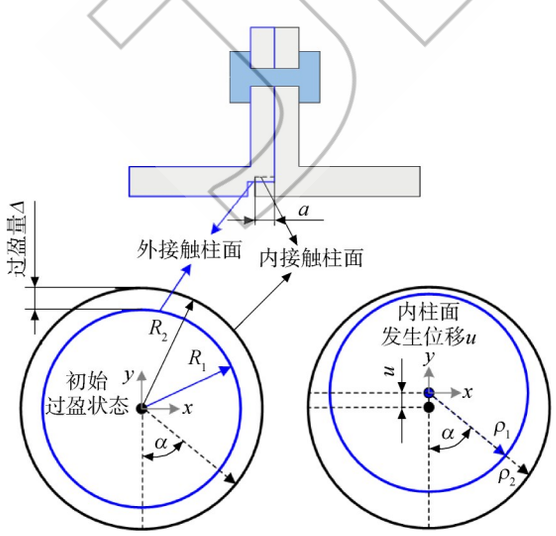
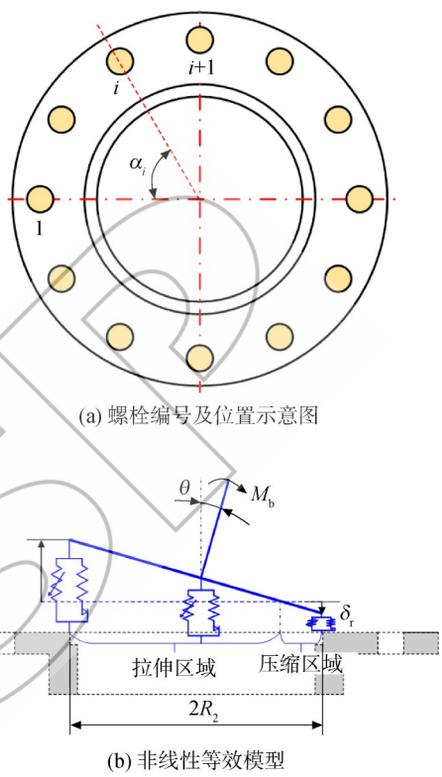


图7　止口结构的参数及接触状态变化

Fig.7　Parameters and change of contact state of the spigot structure

1.2　弯矩载荷下连接结构模型

对于每一个螺栓对应的连接扇区,采用文中第1.1节的轴向拉压模型替代,得到整个止口螺栓连接在弯矩M_b作用下的弯曲模型,如图8,结构的转角为θ,最右端位置的挠度为δ_r。



(a) 螺栓编号及位置示意图

(b) 非线性等效模型

图8　止口螺栓连接的弯曲非线性模型

Fig.8　Bending nonlinear model of bolted joint with spigot

假设连接共n个螺栓,按顺时针方向对螺栓进行编号,α_i为第i个螺栓的位置角,同时,不失一般性,令第1个螺栓的角位置$\alpha_1=0$,则第i个螺栓的角位置为

$$\alpha_i=2\pi\frac{(i-1)}{n} \tag{22}$$

若法兰结构的转角为θ,根据几何关系,第i个扇区对应的轴向位移为

$$\delta_i(\theta)=R_2\theta(1+\cos\alpha_i)+\delta_\text{r}(\theta) \tag{23}$$

由于结构仅受弯矩作用,所有扇区产生的拉/压载荷的矢量合为0,则有

$$\sum_{i=1}^{n}F_{Ai}(\delta_i)=0 \tag{24}$$

其中F_i为第i个螺栓所在的扇区产生的轴向载荷,其与扇区轴向位移的关系由文中第1.1节扇区本构模型确定。

若连接发生转角θ,首先采用牛顿迭代法获

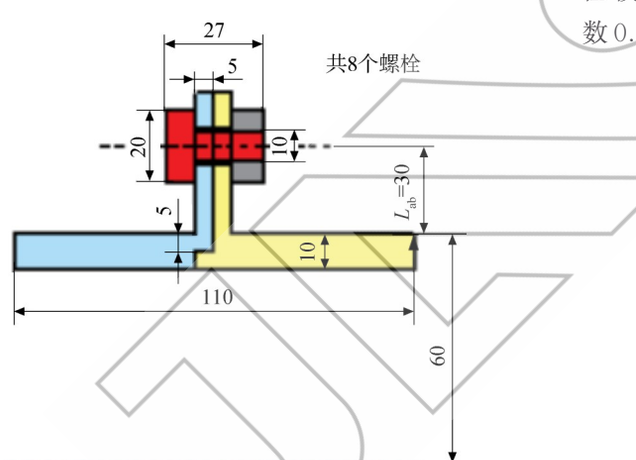
得满足式(24)的δ_r,而后根据式(23)得到每一个连接扇区的轴向位移δ_i,最后根据文中第1.1节的扇区本构模型得到每一个扇区对应的轴向力F_{Ai}。则整个连接在发生转角θ时的弯矩为所有扇区轴向力对轴心形成的弯矩之和,如式(25):

$$M_b = -\sum_{i=1}^{n} F_i(\delta_i) R_2 \cos(\alpha_i) \tag{25}$$

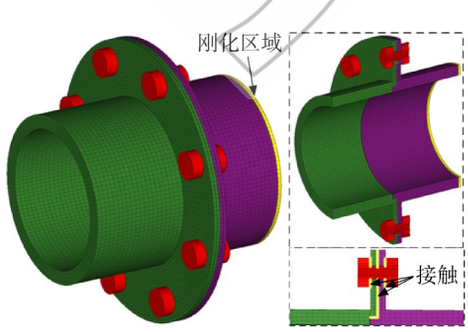
需要说明的是,当采用上述解析模型求解循环载荷下连接的角变形时,每一个螺栓区域模型中滑块单元的状态与上一个载荷步的状态密切相关,求解时需要采用时间推进法[26]以考虑上一个载荷步时滑块的状态。

2 基于接触有限元的解析模型验证

本章针对典型止口螺栓连接,建立其三维有限元接触模型,仿真分析连接的非线性力学行为,并与提出的解析模型计算结果进行对比,验证所提模型的有效性。所分析的止口螺栓连接及其参数如图9(a)、图9(b)为连接的三维有限元接触模型,模型通过商用有限元软件ANSYS建立,采用solid185单元离散,在法兰接触面、螺栓与法兰接触面以及止口接触面处分别建立接触单元。模型边界条件如图10,采用ANSYS中的预紧力单元(PRETS179)对螺栓施加F_b=15 kN的预紧力,左端轴施加固定约束,右端施加载荷。解析模型中,扇区结构力学参数均可基于文中第1.1.1节和1.1.2节推导以及模型的结构尺寸和材料参数直接获得。需要说明的是,对于止口这种柱面-柱面接触体,建立柱面-柱面接触有限元模型,通过数值仿真确定其法向刚度和切向刚度之间的系数β取为0.016。本章分析中考虑两类载荷情况:一类是轴向载荷,如图10(a),用于验证文中第1.1节的扇区本构模型,该模型是文中第1.2节弯矩载荷下连接力学模型的基础;另一类是弯矩载荷,如图10(b),用于验证文中第1.2节弯矩载荷下连接力学模型,计算时弯矩载荷以力偶形式施加。同时为了避免载荷施加位置的局部变形,对模型的局部区域进行刚化。结构模型的材料参数为:弹性模量210 GPa,泊松比0.3,接触对的摩擦因数0.15。



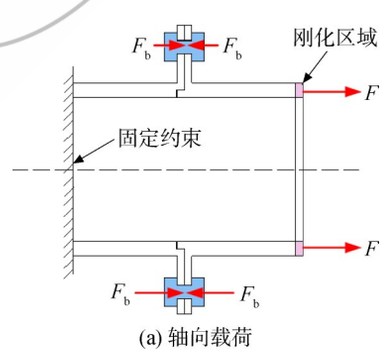
(a) 连接参数示意图(单位:mm)



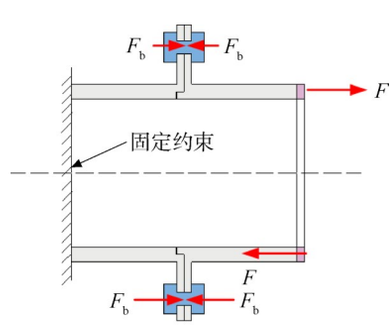
(b) 有限元模型

图9 止口螺栓连接参数及其有限元模型

Fig.9 Parameters and finite element model of bolted joint with spigot



(a) 轴向载荷



(b) 弯矩载荷

图10 模型边界条件

Fig.10 Boundary condition of model

2.1 轴向模型验证

参考航空发动机转子止口连接的真实过盈

量[27],下述计算中分别给定止口初始过盈量为0.04 mm和0.02 mm。对连接施加沿轴向的简谐交变载荷,载荷幅值为20 000 N,交变频率给定一较小值(0.1 Hz),以模拟准静态加载。分别基于ANSYS三维有限元接触模型和文中第1章的解析模型计算得到各载荷下连接的轴向位移,绘制得到位移-轴向力曲线,如图11所示。同时,以止口过盈量0.04 mm,基于ANSYS模型和解析模型提取典型阶段下止口界面的滑移位移,其中,ANSYS模型止口滑移位移由止口处所有接触单元的滑移位移进行平均得到,解析模型止口滑移位移即图4(b)模型中的ε值。

图11中结果表明,当止口连接受到轴向拉压交变载荷时,呈现出较为复杂的非线性特征,以止口过盈量0.04 mm为例,依次经历:

1) 阶段a,载荷增加,根据图12,此时止口滑移位移近似为0,止口处于黏滞状态,该阶段止口连接的力学行为,图11(a)中位移-载荷曲线斜率由止口切向刚度决定;

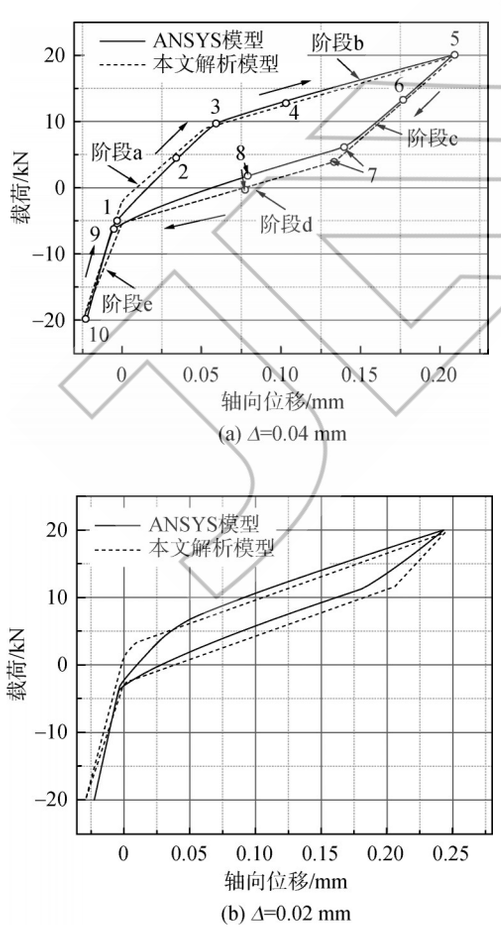


图11　轴向载荷下连接的迟滞回线对比

Fig.11　Hysteresis loop of joint under axial load

2) 阶段b,载荷继续增加,此阶段止口发生滑移且滑移位移近似线性增加,法兰发生弯曲,该阶段法兰弯曲刚度决定连接力学行为,因此图11(a)中位移-载荷曲线的斜率发生改变;

3) 阶段c,载荷增加至最大点后开始减小,此时止口滑移位移达到最大,且随载荷变化基本不发生改变,即止口再次处于黏滞状态,类似于阶段a,此时位移-载荷曲线的斜率与阶段a一致;

4) 阶段d,载荷继续减小,止口滑移位移开始线性减小,止口再次滑移,法兰弯曲变形恢复,此阶段类似于阶段b,因此位移-载荷曲线斜率与阶段b一致;

5) 阶段e,载荷为负,即载荷方向改变,连接受压,连接力学行为由受压区域的刚度决定。

总的来说,在上述交变载荷下,止口将处于循环的黏滞-滑移状态,连接产生了显著的摩擦阻尼。对比建立的模型与ANSYS模型结果可知,本文模型获得结果能与ANSYS计算结果很好地吻合,验证了单个扇区模型的有效性。同时对比不同止口过盈量下的结果,止口过盈0.04 mm时迟滞回线面积显著高于止口过盈0.02 mm时的结果,表明止口过盈量增加,连接的摩擦阻尼耗能增加。

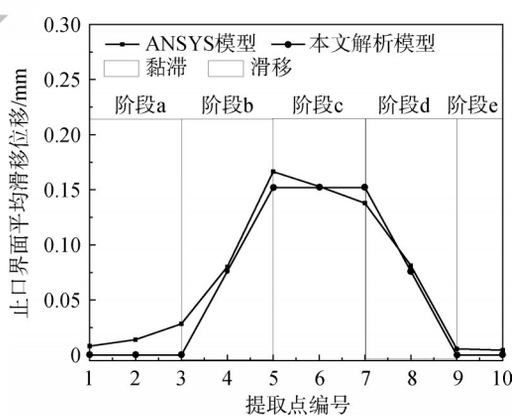


图12　不同阶段下止口滑移位移及接触状态(Δ=0.04 mm)

Fig.12　Spigot slipping displacement and contact status under different stages(Δ=0.04 mm)

2.2　弯曲模型验证

对连接结构施加幅值为2 500 N·m的交变弯矩载荷,交变频率同样为0.1 Hz,分别基于本文解析模型和ANSYS模型获得转角-弯矩曲线,如图13。图中结果可以看出:在交变弯矩载荷下,连接亦产生了显著的摩擦阻尼;随止口过盈量减小,迟

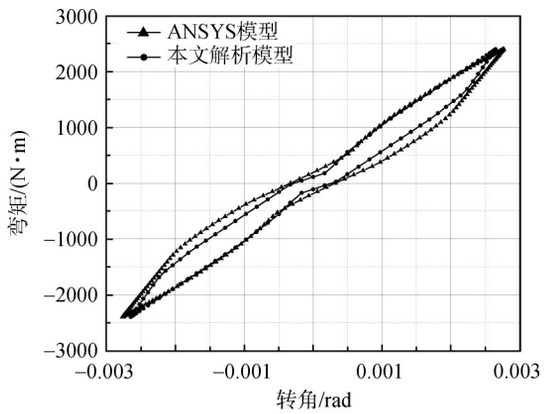


图 13 弯曲载荷下连接的迟滞回线

Fig.13 Hysteresis loop of joint under bending load

滞回线面积减小,摩擦阻尼耗能亦有所减小,其原因在于止口过盈量减小,由止口产生的摩擦力显著减小。

进一步对比本文提出模型和ANSYS模型计算结果。为便于定量比较,根据两种模型获得的迟滞回线,计算得到了相应的损耗因子结果如表1。对于图14的典型迟滞回线,损耗因子计算公式为[28]

$$\eta=\frac{\Delta W}{\pi U}=\frac{\int_0^{x_s}P_t(x)\mathrm{d}x-\int_0^{x_s}P_b(x)\mathrm{d}x}{\pi\int_0^{x_s}L(x)\mathrm{d}x} \tag{26}$$

其中ΔW为结构在一个周期内的能量损耗,U为结构一个周期内的最大弹性势能,$P_t(x)$为加载过程中的力-位移,$P_t(x)$为卸载过程中的力-位移曲线,$L(x)$为中线,满足$L(x)=0.5[P_t(x)+P_b(x)]$。

表 1 解析模型与ANSYS模型计算得到的损耗因子对比

Table 1 Comparison of loss factor calculated by analytical model and ANSYS model

止口过盈量/mm	损耗因子		相对误差/%
	ANSYS模型	本文解析模型	
0.02	0.073	0.059	−19.18
0.04	0.126	0.105	−16.67

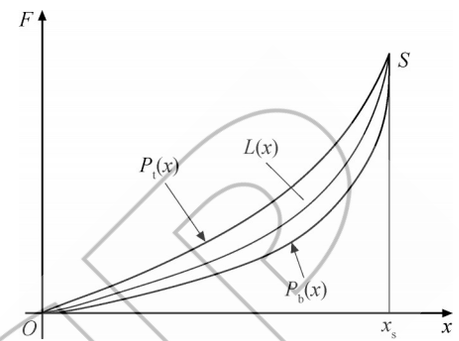


图 14 迟滞回线示意图

Fig.14 Schematic diagram of hysteresis loop

图13和表1对比结果表明:本文模型计算得到的迟滞回线变化规律、迟滞回线基本形状和数值均与ANSYS模型计算吻合较好,而两种模型计算得到的损耗因子数值也较为接近,相对误差小于20%,表明了本文模型的有效性。

3 止口螺栓连接的阻尼力学特性

文中第2章基于三维接触有限元模型验证了所建立的解析力学模型的有效性,本章采用提出的解析模型,计算不同参数下止口螺栓连接在弯矩载荷作用下的迟滞回线,揭示弯矩载荷下连接的阻尼力学特性。根据文中第1章分析可知,对止口螺栓连接力学行为影响较为显著的参数有载荷、止口摩擦因数、止口初始过盈量和法兰长度。

3.1 载荷大小的影响

给定止口过盈量0.04 mm,改变弯矩载荷幅值,其他参数与文中第2章一致。计算得到不同弯矩幅值下止口螺栓连接的迟滞回线,如图15。结果表明:当弯矩较小时,连接结构并未形成明显的迟滞回线(迟滞回线面积近似为0),说明此时连接结构不耗散能量。原因在于,载荷较小时,止口在弯矩载荷下始终处于黏滞状态,并未发生黏滞-滑移的循环变化。当弯矩载荷增加到一定程度时,止口螺栓连接在交变弯矩下产生迟滞回线,且迟滞回线面积随着载荷的增加而增加,即连接

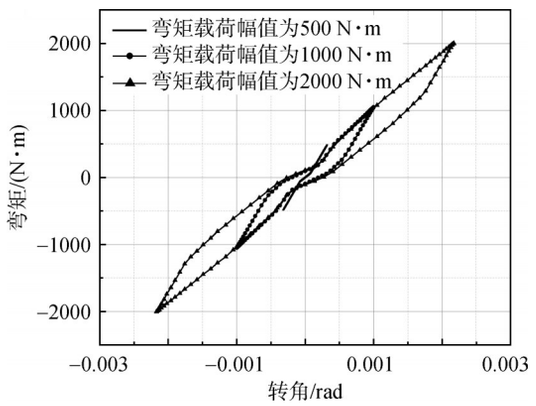


图 15　不同载荷幅值下连接的迟滞回线

Fig.15　Hysteresis loops of joint under different load amplitudes

结构耗散的能量增加。

损耗因子能定量反映迟滞回线的阻尼耗散能力,其由迟滞回线一个周期内耗散的能力和储存的弹性势能决定,具体计算过程见附录。基于此进一步计算不同弯矩载荷幅值下连接结构最大弹性势能、能量耗散以及损耗因子,结果如图 16。

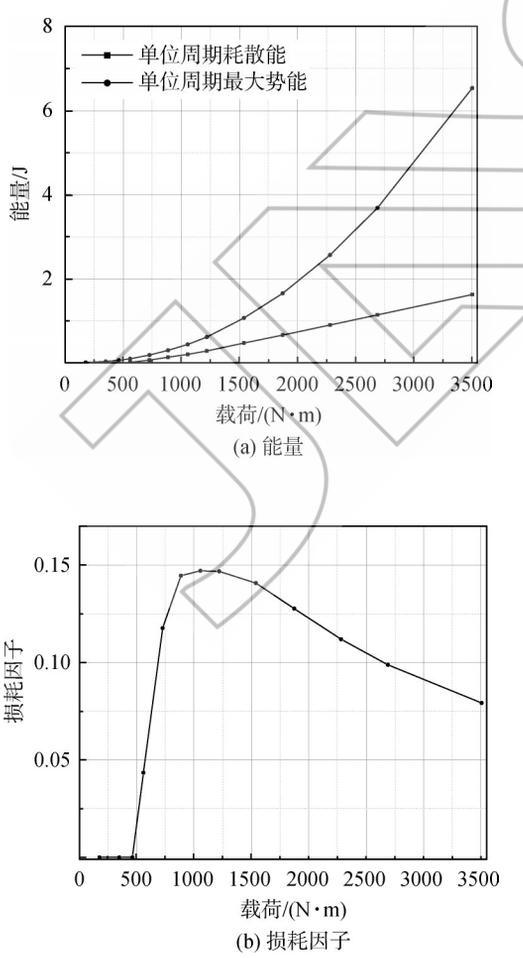


图 16　不同载荷下连接能量和损耗因子

Fig.16　Joint energy and loss factor with variation of load

可以看出,当载荷小于 500 N·m 时,结构不耗散能量,损耗因子为 0;当载荷超过 500 N·m 时,随载荷增加,连接耗散的能量和储存的最大弹性势能均增加,且最大势能在高载荷段增加速率显著高于耗散能,因此连接的损耗因子呈现先急剧增加而后缓慢降低的趋势,损耗因子在载荷约 1 000 N·m 时达到最大。

3.2　止口摩擦因数影响

给定弯矩载荷幅值为 2 500 N·m,止口紧度 0.04 mm,改变止口摩擦因数,其他参数与文中第 2 章一致。计算得到不同摩擦因数下连接结构的迟滞回线,如图 17。结果表明:阻尼耗散;当摩擦因数大于 0 时,迟滞回线的面积大于 0,连接产生阻尼,这说明连接的阻尼主要来源于止口。对比不同摩擦因数下的迟滞回线,在相同载荷幅值下,随摩擦因数增加,连接的最大位移减小,说明连接的平均等效刚度亦随摩擦因数的增加而增加,同时说明止口连接除了影响结构的阻尼耗散外,也能一定程度上增加连接结构的刚度。

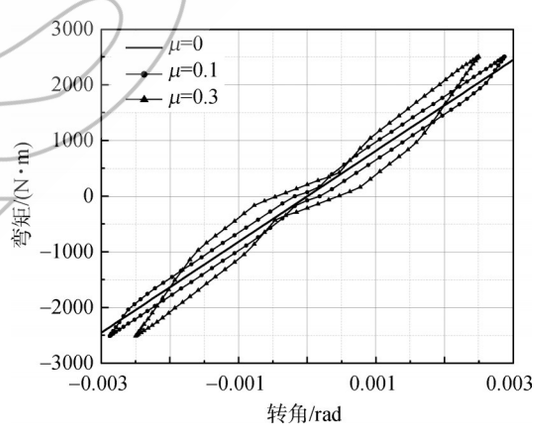


图 17　不同摩擦因数下连接迟滞回线

Fig.17　Hysteresis loops of joint under different friction coefficient

图 18 所示为不同摩擦因数下连接结构单位周期下的能量与损耗因子,结果可以看出:随着摩擦因数增加,连接单位周期耗散能呈现先增加后降低的趋势,而单位周期的最大势能则近似线性降低。相应的,连接损耗因子先快速增加,在摩擦因数为 0.3 左右达到最大,而后随着摩擦因数增加而降低。以上说明,摩擦因数对连接的阻尼耗散能力影响并非单调的,其主要原因在于摩擦因数除了影响阻尼耗散能量外,对连接的刚度亦存在显著影响(刚度影响连接结构储存的弹性势能)。

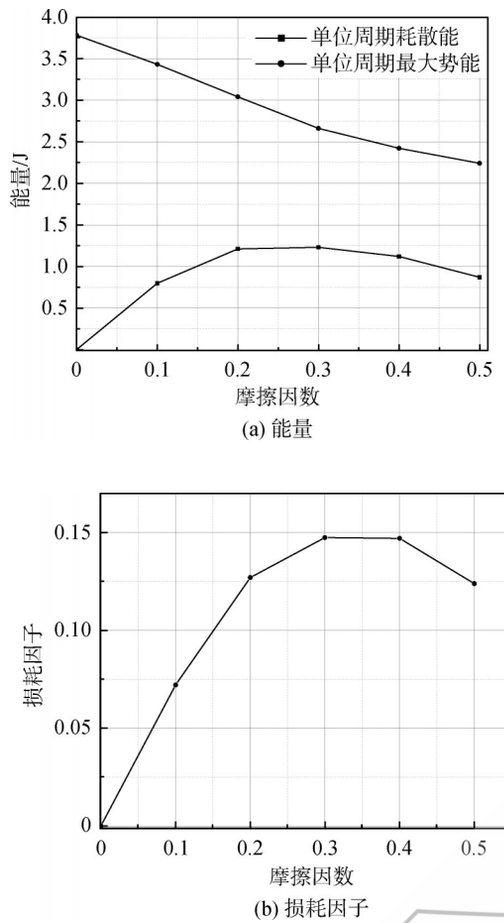


图 18 不同摩擦因数下连接能量与损耗因子

Fig.18 Joint energy and loss factor with variation of friction coefficient

3.3 止口过盈量影响

给定弯矩载荷幅值为 2 500 N·m，改变止口过盈量，其他参数与文中第 2 章一致。计算得到不同止口过盈量下连接的迟滞回线，如图 19。结果可以看出：当止口过盈量为 0 mm 时，连接迟滞回线面积为 0，不耗散能量；随着止口过盈量增加，连接的迟滞回线面积逐渐增加，耗散能量增加。

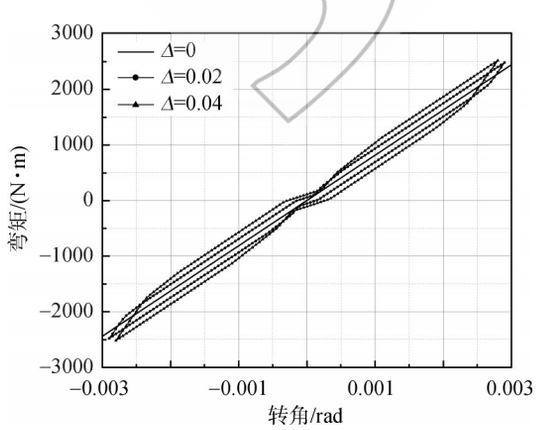


图 19 不同止口过盈量下连接迟滞回线

Fig.19 Hysteresis loops of joint under different spigot excess load

图 20 所示为不同止口过盈量下连接单位周期能量与损耗因子。可以看出，随着止口过盈量增加，单位周期内连接的耗散能逐渐增加，而最大势能逐渐降低，导致其损耗因子显著增加。

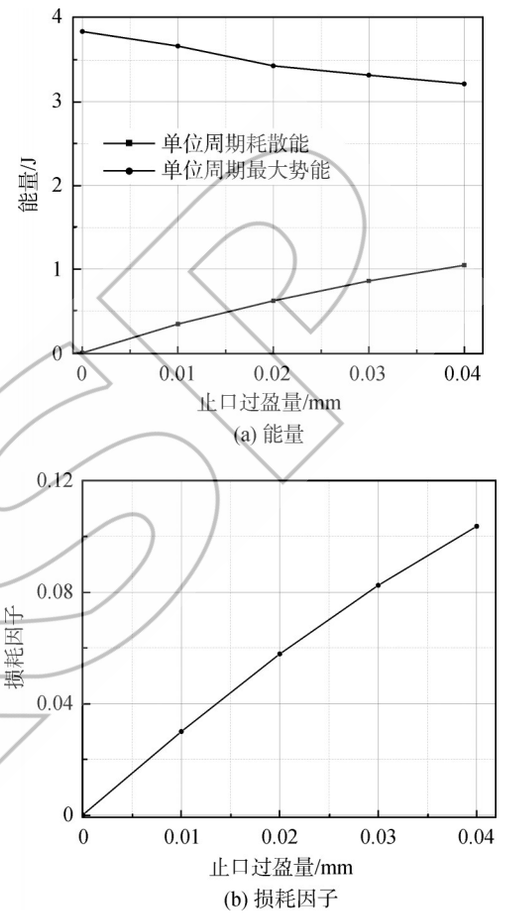


图 20 不同止口过盈量下连接能量与损耗因子

Fig.20 Joint energy and loss factor with variation of excess load on spigot

3.4 法兰长度影响

给定弯矩载荷幅值为 2 500 N·m，改变法兰长度，其他参数与文中第 2 章一致。法兰长度为轴段外侧到螺栓中心线的距离，如图 9 所示。计算得到不同法兰长度下连接的迟滞回线、单位周期能量耗散以及损耗因子，如图 21 和图 22。结果可以看出：随法兰长度增加，连接在单位周期内的耗散能、最大势能以及损耗因子均有所增加。特别需要注意的是，法兰长度不同时，在相同载荷连接的位移存在较大差别，法兰长度增加，转角显著增加，表明连接等效刚度随法兰长度增加大幅降低。

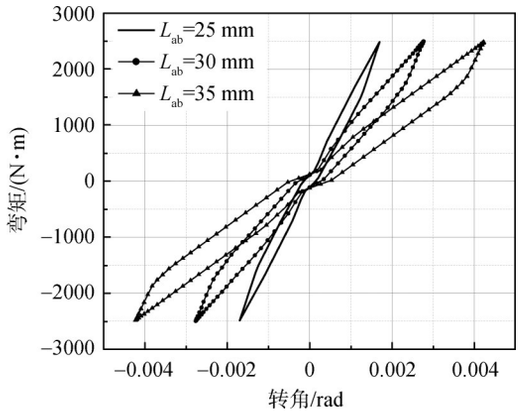


图 21　不同法兰长度下连接构的迟滞回线

Fig.21　Hysteresis loops of joint under different flange length

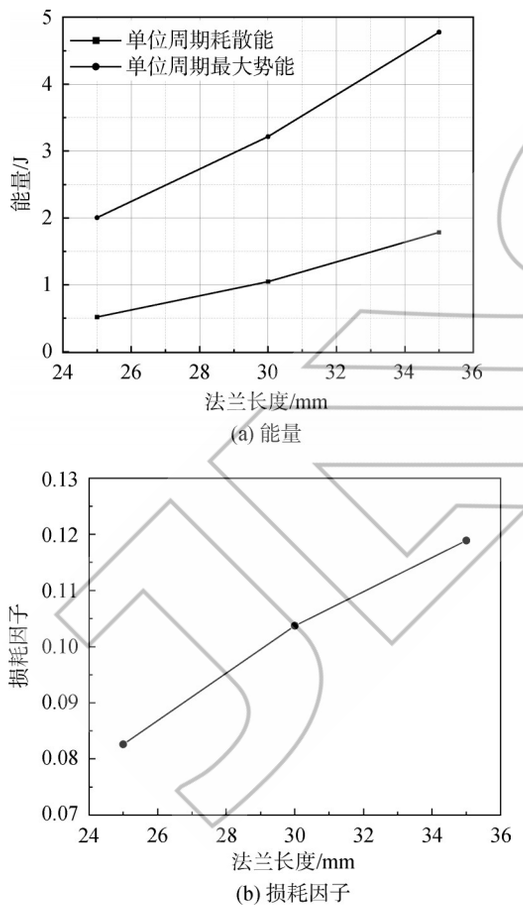


图 22　不同法兰长度下连接能量与损耗因子

Fig.22　Joint energy and loss factor with differnt flange length

4　结　论

1) 基于力学行为分析,提出了轴向拉压载荷下止口螺栓连接的扇区模型,在此之上构建了弯矩载荷下止口螺栓连接解析模型。通过与三维实体接触有限元模型计算结果对比,验证了所提出模型的有效性。同时,对比研究还表明止口螺栓连接在轴向拉压载荷下具有分段非线性刚度和阻尼耗散特征,并进一步导致弯矩载荷下连接的阻尼耗散特征。

2) 通过对典型参数下迟滞回线、单位周期内的能量以及损耗因子进行研究,揭示了止口螺栓连接的阻尼特性及关键参数影响规律。结果表明:连接的阻尼耗散能力随弯矩载荷和摩擦因数的增加呈现先增加后减小的趋势,存在着某一临界弯矩载荷和摩擦因数,使得连接的阻尼耗散能力最大;而对于止口紧度和法兰长度,随其数值的增加连接的阻尼耗散能力有所增加。特别重要的是,法兰长度增加能显著降低螺栓连接的等效刚度,这将对连接结构整体动力学特性特别是固有特性产生显著影响。

参考文献:

[1] LIU S, MA Y, ZHANG D, et al. Studies on dynamic characteristics of the joint in the aero-engine rotor system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 29: 120-136.

[2] BOGRAD S, REUSS P, SCHMIDT A, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(8): 2801-2826.

[3] HONG J, YU P, MA Y, et al. Investigation on nonlinear lateral-torsional coupled vibration of a rotor system with substantial unbalance[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(6): 1642-1660.

[4] OUYANG H, OLDFIELD M, MOTTERSHEAD J E, et al. Experimental and theoretical studies of a bolted joint excited by a torsional dynamic load[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2006, 48(12): 1447-1455.

[5] ARGATOV I, BUTCHER E A. On the Iwan models for lap-type bolted joints[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2011, 46(2): 347-356.

[6] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P. Modeling of flange joints for the nonlinear dynamic analysis of gas turbine engine casings[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(12): 122504.1-122504.4.

[7] 姚星宇,王建军. 航空发动机螺栓连接载荷与结构参数对连接刚度影响规律[J]. 推进技术, 2017, 38(2): 424-433.
YAO Xingyu, WANG Jianjun. Effects of load and structure parameters of aero-engine bolted joints on joint stiffness[J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(2): 424-433. (in Chinese)

[8] 翟学,翟庆刚,王建军,等. 基于有限元的螺栓连接参数化建模技术研究[J]. 推进技术, 2016, 37(7): 1364-1371.
ZHAI Xue, ZHAI Qinggang, WANG Jianjun, et al. Parameterized modeling technology of bolted joints based on finite

element[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(7): 1364-1371.(in Chinese)

[9] QIN Z Y, HAN Q K, CHU F L. Analytical model of bolted disk-drum joints and its application to dynamic analysis of jointed rotor[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(4): 646-663.

[10] LUAN Y, GUAN Z, CHNEG G, et al. A simplified nonlinear dynamic model for the analysis of pipe structures with bolted flange joints[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(2): 325-344.

[11] 刘卓乾,曹树谦,郭虎伦,等.含螺栓连接转子系统 非线性振动特性研究[J].振动与冲击,2016,35(22):10-16,37.
LIU Zhuoqian, CAO Shuqian, GUO Hulun, et al. Vibration characteristics of rotor systems with bolt joints[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(22): 10-16, 37.(in Chinese)

[12] WANG C, ZHANG D, ZHU X, et al. Study on the stiffness loss and the dynamic influence on rotor system of the bolted flange joint[R]. ASME Paper GT2014-26191, 2014.

[13] 李伦绪,陈果,于平超,等.止口螺栓连接结构非线性刚度机理分析及数值仿真[J].航空动力学报,2021,36(2):358-368.
LI Lunxu, CHEN Guo, YU Pingchao, et al. Nonlinear stiffness mechanism analysis and numerical simulation of rabbet-bolted connection strucuture[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(2): 358-368.(in Chinese)

[14] 王志,李吉凯,刘玉.带止口法兰连接结构刚度特性对结构振动影响[J].航空动力学报,2019,34(6):1201-1208.
WANG Zhi, LI Jikai, LIU Yu. Stiffness characteristics of flange joint with a snap and its influence on structure vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(6): 1201-1208.(in Chinese)

[15] BEAUDOIN M, BEHDINAN K. Analytical lump model for the nonlinear dynamic response of bolted flanges in aero-engine casings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 115: 14-28.

[16] MAYER M, GAUL L. Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 724-734.

[17] 姚星宇,王建军,翟学.航空发动机螺栓连接薄层单元建模方法[J].北京航空航天大学学报,2015,41(12):2269-2279.
YAO Xingyu, WANG Jianjun, ZHAI Xue. Modeling method of bolted joints of aero-engine based on thin-layer element[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(12): 2269-2279.(in Chinese)

[18] 赵广,金鑫,崔颖,等.基于模态应变能的接触刚度识别方法[J].机械工程学报,2020,56(9):147-153.
ZHAO Guang, JIN Xin, CUI Ying, et al. Contact stiffness identification method based on modal strain energy[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(9): 147-153.(in Chinese)

[19] 魏龙,刘其和,张鹏高.基于分形理论的滑动摩擦表面 接触力学模型[J].机械工程学报,2012,48(17):106-113.
WEI Long, LIU Qihe, ZHANG Penggao. Sliding friction surface contact mechanics model based on fractal theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(17): 106-113.(in Chinese)

[20] 原园,成雨,张静.基于分形的三维粗糙表面弹塑性接触力学模型与试验验证[J].工程力学,2018,35(6):209-221.
YUAN Yuan, CHENG Yu, ZHANG Jing. Fractal based elastoplastic mechanics model for contact with rough surface and its experimental verification[J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(6): 209-221.(in Chinese)

[21] GOULD H H, MIKIC B B. Areas of contact and pressure distribution in bolted joints[J]. Journal of Engineering for Industry, 1972, 94(3): 864-870.

[22] JOFRIET J C, SZE Y, THOMPSON J C. The interface boundary conditions for bolted flanged connections[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1981, 103(3): 240-245.

[23] WANG L, LIU H, ZHANG J, et al. Analysis and modeling for flexible joint interfaces under micro and macro scale[J]. Precision Engineering, 2013, 37(4): 817-824.

[24] JOHNSON K L. Contact Mechanics[J]. Journal of Tribology, 1985, 108(4): 84-106.

[25] ZHANG Q, LI W, LIANG Z, et al. Study on the stiffness loss and its affecting factors of the spline joint used in rotor systems[R]. ASME Paper GT2014-26176, 2014.

[26] 李琳,刘久周,李超.干摩擦阻尼器对宽频多阶次激励减振效果分析[J].航空动力学报,2016,31(9):2171-2180.
LI Lin, LIU Jiuzhou, LI Chao. Analysis on damping effect of dry friction damper under wideband multi-harmonic excitation[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(9): 2171-2180.(in Chinese)

[27] 岳伟,梅庆,张大义,等.高速可拆卸转子止口连接结构稳健性设计方法[J].航空动力学报,2017,32(7):1754-1761.
YUE Wei, MEI Qing, ZHANG Dayi, et al. Robust design method of rabbet joint structure in high speed assemble rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(7): 1754-1761.(in Chinese)

[28] 朱彬,马艳红,张大义,等.金属橡胶迟滞特性本构模型研究[J].物理学报,2012,61(7):474-481.
ZHU Bin, MA Yanhong, ZHANG Dayi, et al. A constitutive model of metal rubber based on hysteresis property[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(7): 474-481.(in Chinese)

(编辑:张 雪)